

# ДОКЛАДЫ

## АКАДЕМИИ НАУК СССР

ВЫХОДЯТ ТРИ РАЗА В МЕСЯЦ

Редакционная коллегия: акад. Л. А. Арцимович, акад. А. Г. Бетехтин, акад. С. А. Векшинский, акад. А. Н. Колмогоров (зам. главного редактора), акад. А. Л. Курсанов, акад. С. А. Лебедев, акад. А. И. Опарин (главный редактор), акад. Е. Н. Павловский, акад. Л. И. Седов, акад. Н. М. Страхов, акад. А. Н. Фрумкин (зам. главного редактора)

25-й ГОД ИЗДАНИЯ

1957

ТОМ 115, № 5

СОДЕРЖАНИЕ

### МАТЕМАТИКА

Стр.

- Н. Н. Воробьев. Редуцирование стратегии для игр в обобщенной форме . . . 855
- А. С. Калашников. О первой краевой задаче для уравнений одномерной нестационарной фильтрации . . . 858
- Г. И. Кручкович. О полуприводимых римановых пространствах . . . 862
- И. И. Паровиченко. О некоторых специальных классах топологических пространств и  $\delta$ -операций . . . 866
- А. П. Прудников. Решение в интегральной форме одной смешанной задачи для системы двух дифференциальных уравнений параболического типа . . . 869
- В. А. Статулявичус. Локальная предельная теорема для неоднородных цепей Маркова со счетным числом возможных состояний . . . 872
- М. К. Фаре. Интегральные представления операторно-аналитических функций одной независимой переменной . . . 874
- Л. Д. Фаддеев. О выражении для следа разности двух сингулярных дифференциальных операторов типа Штурма — Лиувилля . . . 878

### ГИДРОМЕХАНИКА

- Э. И. Андрианкин и О. С. Рыжов. Распространение тепловой волны, близкой к сферической . . . 882

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

- Р. М. Мурадян. Асимптотические формулы для обобщенных функций Лежандра и функций Гегенбауэра . . . 887

### ФИЗИКА

- Н. Н. Боголюбов, С. М. Биленький и А. А. Логунов. Дисперсионные соотношения в случаях слабого взаимодействия . . . 891
- П. И. Кудряшов и Б. Я. Свешников. К теории поляризации флуоресценции растворов . . . 894
- В. Ф. Писаренко. Изменение проводимости КВг в сильных полях в области температур 300—450°. . . 898
- Н. Н. Сирота. О температурной зависимости теплоемкости твердых тел . . . 901
- Ю. А. Сурков. Экспериментальные исследования альфа-распада элементов среднего атомного веса . . . 904
- Э. Е. Фрадкин. Алгебра матриц теории частиц со спином  $3/2$  . . . 907
- В. Н. Цветков и С. Я. Магарик. Оптическая анизотропия некоторых цепных молекул, содержащих бензольные кольца . . . 911

В. В. Шулейкин. Профиль ветровых волн и его запись на придонных волнографах . . . . . 92

## ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Г. А. Остроумов. Коронный триод . . . . . 91

## ЭНЕРГЕТИКА

С. В. Страхов. О преобразовании уравнений переходных процессов цепи  $r, L, C$  к вращающейся системе координат . . . . . 92

## ХИМИЯ

Е. Н. Зильберман и М. М. Смирнова. О механизме оксимирования циклогексана гидроксилламинмоносульфонатом натрия . . . . . 92

А. В. Топчиев, С. Д. Мехтиев и А. Ш. Новрузова. Исследование реакции нитрования изопропилциклогексана азотной кислотой . . . . . 93

## ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

А. И. Бродский, И. Ф. Франчук и В. А. Луненко-Бурмакина. Изучение механизма электролитического образования и гидролиза персульфата изотопным методом . . . . . 93

С. П. Жданов. Адсорбция воды на кварце, дробленном в вакууме . . . . . 93

М. М. Кусаков и Л. И. Мекеницкая. Пленочная и капиллярно-удержанная вода в пористой среде . . . . . 94

Л. А. Фейгин и В. Н. Рожанский. О влиянии адсорбционных слоев на диспергирование графита . . . . . 94

Л. Д. Юшина и М. В. Смирнов. Анодное растворение тория в солевых расплавах . . . . . 94

## ГЕОХИМИЯ

И. Л. Эттингер. Изменение сорбционных свойств в генетических рядах ископаемых углей . . . . . 95

## БИОХИМИЯ

А. Н. Белозерский и И. Б. Наумова. О полисахаридных фракциях *Actinomyces globisporus streptomycini* Kras. . . . . 95

Н. И. Даленко и В. Л. Кретович. О непосредственном воздействии восстановителей на белки клейковины . . . . . 96

## ГЕОЛОГИЯ

С. И. Баласанян. Прерывистость интрузивных извержений и восстановление истории тектонических движений (на примере Армении) . . . . . 965

Ю. М. Васильев и Б. К. Прошляков. Петрографические особенности карбона Южно-Эмбенского поднятия . . . . . 968

А. И. Верте. О ляминаритовых и надляминаритовых слоях нижнего кембрия в Эстонской ССР . . . . . 971

Д. А. Виталь. Два типа связей карбонатных компонентов в конкрециях Русской платформы . . . . . 975

И. А. Войтович. К вопросу о возрасте пашийских и чибьюских слоев Юго-Восточного Притиманья . . . . . 978

Г. А. Дмитриев. Кластические жилы и дайки в угольных пластах и вмещающих породах интинского месторождения . . . . . 980

Н. А. Маринов. О возрасте граувакковой свиты Восточной Монголии . . . . . 984

Н. Н. Мартыанов. К геологии пегматитов нагорья Сангилен (Юго-Восточная Тува) . . . . . 987

Ц. О. Очиров. Фациальное строение и схема расчленения Гусиноозерской угленосной толщи . . . . . 991

Н. В. Ренгартен. Роль пирокластического материала в карагандинской свите Карагандинского бассейна . . . . . 995

## ГИДРОГЕОЛОГИЯ

К. Ф. Орфаниди. Углекислота в подземных водах . . . . . 996

## МИНЕРАЛОГИЯ

П. В. Зарицкий. О малых элементах в карбонатных конкрециях угленосной толщи Донецкого бассейна . . . . . 1002



В. М. Фридланд. Оподзоливание и иллиммеризация . . . . .	1006
--	------

## ГИСТОЛОГИЯ

Г. А. Коблов. Развитие многоядерных структур в мезотелии перикарда . .	1011
--	------

## ГЕНЕТИКА

С. И. Алиханян, С. Ю. Гольдат и А. Д. Тетерятник. Мутагенный эффект комбинированного действия этиленimina и ультрафиолетовых лучей на актиномицеты . . . . .	1015
--	------

## МИКРОБИОЛОГИЯ

М. В. Федоров и К. А. Свитыч. Влияние дозировок минерального азота на азотфиксирующую активность различных рас клубеньковых бактерий люпина	1018
---	------

## БОТАНИКА

Е. А. Селиванова-Городкова. Об опорных ветвях черемухи обыкновенной . .	1023
---	------

## АНАТОМИЯ РАСТЕНИЙ

И. Д. Романов. Зародышевый мешок в роде <i>Tulipa</i> . . . . .	1025
---	------

## ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

П. С. Ерыгин и О. Н. Рябчун. Зависимость строения корней риса от водного режима почвы . . . . .	1028
---	------

## ФИТОПАТОЛОГИЯ

Е. И. Андреева, М. Е. Куперман и З. В. Красильникова. Электронно-микроскопическое исследование действия нативного вещества <i>Actinospices</i> и химических соединений на возбудителя гоммоза хлсчатника — <i>Pseudomonas maltvacearum</i> E. Smith . . . . .	1031
---	------

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МОРФОЛОГИЯ

А. К. Дондуа и А. А. Заварзин. Экспериментально-морфологическое исследование зародышевых оболочек крыс . . . . .	1033
--	------

## ФИЗИОЛОГИЯ

З. И. Собиева и О. Я. Острый. Физиологические показатели изменения функционального состояния нервной системы на различных этапах развития газовой инфекции . . . . .	1037
--	------

## ЭМБРИОЛОГИЯ

А. И. Зотин. Потребление воды из окружающей среды и образование полостей у зародышей севрюги . . . . .	1040
Г. Р. Мюллер и М. Н. Рагозина. Ранние стадии развития яичников у кур двух пород различной скороспелости (русская белая и австралорп) . . . .	1044

## CONTENTS

## MATHEMATICS

## Pages

N. N. Vorobiev. Reduced strategies for games in the generalized form . . . .	855
A. S. Kalashnikov. On the first boundary value problem for equations expressing one-dimensional unsteady percolation . . . . .	858
G. I. Kruchkovich. On semireducible Riemannian spaces . . . . .	862
I. I. Parovichenko. Certain special classes of topological spaces and $\delta$ s-operations	866
A. P. Prudnikov. A solution of a mixed problem in the integral form for a system of two parabolic differential equations . . . . .	869
V. A. Statuliavichus. A local limit theorem for unhomogeneous Markoff chains with an enumerable number of possible states . . . . .	872
M. K. Fage. Integral representations of analytical operator functions of one variable	874
L. D. Faddeyev. An expression for the trace of the difference between two singular differential operators of the Sturm—Liouville type . . . . .	878

## FLUID MECHANICS

E. I. Andriankin and O. S. Ryzhov. Propagation of a thermal nearly spherical wave	882
	851

## MATHEMATICAL PHYSICS

- R. M. Muradian. Asymptotic formulas for generalized Legendre functions and Gegenbauer functions . . . . . 8

## PHYSICS

- N. N. Bogolubov, S. M. Bilenky and A. A. Logunov. Dispersion relationships in the cases of a weak interaction . . . . . 8  
 P. I. Kudriashov and B. J. Sveshnikov. On the polarization of fluorescence in solutions . . . . . 8  
 V. F. Pisarenko. A study of potassium bromide crystals for variation of conductance in a strong field within 300—450° . . . . . 8  
 N. N. Sirota. The specific heat of solids as dependent on temperature . . . . . 9  
 Yu. A. Surkov. Experimental investigations of the alpha-decay of medium atomic weight elements . . . . . 9  
 E. E. Fradkin. Matrix algebra in the theory of particles having a spin of  $\frac{3}{2}$  . . . . . 9  
 V. N. Tsvetkov and C. J. Magarik. Optical anisotropy of certain chain molecules containing benzene rings . . . . . 9

## GEOPHYSICS

- W. Shoulejkin. Wind wave profile and its record by bottom wave-recorders . . . . . 9

## TECHNICAL PHYSICS

- G. A. Ostroumov. The corona triode . . . . . 9

## ENERGETICS

- S. V. Strakhov. On the transformation of the transient equations in a  $r, L, C$  circuit relative to a rotating reference frame . . . . . 9

## CHEMISTRY

- E. N. Zilberman and M. M. Smirnova. The mechanism underlying the oximation of cyclohexanone by sodium hydroxylaminmonosulfonate . . . . . 9  
 A. V. Topchiev, S. D. Mekhtiev and A. Sh. Novruzova. An investigation of the nitration of isopropylcyclohexane by nitric acid . . . . . 9

## PHYSICAL CHEMISTRY

- A. E. Brodsky, J. Th. Frantchuk and V. A. Lunenok-Burmakine. Isotopic studies on the mechanism of electrolytic formation and hydrolysis of persulfates . . . . . 9  
 S. P. Zhdanov. Adsorption of water on quartz ground in vacuo . . . . . 9  
 M. M. Kussakov and L. I. Mekenitskaya. Film and capillary-held water in a porous medium . . . . . 9  
 L. A. Feigin and V. N. Rozhansky. The influence of adsorption layers on the dispersion of graphite . . . . . 9  
 L. D. Iushina and M. V. Smirnov. Anodic solution of thorium in salt melts . . . . . 9

## GEOCHEMISTRY

- I. L. Ettinger. Variation in the sorption properties of genetic series of fossil coals . . . . . 9

## BIOCHEMISTRY

- A. N. Belozersky and I. B. Naumova. On the polysaccharide fractions of *Actinomyces globisporus streptomycini* Kras. . . . . 9  
 N. I. Dalenko and W. L. Kretowich. On the direct effect produced by reducing agents upon gluten proteins . . . . . 9

## GEOLOGY

- S. I. Balasanian. The intermittence of intrusive eruptions, as a means to retrace the history of tectonic motions (as exemplified by Armenia) . . . . . 9  
 Yu. M. Vasiliev and B. K. Proshliakov. The petrographic peculiarities of the Carboniferous of the South Emba upheaval . . . . . 9  
 A. I. Werte. On the laminarite and superlaminarite strata of the Lower Cambrian in the Estonian SSR . . . . . 9  
 D. A. Vital. On two types of bonds of carbonate components in the concretions of the Russian platform . . . . . 9  
 I. A. Voytovich. On the age of Pashi and Chibiu strata of the south-eastern Near-Timan region . . . . . 9  
 G. A. Dmitriev. Clastic veins and dikes in the coal seams and enclosing rocks of the Inta deposit . . . . . 9



	<i>Pages</i>
N. A. Marinov. On the age of gray wacke suite of Eastern Mongolia . . . . .	984
N. N. Martianov. On the geology of pegmatites of the Sanghilen upland (South-East Tuva) . . . . .	987
Ts. O. Ochirov. The facial structure and a disjunction-graph of the Gusinoozersky coal-bearing series . . . . .	991
N. V. Rengarten. The rôle played by pyroclastic material in the Karaganda series of the Karaganda basin . . . . .	995
<b>HYDROGEOLOGY</b>	
K. F. Orfanidi. Carbon dioxide in underground waters . . . . .	999
<b>MINERALOGY</b>	
P. V. Zaritsky. On trace elements in carbonate concretions of coal measures of the Donetz basin . . . . .	1002
<b>SOIL SCIENCE</b>	
V. M. Fridland. Podzolization and illimerization . . . . .	1006
<b>HISTOLOGY</b>	
G. A. Koblov. Development of polynuclear structures in the mesothelium of the pericardium . . . . .	1011
<b>GENETICS</b>	
S. I. Alikhanian, S. Yu. Goldat and A. D. Teteriatnik. The mutagenic effect of a combined action of ethylenimine and ultra-violet rays upon actinomycetes . . . . .	1015
<b>MICROBIOLOGY</b>	
M. V. Fedorov and K. A. Svitych. The influence of dosage of mineral nitrogen upon the nitrogen-fixing capacity of different strains of nodule bacteria of <i>Lupinus</i> <i>luteus</i> L. . . . .	1018
<b>BOTANY</b>	
E. A. Selivanova-Gorodkova. On supporting branches in <i>Padus racemosa</i> (Lam.) Gilib. . . . .	1023
<b>PLANT ANATOMY</b>	
I. D. Romanov. The embryo-sack in the genus <i>Tulipa</i> . . . . .	1025
<b>PLANT PHYSIOLOGY</b>	
P. S. Yerygin and O. N. Riabchun. The root structure of the rice plant, as dependent on water regime . . . . .	1028
<b>PHYTOPATHOLOGY</b>	
E. I. Andreeva, M. E. Kuperman and Z. V. Krasilnikova. An electron microscope investigation of the effect of the native substance of <i>Actinomyces</i> and chemical compounds upon <i>Bacterium</i> ( <i>Pseudomonas</i> ) <i>malvacearum</i> E. S. F. of the cotton plant . . . . .	1031
<b>EXPERIMENTAL MORPHOLOGY</b>	
A. K. Dondua and A. A. Zawarzin. An experimental-morphological investigation of embryonic membranes in rats . . . . .	1033
<b>PHYSIOLOGY</b>	
Z. I. Sobieva and O. J. Ostry. Physiological indices of variation in the functional state of the nervous system at different stages of the development of gas infec- tion . . . . .	1037
<b>EMBRYOLOGY</b>	
A. I. Zotin. Water uptake from the surrounding medium and formation of cavities in embryos of <i>Acipenser stellatus</i> . . . . .	1040
G. R. Müller and M. N. Ragozina. Early stages of ovary development in fowl of two breeds of different earliness (Russian White and Australorp) . . . . .	1044
	853

# ПОПРАВКИ

В моей статье, напечатанной в ДАН, т. 108, № 5, 1956 г. (В. И. Скобелкин «Принцип наименьшего потенциала тока»), обнаружена следующая ошибка:

	Напечатано	Должно быть
На стр. 789, строка 19 снизу	$\psi + \alpha, \vartheta + \alpha$	$y + \alpha, z + \alpha$ В. И. Скобелкин

В моей статье, напечатанной в ДАН, т. 112, № 3, 1957 г. (А. И. Сарахов, «Адсорбция паров на поверхности золота»), обнаружена следующая ошибка:

	Напечатано	Должно быть
На стр. 466, строка 14 снизу	50%	5% А. И. Сарахов

В статье Н. А. Балашовой, В. А. Иванова и В. Е. Казаринова «Зависимость адсорбции катионов от потенциала платинового электрода», помещенной в ДАН, т. 115, № 2, 1957 г., на стр. 337, в подписи к рис. 1 следует читать: Раствор  $\text{Cs}_2\text{SO}_4(2 \cdot 10^{-2}N, \text{pH } 2,5)$



МАТЕМАТИКА

Н. Н. ВОРОБЬЕВ

РЕДУЦИРОВАННЫЕ СТРАТЕГИИ ДЛЯ ИГР В ОБОБЩЕННОЙ ФОРМЕ

(Представлено академиком А. Н. Колмогоровым 5 III 1957)

В статье (1) Куном было доказано, что если в игре в обобщенной форме некоторый игрок обладает полной памятью, то всякая его смешанная стратегия эквивалентна соответствующей стратегии поведения. Дальнейшие свойства памяти игроков для игр в обобщенной форме рассматривались в работах (2-4).

В настоящей заметке приводится распространение теоремы Куна о стратегиях поведения на более общий случай памяти игрока.

Вводимые далее без определений или пояснений обозначения и термины соответствуют таковым из статьи (1).

Через  $\nu_U$  далее будет обозначаться произвольная альтернатива информационного множества  $U$ .

Если  $U$  — информационное множество, в котором очередь хода принадлежит  $i$ -му игроку, то через  $\mathfrak{B}_i(U)$  обозначается семейство всех информационных множеств  $V$ , для которых: а)  $V \in \mathcal{U}_i$ ; б)  $V < U$ ; в) не существует такой альтернативы  $\nu_V$ , что  $U \subset D(V, \nu_V)$ .

Если  $X$  — позиция,  $U$  — информационное множество, причем  $U < X$ , то через  $\nu_U^{(X)}$  обозначается такая альтернатива  $U$ , что

$$X \in D(U, \nu_U^{(X)}).$$

**Теорема 1.** Если  $X, Y$  — позиции игры, содержащиеся в информационном множестве  $U$ , а  $\pi_i$  — стратегия  $i$ -го игрока, для которой  $X \in \text{Poss } \pi_i$ , то существует такая стратегия  $i$ -го игрока  $\pi_i^*$ , совпадающая с  $\pi_i$  на всех информационных множествах из  $\mathcal{U}_i \setminus \mathfrak{B}_i(U)$ , для которой  $Y \in \text{Poss } \pi_i^*$ .

Ссылки на эту теорему (справедливую для любых игр в обобщенной форме) в ряде случаев могут заменить ссылки на полную память  $i$ -го игрока (очевидно, не всегда имеющую место).

Пусть  $X$  — позиция. Обозначим через  $\mathfrak{D}_i^{(X)}$  семейство всех информационных множеств из  $\mathcal{U}_i$ , предшествующих  $X$ .

Пусть  $\mathfrak{B} \subset \mathcal{U}_i$ ;  $\pi_i$  — стратегия  $i$ -го игрока;  $X$  — позиция. Положим  $X \in \text{Poss } \pi_i$ , если для любого  $U \in \mathfrak{B}$  имеет место  $\pi_i(U) = \nu_U^{(X)}$ .

**Теорема 2.** Пусть  $X \in U \in \mathcal{U}_i$  и  $X < Z$ . Обозначим через  $Y$  ближайшую к  $X$  позицию, следующую за  $X$  и предшествующую  $Z$  (если такая есть), а через  $V$  — содержащее ее информационное множество.

Тогда, какова бы ни была стратегия  $i$ -го игрока  $\pi_i$ , для того, чтобы

$$U \in \text{Rel } \pi_i, \quad \pi_i(U) = \nu_U^{(Z)}, \quad X \in \bigcap_{\mathfrak{D}_i^{(X)} \cap \mathfrak{B}_i(U)} \text{Poss } \pi_i,$$

необходимо и достаточно, чтобы

$$V \in \text{Rel } \pi_i, \quad Y \in \text{Poss } \pi_i. \\ \Sigma_i^*(V) \cap \mathfrak{B}_i(V)$$

Будем говорить, что  $i$ -й игрок имеет в игре  $\Gamma$  ациклическую память, если в семействе  $\mathcal{U}_i$  всех его информационных множеств нельзя указать такой последовательности  $V_1, \dots, V_k$ , что

$$V_2 < \dots < V < V_1.$$

Семейство  $\mathcal{U}_i = \{U_1, \dots, U_r\}$  называется стандартно упорядоченным, если из  $k < l$  следует, что  $U_l \prec U_k$ . Очевидно, для возможности стандартного упорядочения семейства  $\mathcal{U}_i$  необходимо и достаточно чтобы  $i$ -й игрок имел ациклическую память.

Далее будет предполагаться, что перечисление  $U_1, \dots, U_r$  элементов  $\mathcal{U}_i$  является их перечислением в стандартном порядке.

Систему неотрицательных чисел

$$\rho_i [v_U, v_U (U \in \mathfrak{B}_i(U_k))], \quad (1)$$

определенных для всех  $U_k \in \mathcal{U}_i$  при произвольных альтернативах  $v_{U_k}$   $v_U (U \in \mathfrak{B}_i(U_k))$  и удовлетворяющих условиям

$$\sum_{v_{U_k}} \rho_i [v_{U_k}, v_U (U \in \mathfrak{B}_i(U_k))] = 1 \quad (2)$$

при любых  $U_k \in \mathcal{U}_i$  и  $v_U (U \in \mathfrak{B}_i(U_k))$ , назовем редукцией  $i$ -го игрока в игре  $\Gamma$ .

Без труда устанавливается, что если положить для любого множества  $T$  чистых стратегий  $i$ -го игрока

$$\rho_i [T] = \sum_{\pi_i \in T} \prod_{k=1}^r \rho_i [\pi_i(U_k), \\ \pi_i(U) (U \in \mathfrak{B}_i(U_k))],$$

то  $\rho_i$  оказывается вероятностной мерой на множестве всех чистых стратегий  $i$ -го игрока, т. е. некоторой его смешанной стратегией. Эта смешанная стратегия называется смешанной стратегией, соответствующей редукции  $\rho_i$ .

Один из способов задания редукций  $i$ -го игрока состоит в следующем. Пусть  $\mu_i$  — некоторая смешанная стратегия  $i$ -го игрока. Положим для любых  $U_k \in \mathcal{U}_i$ ,  $v_{U_k}$  и  $v_U (U \in \mathfrak{B}_i(U_k))$

$$\rho_{\mu_i} [v_{U_k}, v_U (U \in \mathfrak{B}_i(U_k))] = \frac{\sum_{\pi_i} \mu_i [\pi_i]}{\sum_{\pi_i} \mu_i [\pi_i]},$$

где сумма  $\Sigma'$  распространена на  $\pi_i$ , удовлетворяющие условиям  $\pi_i(U_k) = v_{U_k}$ ,  $\pi_i(U) = v_U (U \in \mathfrak{B}_i(U_k))$ ,  $U_k \in \text{Rel } \pi_i$ , а сумма  $\Sigma''$  — на  $\pi_i$ , удовлетворяющие условиям  $\pi_i(U) = v_U (U \in \mathfrak{B}_i(U_k))$ ,  $U_k \in \text{Rel } \pi_i$ , если



общая справа дробь имеет смысл (т. е. если ее знаменатель отличен от нуля), и

$$\rho_{\mu_i} = [\nu_{U_k}, \nu_U (U \in \mathfrak{B}_i(U_k))] = \sum_{\pi_i} \mu_i[\pi_i] \\ \pi_i(U_k) = \nu_{U_k}$$

противном случае (здесь  $\mu_i[\pi_i]$  означает вероятность чистой стратегии в условиях смешанной стратегии  $\mu_i$ ).

Так определенные числа вида (1), очевидно, неотрицательны и удовлетворяют соотношениям (2), так что  $\rho_{\mu_i}$  можно считать редукцией  $i$ -го игрока. Эта редукция называется редукцией, соответствующей смешанной стратегии  $\mu_i$ .

Если  $\mu_i$  — смешанная стратегия, соответствующая редукции  $\rho_{\mu_i}$ , которая в свою очередь соответствует смешанной стратегии  $\mu_i$ , то  $\mu_i$  называется редуцированной стратегией, соответствующей  $\mu_i$ .

Будем говорить, что в игре  $\Gamma$   $i$ -й игрок имеет упорядочивающую память, если, каковы бы ни были информационные множества  $U$  и  $V$  из  $\mathfrak{U}_i$ , из  $V < U$  следует  $U \subset D(V)$ .

Очевидно, игрок, обладающий в игре  $\Gamma$  упорядочивающей памятью, обладает в этой игре и ациклической памятью.

**Теорема 3.** *Если в игре  $\Gamma$   $i$ -й игрок обладает упорядочивающей памятью, то каждая смешанная стратегия этого игрока эквивалентна соответствующей ей редуцированной стратегии.*

Нетрудно проверить, что в случае, когда игрок имеет полную память, его редукции являются не чем иным, как его поведением, а редуцированные стратегии — стратегиями поведения. Поэтому теорема 3 обобщает теорему Куна о стратегиях поведения в ее достаточной части.

Поступило  
9 I 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> H. W. K u h n, Contributions to the Theory of Games, 2, Princeton, 1953, p. 193—  
16. <sup>2</sup> N. D a b k e y, ibid., p. 217—243. <sup>3</sup> G. L. T h o m p s o n, ibid., p. 267—  
77. <sup>4</sup> B. J. B r i c h, Proc. Cambr. Phil. Soc., 51, № 2, 275 (1955).

А. С. КАЛАШНИКОВ

# О ПЕРВОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ОДНОМЕРНОЙ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

(Представлено академиком И. Г. Петровским 23 II 1957)

В теории одномерной нестационарной фильтрации встречаются уравнения вида

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 \varphi(u)}{\partial x^2}, \quad (1)$$

где  $\varphi(u) > 0$ ,  $\varphi'(u) > 0$  для  $u > 0$ ;  $\varphi(0) = \varphi'(0) = 0$ . Уравнение (1) при  $u > 0$  является нелинейным параболическим уравнением; при  $u = 0$  оно вырождается в уравнение 1-го порядка. В работе (2) для уравнения (1) (а также для более общих уравнений) рассмотрены задача Коши и первая краевая задача с нулевыми граничными условиями. В настоящей заметке методами (2) доказываются существование и единственность обобщенного решения первой краевой задачи для уравнения (1) в ограниченной и полуограниченной областях.

Рассмотрим уравнение (1) в прямоугольнике  $R \{0 \leq t \leq T, 0 \leq x \leq X\}$  при начальном и граничных условиях:

$$u(0, x) = f_0(x) \geq 0; \quad u(t, 0) = f_1(t) \geq 0; \quad u(t, X) = f_2(t) \geq 0. \quad (2)$$

Обозначив через  $\Gamma$  часть границы  $R$ , состоящую из боковых сторон ( $t = 0$ ,  $x = 0$  и  $x = X$ ), перепишем условия (2) в виде  $u|_{\Gamma} = f(s)$ .

Определение 1. Функцию  $u(t, x) \geq 0$ , непрерывную в  $R$  и удовлетворяющую условиям (2), назовем обобщенным решением задачи (1), (2), если существует обобщенная производная  $\partial \varphi(u)/\partial x \in L_2(R)$  и для любой функции  $F(t, x)$ , непрерывно дифференцируемой в  $R$  и равной нулю при  $t = T$ ,  $x = 0$ ,  $x = X$ , имеет место равенство

$$\iint_R \left[ \frac{\partial F}{\partial t} u - \frac{\partial F}{\partial x} \frac{\partial \varphi(u)}{\partial x} \right] dt dx + \int_0^X F(0, x) f_0(x) dx = 0. \quad (3)$$

Теорема 1. Обобщенное решение задачи (1), (2) единственно.

Доказательство аналогично доказательству единственности в (2).

Теорема 2. Пусть  $\varphi(u)$  6 раз непрерывно дифференцируема при  $0 < u \leq M + \varepsilon = M_1$ , где  $M = \max f$ ,  $\varepsilon > 0$ ; функции  $\varphi(f_0(x))$ ,  $\varphi(f_1(t))$ ,  $\varphi(f_2(t))$  удовлетворяют условию Липшица;  $\varphi(u)$  подчинена требованиям

$$\varphi''(u) > 0 \text{ при } u > 0; \quad \varphi'(u) = O(\sqrt{\varphi''(u)}) \text{ при } u \rightarrow 0; \quad \int_0^u \frac{\varphi'(\alpha)}{\alpha} d\alpha < \infty. \quad (4)$$

Тогда существует обобщенное решение  $u(t, x)$  задачи (1), (2). В точках  $R \setminus \Gamma$ , где  $u(t, x) > 0$ , существуют и непрерывны все производные  $u(t, x)$  входящие в уравнение (1), и  $u(t, x)$  удовлетворяет этому уравнению.



Предпосылки теоремы 2 выполняются, например, если  $f_0(x)$ ,  $f_1(t)$ ,  $f(t)$  удовлетворяют условию Липшица и  $\varphi(u) = u^\mu$ ,  $\mu > 1$ .

Доказательство теоремы 2. Положим  $v = \varphi(u)$ ,  $u = \varphi^{-1}(v) = \omega(v)$ . Построим на  $\Gamma$  последовательность функций  $g_n(s) = \{g_{0n}(x), g_{1n}(t), g_{2n}(t)\}$  со следующими свойствами:  $g_{0n}(x)$ ,  $g_{1n}(t)$ ,  $g_{2n}(t)$  бесконечно дифференцируемы;  $g_{0n}(0) = g_{1n}(0)$ ;  $g_{0n}(X) = g_{2n}(0)$ ;  $g'_{1n}(0) = \varphi'(\omega(g_{0n}(0)))g''_{0n}(0)$ ;  $g'_{2n}(0) = \varphi'(\omega(g_{0n}(X)))g''_{0n}(X)$ ;  $0 < g_{n+1}(s) < g_n(s) \leq M_2 = \varphi(M_1)$ ;  $\sup_{n, t, x} \{|g'_{0n}(x)|, |g'_{1n}(t)|, |g'_{2n}(t)|\} \leq N$ ;  $g_n(s) \rightarrow \varphi(f(s))$  равномерно на  $\Gamma$ . Как доказано в (3), при каждом  $n$  существует в  $R$  решение  $v_n(t, x)$  уравнения

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \varphi'(\omega(v)) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \quad (5)$$

с условием  $v_n|_{\Gamma} = g_n(s)$ ; можно показать, что внутри  $R$  все  $v_n$  имеют непрерывные производные по  $x$  до 6-го порядка. Пользуясь принципом максимума, получим  $0 < v_{n+1} \leq v_n \leq M_2$ . Отсюда  $0 < u_{n+1} \leq u_n \leq M_1$ , где  $u = \omega(v_n)$ . Следовательно, существует  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n(t, x) = u(t, x) \geq 0$ . Покажем, что  $u(t, x)$  — обобщенное решение задачи (1), (2).

Подставим в уравнение (1) его решение  $u_n(t, x)$ . Умножая обе части функции  $F_n(t, x) = \varphi(u_n(t, x)) - g_{1n}(t) + \int_X [g_{1n}(t) - g_{2n}(t)]$  и интегрируя по частям, получим для интеграла  $\int_R \left[ \frac{\partial \varphi(u_n)}{\partial x} \right]^2 dt dx$  оценку, не зависящую от  $n$ ; значит, последовательность  $\{\partial \varphi(u_n)/\partial x\}$  ограничена в  $L_2(R)$ . Отсюда следует, что существует обобщенная производная  $\partial \varphi(u)/\partial x \in L_2(R)$  и найдется подпоследовательность  $\{u_{n_k}\}$  такая, что  $\{\partial \varphi(u_{n_k})/\partial x\}$  слабо сходится в  $L_2(R)$  к  $\partial \varphi(u)/\partial x$  (см. (4), стр. 42—43).

Умножим обе части (1) на функцию  $F(t, x)$ , непрерывно дифференцируемую в  $R$  и равную нулю при  $t = T$ ,  $x = 0$ ,  $x = X$ ; интегрируя по частям, получим, что для  $u_{n_k}$  выполняется равенство (3). Предельным переходом устанавливаем, что (3) справедливо и для  $u(t, x)$ .

Покажем, что во всяком прямоугольнике  $R_\delta \{0 \leq t \leq T, 0 < \delta \leq x \leq X - \delta\}$  производные  $\partial \varphi(u_n)/\partial x = \partial v_n/\partial x$  равномерно ограничены по модулю. Воспользуемся для этого методом С. Н. Бернштейна, подобно тому как это сделано в работе (5). Рассмотрим в  $R$  функцию  $w_n(t, x) = x(X - x)|\partial v_n/\partial x| + e^{2Xv_n}$ . Если максимум  $w_n$  достигается при  $\partial v_n/\partial x = 0$  или на  $\Gamma$ , то  $w_n \leq NX^2/4 + e^{2XM_2} = K_1$ . Если же максимум  $w_n$  достигается в  $R \setminus \Gamma$ , причем в точке максимума  $w_n$   $\partial v_n/\partial x \neq 0$ , то в этой точке  $\varphi'(\omega(v_n))\partial^2 w_n/\partial x^2 - \partial w_n/\partial t \leq 0$ ; используя уравнение (5) и уравнение, полученное дифференцированием (5) по  $x$ , а также учитывая, что  $\partial w_n/\partial x = 0$  в точке максимума  $w_n$ , приведем последнее неравенство к виду

$$\left\{ 4X^2 e^{2Xv_n} \varphi' + \frac{\varphi''}{\varphi'} [2X e^{2Xv_n} \pm (X - 2x)] \right\} \left( \frac{\partial v_n}{\partial x} \right)^2 + \\ + 2\varphi' \left\{ \mp 1 - \frac{(X - 2x) [2X e^{2Xv_n} \pm (X - 2x)]}{x(X - x)} \right\} \frac{\partial v_n}{\partial x} \leq 0.$$

В силу условий (4) получаем отсюда  $|\partial v_n/\partial x| \leq K_2/x(X - x)$ ,  $w_n \leq K_2 + e^{2XM_2} = K_3$  в точке максимума  $w_n$ ; тем более во всякой другой точке  $w_n \leq K_3$ . Полагая  $K = \max(K_1, K_3)$ , находим, что в  $R_\delta$   $|\partial v_n/\partial x| \leq K/\delta(X - \delta) = K_\delta$ .

Функция  $\varphi(u(t, x))$  удовлетворяет в  $R_\delta$  условию Липшица по  $x$  с постоянной  $K_\delta$ , не зависящей от  $t$ . Как в (2), докажем, что  $\varphi(u(t, x))$

непрерывна в любом  $R_\delta$ . Следовательно,  $u(t, x)$  непрерывна всюду при  $0 \leq t \leq T$ ,  $0 < x < X$ . В частности,  $\lim_{(t, x) \rightarrow (0, x_0)} u(t, x) = f_0(x_0)$  для  $0 < x_0 < X$ .

Докажем непрерывность  $u(t, x)$  в точке  $(t_0, 0)$ ,  $0 < t_0 \leq T$ . Из того что  $v_n \geq v_{n+1}$  и  $v_n(t_0, 0) \rightarrow \varphi(f_1(t_0))$ , следует

$$\overline{\lim}_{(t, x) \rightarrow (t_0, 0)} u(t, x) \leq f_1(t_0). \quad (6)$$

Поскольку  $u(t, x) \geq 0$ , в случае  $f_1(t_0) = 0$  получаем из  $\lim_{(t, x) \rightarrow (t_0, 0)} u(t, x) = 0 = f_1(t_0)$ .

Пусть теперь  $f_1(t_0) > 0$ . Как показал Г. И. Баренблатт <sup>(6)</sup>, уравнение (1) при  $t \geq t_1$ ,  $x \geq 0$  обладает решениями вида

$$\tilde{u}(t, x) = \begin{cases} \Phi^{-1}(c[c(t-t_1)-x]), & 0 \leq x \leq c(t-t_1); \\ 0, & x \geq c(t-t_1). \end{cases}$$

Здесь  $\Phi(u) = \int_0^u \frac{\varphi'(\alpha)}{\alpha} d\alpha$ ; в силу (4) интеграл существует.

Нетрудно проверить, что  $\tilde{u}(t, x)$  в любом прямоугольнике будет обобщенным решением уравнения (1) в смысле определения 1. Возьмем произвольные  $\eta > 0$ ,  $\delta > 0$ . Выбрав надлежащим образом  $c$  и  $t_1$ , мы получим, что  $\tilde{u}(t_0, 0) = f_1(t_0) - \eta$  и при достаточно малом  $\gamma > 0$  на границе  $\tilde{\Gamma}(t = t_1, x = 0, x = \delta)$  прямоугольника  $\tilde{R} \{t_1 \leq t \leq \min(t_0 + \gamma, T), 0 \leq x \leq \delta\}$  будет  $u_n|_{\tilde{\Gamma}} > \tilde{u}|_{\tilde{\Gamma}}$  ( $n = 1, 2, \dots$ ). Построим на  $\tilde{\Gamma}$  монотонно убывающую последовательность гладких функций  $\tilde{f}_n$ , равномерно сходящуюся к  $\tilde{u}|_{\tilde{\Gamma}} = \tilde{f}$ ; пусть  $\{\tilde{u}_n\}$  — соответствующая последовательность решений уравнения (1) с условием  $\tilde{u}_n|_{\tilde{\Gamma}} = \tilde{f}_n$ . Вычитая одно из другого равенства вида (3), написанные для  $\tilde{u}_n$  и  $\tilde{u}$ , найдем

$$\begin{aligned} \iint_{\tilde{R}} \left\{ \frac{\partial F}{\partial t} (\tilde{u}_n - \tilde{u}) - \frac{\partial F}{\partial x} \left[ \frac{\partial \varphi(\tilde{u}_n)}{\partial x} - \frac{\partial \varphi(\tilde{u})}{\partial x} \right] \right\} dt dx = \\ = \int_0^\delta F(t_1, x) [\tilde{u}(t_1, x) - \tilde{u}_n(t_1, x)] dx. \end{aligned}$$

Положим в этом равенстве  $F(t, x) = \int_{t_0+\gamma}^t \left\{ [\varphi(\tilde{u}_n(\tau, x)) - \varphi(\tilde{u}(\tau, x))] + \left(\frac{x}{\delta} - 1\right) [\varphi(\tilde{u}_n(\tau, 0)) - \varphi(\tilde{u}(\tau, 0))] - \frac{x}{\delta} [\varphi(\tilde{u}_n(\tau, \delta)) - \varphi(\tilde{u}(\tau, \delta))] \right\} d\tau$ .

После преобразований получим  $\lim_{n \rightarrow \infty} \iint_{\tilde{R}} [\varphi(\tilde{u}_n) - \varphi(\tilde{u})] (\tilde{u}_n - \tilde{u}) dt dx = 0$ .

Отсюда следует, что  $\tilde{u}_n(t, x) \rightarrow \tilde{u}(t, x)$  в каждой точке  $\tilde{R}$ .

Так как  $u_n|_{\tilde{\Gamma}} > \tilde{u}|_{\tilde{\Gamma}}$ , можно считать, что  $u_n|_{\tilde{\Gamma}} \geq \tilde{u}_n|_{\tilde{\Gamma}}$ ; по принципу максимума  $u_n(t, x) \geq \tilde{u}_n(t, x)$  всюду в  $\tilde{R}$ . Значит,  $u(t, x) \geq \tilde{u}(t, x)$  откуда

$$\lim_{(t, x) \rightarrow (t_0, 0)} u(t, x) \geq \tilde{u}(t_0, 0) = f_1(t_0) - \eta. \quad (7)$$

Ввиду произвольности  $\eta$  (6) и (7) дают  $\lim_{(t, x) \rightarrow (t_0, 0)} u(t, x) = f_1(t_0)$ .



Доказательство непрерывности  $u(t, x)$  в точке  $(t_0, X)$ ,  $0 < t_0 \leq T$ , сводится к тому, что рассмотренному случаю заменой  $x' = X - x$ . Непрерывность  $u(t, x)$  в точках  $(0, 0)$  и  $(0, X)$  можно доказать с помощью обычных барьеров (см. (7), стр. 344—345). Наконец, существование в любой точке  $R \setminus \Gamma$ , где  $u(t, x) > 0$ , непрерывных производных  $u(t, x)$ , входящих в уравнение (1), получается как следствие равномерной ограниченности в окрестности такой точки последовательных производных  $u(t, x)$  по  $x$  вплоть до 4-го порядка, что устанавливается по методу Н. Бернштейна. Теорема 2 доказана.

Следствие. Обобщенное решение  $u(t, x)$  задачи (1), (2) будет в  $R \setminus \Gamma$  положительным и поэтому всюду в  $R \setminus \Gamma$  будет иметь непрерывные производные, входящие в уравнение (1), если (в дополнении к условиям теоремы 2)  $f_0(x) > 0$  при  $0 < x < X$ .

Действительно, рассмотрим в  $R$  функцию  $z(t, x) = \alpha_\delta e^{-M_3 \pi^2 t / (X-2\delta)^2} \times \sin \frac{\pi(x-\delta)}{X-2\delta}$ , где  $M_3 = \varphi'(M_1)$ ,  $\alpha_\delta = \inf_{\delta \leq x \leq X-\delta} f_0(x)$ . Очевидно,  $\partial z / \partial t = -M_3 \partial^2 z / \partial x^2$  всюду в  $R$ ;  $z < 0$  в  $R \setminus R_\delta$ ;  $z > 0$ ,  $\partial^2 z / \partial x^2 < 0$  внутри  $R_\delta$ . Учитывая эти свойства  $z$ , легко показать при помощи принципа максимума, что всюду в  $R$   $v_n(t, x) \geq z(t, x)$ ,  $n = 1, 2, \dots$ . Следовательно,  $R_{2\delta}$   $u(t, x) \geq \beta_\delta > 0$ .

Рассмотрим теперь уравнение (1) в полуполосе  $D \{0 \leq t \leq T, 0 \leq x < \infty\}$  при краевых условиях

$$u(0, x) = f_0(x) \geq 0 \quad u(t, 0) = f_1(t) \geq 0. \quad (8)$$

Определение 2. Функцию  $u(t, x) \geq 0$ , непрерывную и ограниченную в  $D$ , удовлетворяющую условиям (8), назовем обобщенным решением задачи (1), (8), если существует обобщенная производная  $\partial \varphi(u) / \partial x$ , суммируемая с квадратом в любой конечной области и ограниченная при  $0 \leq t \leq T$ ,  $\delta \leq x < \infty$  (каково бы ни было  $\delta > 0$ ), если для всякой непрерывно дифференцируемой функции  $F(t, x)$ , равной нулю при  $x = 0$ ,  $t = T$  и отличной от нуля лишь в конечной области, имеет место равенство

$$\iint_D \left[ \frac{\partial F}{\partial t} u - \frac{\partial F}{\partial x} \frac{\partial \varphi(u)}{\partial x} \right] dt dx + \int_0^\infty F(0, x) f_0(x) dx = 0.$$

Теорема 3. Обобщенное решение задачи (1), (8) единственно.

Доказательство проводится так же, как в (2).

Теорема 4. Пусть  $f_0(x) \leq M$ ,  $f_1(t) \leq M$ , функции  $\varphi(f_0(x))$  и  $\varphi(f_1(t))$  удовлетворяют условию Липшица соответственно при  $0 \leq x < \infty$  и  $0 \leq t \leq T$ , а для  $\varphi(u)$  выполняются условия, указанные в теореме 2. Тогда существует обобщенное решение задачи (1), (8). В тех точках  $D$ , где  $t > 0$ ,  $x > 0$  и  $u(t, x) > 0$ , существуют и непрерывны все производные  $u(t, x)$ , входящие в уравнение (1), и  $u(t, x)$  удовлетворяет этому уравнению.

Доказательство сходно с доказательством теоремы 2.

Автор благодарит О. А. Олейник за руководство и помощь.

Математический институт им. В. А. Стеклова  
Академии наук СССР

Поступило  
14 II 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Л. С. Лейбензон, Движение природных жидкостей и газов в пористой среде, М.—Л., 1947. <sup>2</sup> О. А. Олейник, ДАН, 113, № 6 (1957). <sup>3</sup> О. А. Олейник, Г. Д. Венгцель, Матем. сборн., 41 (83), в. 1, 105 (1957). <sup>4</sup> С. Л. Соболев, Некоторые применения функционального анализа в математической физике, Л., 1950. <sup>5</sup> Н. С. Пискунов, Изв. АН СССР, сер. матем., 7, в. 1, 35 (1943). <sup>6</sup> Г. И. Баренблатт, Прикл. матем. и мех., 17, в. 6, 739 (1953). <sup>7</sup> И. Г. Петровский, Лекции об уравнениях с частными производными, М., 1953.

Г. И. КРУЧКОВИЧ

# О ПОЛУПРИВОДИМЫХ РИМАНОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

(Представлено академиком П. С. Александровым 16 III 1957)

1°. Риманово пространство  $V_n$  мы назовем полуприводимым, если существует система координат, в которой его метрическая форма имеет вид

$$ds^2 = ds_0^2 + \sigma ds_1^2 = g_{ij}(x^k) dx^i dx^j + \sigma(x^k) a_{\alpha\beta}(x^\gamma) dx^\alpha dx^\beta$$

$$(i, j, k = 1, \dots, q; \alpha, \beta, \gamma = q+1, \dots, n),$$

где  $ds_0^2$  и  $ds_1^2$  — самостоятельные  $q$ -мерная и  $(n-q)$ -мерная метрики, зависящие каждая от своих аргументов, а функция  $\sigma$  зависит только от переменных из  $ds_0^2$ . В частности, при  $\sigma = \text{const}$  полуприводимые включают в себя все приводимые римановы пространства. Метрику  $ds_0^2$  будем называть главной частью  $ds^2$ , а  $ds_1^2$  — ее добавочной частью.

Полуприводимые  $V_n$  охватывают широкий класс наиболее богатых различными геометрическими свойствами римановых пространств. Та же все пространства постоянной кривизны и субпроективные пространства Кагана являются полуприводимыми, так как они допускают систему координат, в которой \*

$$ds^2 = dx^{0^2} + \sigma(x^0) ds_1^2(x^1, \dots, x^{n-1}),$$

где  $ds_1^2$  — метрика постоянной кривизны  $K_1$ .  $V_n$  постоянной кривизны выделяются из (2) условием  $\sigma(\ln \sigma)'' = -2K_1$ . При изучении движений в римановых пространствах оказалось, что все наиболее подвижные  $V_n$  за отдельными исключениями, являются полуприводимыми <sup>(1, 2)</sup>. Полуприводимые  $V_n$  появляются также в связи с конформными <sup>(3)</sup> и проективными <sup>(4)</sup> преобразованиями в  $V_n$ . Отметим еще, что в теории относительности большое значение имеет так называемое центрально-симметрическое пространство — время <sup>(5)</sup>, метрика которого также полуприводима.

Естественно поставить вопрос о выделении свойств, характеризующих весь класс полуприводимых пространств  $V_n$ . В настоящей заметке указывается геометрическая характеристика и вводится тензорный признак полуприводимых  $V_n$ , а также рассматривается вопрос о единственности представления метрики собственно риманова пространства в виде (1).

2°. Из (1) видно, что полуприводимое  $V_n$  расслаивается на взаимно ортогональные  $q$ -мерные и  $(n-q)$ -мерные поверхности, несущие метрики  $ds_0^2$  и  $\sigma ds_1^2$ . При этом первые поверхности являются вполне геодезическими, а вторые подобны друг другу и состоят, как нетрудно проверить, из омбилических точек. Такое расслоение  $V_n$  оказывается также

\* Сюда не включаются исключительные субпроективные пространства, метрика которых  $ds^2 = 2dx^1 dx^2 + \sigma(x^2)(e_3 dx^{3^2} + \dots + e_n dx^{n^2})$ ,  $e_\alpha = \pm 1$  тоже полуприводимы.



достаточным для его полуприводимости, а именно, имеет место следующая теорема.

Теорема 1. Для того чтобы риманово пространство  $V_n$  было полуприводимым, необходимо и достаточно, чтобы оно расслаивалось на семейства  $q$ -мерных и  $(n - q)$ -мерных взаимно ортогональных поверхностей, при этом поверхности одного семейства являются вполне геодезическими, а поверхности другого — омбилические и подобные друг другу.

3°. Если в пространстве (1) взять симметрический тензор  $A_{ab}$  с компонентами  $A_{ij} = A_{i\alpha} = 0$ ,  $A_{\alpha\beta} = \sigma A_{\alpha\beta}$ , то легко обнаружить, что удовлетворяются уравнения

$$A_{ab,c} = -\frac{1}{2}(u_a A_{bc} + u_b A_{ac}), \tag{3}$$

$$A_{ac}A^c_b = A_{ab} \quad (a, b, c = 1, \dots, n), \tag{4}$$

где запятая означает ковариантное дифференцирование в  $V_n$ ;  $u_a$  — градиент функции  $u = \ln \sigma$ . При этом, очевидно,  $A_{ab} \neq \lambda g_{ab}$ .

Обратно, пусть для некоторого симметрического тензора  $A_{ab} \neq \lambda g_{ab}$  для градиента  $u_a$  выполнены уравнения (3) и (4). Из (4) следует, что матрица  $A = \|A^a_b\|$  имеет простые элементарные делители. Это значит, что в каждой точке одновременно можно привести тензоры  $A_{ab}$  и  $g_{ab}$  к виду  $g_{ab} = \delta_{ab}$ ,  $A_{ab} = \rho_a \delta_{ab}$ , где  $\rho_a$  — корни уравнения  $|A_{ab} - \rho g_{ab}| = 0$ ;  $\delta_{ab}$  — символы Кронекера. Используя уравнения (3), можно показать, что главные площадки, отвечающие различным корням  $\rho_\alpha$ , голономны, тогда, перейдя в специальную систему координат, определяемую этими площадками, уже нетрудно показать, что пространство  $V_n$  полуприводимо.

Теорема 2. Для того чтобы риманово пространство  $V_n$  было полуприводимым, необходимо и достаточно, чтобы существовал симметрический тензор  $A_{ab}$ , не пропорциональный метрическому, который совместно с некоторым градиентом  $u_a$  удовлетворял бы уравнениям:

$$1) A_{ab,c} = -\frac{1}{2}(u_a A_{bc} + u_b A_{ac}); \quad 2) A_{ac}A^c_b = A_{ab}.$$

Эта теорема есть непосредственное обобщение известного признака приводимости (6), который получается у нас при  $u_a = 0$ , т. е.  $\sigma = \text{const}$ . Отметим, что для собственно римановых пространств  $V_n$  ( $ds^2 > 0$ ) условие 2) теоремы является излишним ввиду того, что в этом случае матрица  $\|A_{ab} - \rho g_{ab}\|$  всегда имеет простые элементарные делители. Следовательно, в собственно римановом пространстве каждый нетривиальный (т. е.  $\neq \lambda g_{ab}$ ) симметрический тензор  $A_{ab}$ , удовлетворяющий уравнениям (3), определяет полуприводимое разложение метрики  $ds^2$ .

4°. Допустим, что дано полуприводимое пространство (1). Возникает вопрос, существует ли другое, геометрически отличное от данного представление  $V_n$  на поверхности, указанное в теореме 1, т. е. единственное представление метрики  $ds^2$  в виде (1) с точностью до тривиальных преобразований вида  $\tilde{x}^i = f^i(x^k)$ ,  $\tilde{x}^\alpha = \varphi^\alpha(x^\gamma)$ .

Покажем на примерах, что единственность представления метрики полуприводимой форме может нарушаться:

1)  $ds^2 = (ds_0^2 + \sigma_1 ds_1^2) + \sigma_2 ds_2^2 = (ds_0^2 + \sigma_2 ds_2^2) + \sigma_1 ds_1^2$ , где  $ds_0^2$ ,  $ds_1^2$ ,  $ds_2^2$  — самостоятельные метрики;  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  зависят лишь от координат метрики  $ds_2^2$ .

2)  $ds^2 = ds_0^2 + \sigma ds_1^2$ , где  $ds_1^2 = d\tau_0^2 + \nu d\tau_1^2$ ; тогда  $ds^2 = (ds_0^2 + \sigma d\tau_0^2) + \sigma \nu d\tau_1^2$ .

3)  $ds^2 = ds_0^2 + \sigma ds_1^2$ , где  $ds_0^2 = d\tau_0^2(x^1, \dots, x^p) + \lambda(x^1, \dots, x^p) d\tau_1^2(x^{p+1}, \dots, x^q)$ ,  $\sigma = \lambda(x^1, \dots, x^p) \nu(x^{p+1}, \dots, x^q)$ ; тогда  $ds^2 = d\tau_0^2 + \lambda(d\tau_1^2 + \nu ds_1^2)$ .

В первом случае несколько полуприводимых разложений метрики  $ds^2$  появились потому, что для одной главной части  $ds_0^2$  она содержит несколько добавочных метрик  $ds_\alpha^2$ . Во втором примере главная часть  $ds_0^2$  увеличилась за счет полуприводимого разложения добавочной метрики  $ds_1^2$ . Будем говорить, что в этом случае новое полуприводимое разложение метрики  $ds^2$  есть продолжение вправо старого. Наконец, в третьем примере мы имеем дело с продолжением влево метрики  $ds_0^2$ , когда добавочная часть увеличилась за счет полуприводимости  $ds_0^2$ .

Если ограничиться собственно римановыми пространствами, то оказывается, что при неодномерной  $ds_0^2$  других более сложных примеров нарушения единственности полуприводимого разложения метрики быть не может. Точнее, имеет место следующая теорема:

**Теорема 3.** Если метрика собственно риманова пространства имеет в некоторой системе координат вид

$$ds^2 = ds_0^2 + \sigma_1(x^1) ds_1^2 + \dots + \sigma_p(x^1) ds_p^2,$$

где  $ds_0^2$  — неодномерная и неполуприводимая метрика, а функции  $\sigma_1, \dots, \sigma_p$  не находятся попарно в постоянном отношении, то соответствующее расслоение пространства  $V_n$  единственно, т. е. всякое другое представление  $ds^2$  в виде (5) получается из данного тривиальными преобразованиями\*.

Таким образом, различные полуприводимые разложения  $ds^2$  в (1) получаются из (5) либо за счет выбора добавочной метрики  $ds_\alpha^2$ , либо отнесения всего остального в главную часть, либо за счет продолжения вправо, если какая-либо метрика  $ds_\alpha^2$  сама полуприводима.

Если в (1)  $ds_0^2$  полуприводима, тогда надо продолжить метрику на несколько возможно влево, и если последняя главная часть окажется неодномерной, то можно будет применить теорему 3, предварительно выделив из главной части все остальные добавочные метрики  $ds_\alpha^2$ , если такие имеются.

5°. Рассмотрим, далее, случай полуприводимого собственно риманова пространства  $V_n$  с одномерной главной частью

$$ds^2 = dx^{0^2} + \lambda(x^0) ds_1^2(x^1, \dots, x^{n-1}).$$

В этом случае теорема 3 не верна. Например, на евклидовой плоскости бесконечным числом способов можно выбрать полярную систему координат, в которой  $ds^2 = dr^2 + r^2 d\varphi^2$ .

**Лемма** (ср. (3)). Для того чтобы  $V_n$  было полуприводимым с одномерной главной частью, необходимо и достаточно, чтобы существовало решение  $f \neq \text{const}$ ,  $\varphi$  уравнений\*\*

$$f_{,ab} = \varphi g_{ab}.$$

При этом необходимо, чтобы  $\varphi = \varphi(f)$ .

Различные представления данной метрики  $ds^2$  в виде (6) определяются разными решениями уравнений (7). Поэтому из всевозможных представлений рассматриваемой метрики в полуприводимой форме можн

\* Т. е. преобразованиями координат внутри каждой метрики  $ds_0^2, \dots, ds_p^2$ , перенумерацией метрик либо заменой  $\sigma_\alpha$  на  $c\sigma_\alpha$  и  $ds_\alpha^2$  на  $\frac{1}{c} ds_\alpha^2$ .

\*\* Для неопределенной метрики при  $\varphi = 0$  надо еще требовать неизотропности гессиана  $f_{,a}$ .



быть выбрано одно каноническое, именно то, в котором  $ds_0^2$  определяется всеми функционально независимыми решениями уравнений (7). Если таких решений больше одного, то  $ds_0^2$  имеет постоянную кривизну  $K$ , функция  $\sigma$  такова, что  $ds^{*2} = ds_0^2 + \sigma dt^2$  имеет ту же постоянную кривизну  $K$ . Такие пространства  $V_n$ , в соответствии с (4), назовем  $V_0(K)$ . Теорема 4. Если полуприводимое  $V_n$  (1) допускает нетривиальные решения уравнений (7), то либо оно является пространством  $V_0(K)$ , либо всякое его представление (1) получается из (6) продолжением право.

Московский энергетический институт

Поступило  
15 III 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> И. П. Егоров, ДАН, 111, № 2, 276 (1956). <sup>2</sup> H. Wakakuwa, Tôhoku Math. J., (2), 6, 121 (1954). <sup>3</sup> H. L. Vries, Math. Zs., 60, № 3, 328 (1954). <sup>4</sup> С. Солодовников, Усп. матем. наук, 11, 4 (70), 45 (1956). <sup>5</sup> П. К. Рашевский, Риманова геометрия и тензорный анализ, 1953. <sup>6</sup> П. А. Широков, Изв. вузов. физ.-матем. общ., (3), 11, 9 (1938).

И. И. ПАРОВИЧЕНКО

# О НЕКОТОРЫХ СПЕЦИАЛЬНЫХ КЛАССАХ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ПРОСТРАНСТВ И $\delta_S$ -ОПЕРАЦИЙ

(Представлено академиком П. С. Александровым 13 III 1957)

Ниже  $\aleph_\alpha$  — регулярное,  $\aleph_\lambda$  — иррегулярное и  $m$  — произвольное бесконечное кардинальное число. Если  $\Sigma_1$  и  $\Sigma_2$  — некоторые классы  $T$ -пространств, то  $\Sigma_1 \Sigma_2$ -пространством мы будем называть пространство класса  $\Sigma_1 \cap \Sigma_2$ .

1.  $T^\alpha$ -пространство  $M$  мы будем называть  $T^\alpha$ -пространством, если пересечение всякой системы мощности  $< \aleph_\alpha$  открытых в  $M$  множеств открыто в  $M$ . Примером  $T^\alpha$ -пространства (не являющегося  $T^{\alpha+1}$ -пространством) может служить упорядоченное множество нормального типа Хаусдорфа <sup>(1)</sup> с естественной интервальной топологией; другим примером служит пространство  $\mathcal{U}_\alpha$  мощности  $\aleph_\alpha$ , всеми собственными замкнутыми множествами которого служат все подмножества мощности  $< \aleph_\alpha$ . Но  $T^\alpha$ -пространство может быть построено из произвольного пространства  $M$  переходом к пространству  $T^\alpha M$ , точки которого суть те же, что и в  $M$ , а топология определяется открытым базисом всевозможных пересечений мощности  $< \aleph_\alpha$  из открытых множеств  $M$  (или элементов  $M$  которого открытого базиса  $M$ ). Легко видеть, что  $T_\alpha(T^\alpha M) = T^\alpha M$ , причём  $M$  есть  $T^\alpha$ -пространство тогда и только тогда, когда  $M = T^\alpha M$ . Положим  $T^\alpha T_i = T_i^\alpha$  ( $i = 0, 1, 2, \dots, 5$ ).

1,1. В каждой точке  $T_1^\alpha$ -пространства вес (и псевдовес) либо равен  $\aleph_\alpha$  либо  $\geq \aleph_\alpha$ .

1,2. В каждой точке  $x$   $T_1^\alpha$ -пространства, вес в которой равен  $\aleph_\alpha$ , определён вес сходимости, который тоже равен  $\aleph_\alpha$ .

1,3. При  $\alpha > 0$ , а для счётных пространств и при  $\alpha = 0$   $T_0^\alpha$ -пространство регулярно тогда и только тогда, когда оно нульмерно.

$T$ -пространство  $M$  мы будем называть  $m$ -бикомпактным, если для всякого открытого покрытия  $M$  можно выделить подпокрытие мощности  $< m$ .

Аналогично <sup>(2)</sup>, стр. 147 и <sup>(7)</sup> доказываются предложения:

1,4. Для того чтобы  $T_3^\alpha$ -пространство было  $\aleph_\alpha$ -бикомпактным, необходимо и достаточно, чтобы оно было замкнуто во всяком топологически содержащем его  $T_3^\alpha$ -пространстве.

1,5. Если  $T_3^\alpha$ -пространство  $M$  является  $\aleph_{\alpha+1}$ -бикомпактным, то  $M$  является  $T_4^\alpha$ -пространством.

1,6. Непрерывный образ  $m$ -бикомпактного пространства есть  $m$ -бикомпактное пространство.

$T^\alpha$ -произведением  $T$ -пространств  $M_\xi$  ( $\xi \in \Xi$ ), обозначаемое  $\prod_{\xi \in \Xi}^{(\alpha)} M_\xi$ , называется произведение пространств  $T^\alpha M_\xi$ , отличающееся от тихоновского только тем, что для задания элементарных открытых множеств (ср. <sup>(5)</sup>) фиксируется вместо системы индексов мощности  $< \aleph_0$



ема мощности  $< \aleph_\alpha$ . Легко видеть, что  $T^\alpha(\prod \mathfrak{M}_\varepsilon) = \prod^{(\alpha)} \mathfrak{M}_\varepsilon$ , где  $\prod$  — коновское произведение.

1.7. При  $i = 0, 1, 2, 3$  класс  $T_i^\alpha$ -пространств является наследственным и  $T^\alpha$ -мультипликативным.

2. Рассмотрим следующие два сопоставления:

А. Пусть  $M \cup x$  есть  $T_1$ -пространство, у которого  $x$  — единственная изолированная точка. Ему можно поставить в соответствие пространство  $\mathfrak{M}$ , заданное на  $M$ , всеми непустыми открытыми множествами которого являются все множества вида  $U(x) \cap M$ , где  $U(x)$  — окрестность  $x$  в исходном пространстве.

В. Пусть  $\Phi$  есть  $m$ - $\delta s$ -операция  $((^2)$ , стр. 91 и  $(^6)$ ) с индексным множеством  $M$  мощности  $m$ . Легко видеть, что база  $N_\Phi$   $(^2)$  для произвольной такой операции  $\Phi$  есть не что иное как система  $N$  подмножеств  $M$ , подчиненная двум условиям: 1)  $\Lambda \in N$  и 2)  $U \in N \& U' \supseteq U \rightarrow (U' \in N)$ ; однако некоторые операции (например, нижний предел) обладают еще следующими двумя свойствами: 3) для любого  $n \in U \in N \rightarrow (U \setminus n \in N)$  и  $(U_1 \in N \& U_2 \in N) \rightarrow (U_1 \cap U_2 \in N)$ . Эти последние операции мы будем называть нижними. Им тоже ставим в соответствие пространство  $\mathfrak{M}$ , заданное на  $M$  семейством  $N_\Phi$  в качестве всех непустых открытых множеств. Тогда базой  $N_\Phi$  дополнительной операции  $\bar{\Phi}$  служит семейство всех всюду плотных подмножеств  $\mathfrak{M}$ .

В пунктах А и В мы пришли к  $T_1$ -пространству  $\mathfrak{M}$ , обладающему свойствами:

а) любые окрестности любых двух точек пересекаются;

б) если  $G$  непусто и открыто и  $U \supseteq G$ , то  $U$  открыто.

Легко видеть, что  $T_1$ -пространства со свойствами а) и б) в смысле выше сопоставления взаимно-однозначно соответствуют пространствам  $Ux$  из А и нижним операциям из В. Например, пространство  $\mathfrak{Q}_0$  (см. выше) соответствует упорядоченному пространству типа  $\omega + 1$  и нижнему пределу.

$T$ -пространства со свойством а) мы будем называть антихаусдорфовыми или  $\bar{T}_2$ -пространствами, а  $\bar{T}_2$ -пространства со свойством б) —  $T$ -пространствами.

Введем еще аксиомы:

$\bar{T}_2(m)$ : в  $T$ -пространстве пересечение любой системы мощности  $< m$  непустых открытых множеств непусто.

$\bar{T}_2^+(\mathfrak{M})$ : в  $T$ -пространстве выполнены  $\bar{T}_2(\mathfrak{M})$  и б).

Пространство  $\mathfrak{Q}_\alpha$  служит примером  $T_1 \bar{T}_2^+(\aleph_\alpha)$ -пространства.

2.1. Если  $F_1$  и  $F_2$  — равномощные собственные замкнутые множества в  $\bar{T}_2^+$ -пространстве  $\mathfrak{M}$ , то взаимно-однозначное отображение  $\mathfrak{M}$  на себя, при котором  $F_1$  отображается на  $F_2$ , а все точки  $\mathfrak{M} \setminus (F_1 \cup F_2)$  остаются неподвижными, есть гомеоморфизм.

2.2. В  $T_1 \bar{T}_2^+$ -пространстве точки топологически неразличимы, в частности имеют одинаковый, соответственно, псевдовес и вес, причем локальный вес пространства равен его интегральному весу.

2.3. Если к  $T_1 \bar{T}_2^+$ -пространству  $\mathfrak{M}$  присоединить точку  $x$  с окрестностями,  $U(x) = G \cup x$ , где  $G$  — произвольное непустое открытое множество  $\mathfrak{M}$ , то получится пространство, гомеоморфное  $\mathfrak{M}$ .

2.4. Если в сопоставлении А  $M \cup x$  есть  $T_1$ -пространство, то соответствующее пространство  $\mathfrak{M}$  есть  $T_1^\alpha \bar{T}_2^+(\aleph_\alpha)$ -пространство, и наоборот.

2.5.  $m$ - $\delta s$ -операция  $\Phi$  тогда и только тогда является нижней операцией, совпадающей со своей дополнительной, когда  $N_\Phi$   $(^2)$  есть максимальная центрированная система подмножеств индексного множества с пустым пересечением.

**Примечание.** Если последнее пересечение непусто, а тогда оно состоит из единственного элемента  $n_0 \in M$ , то такое  $N_\Phi$  тоже определяет  $m$ - $\delta s$ -операцию, совпадающую со своей дополнительной, именно, операцию  $\Phi(E_n) = E_{n_0} (n \in M)$ ; однако для этой  $\Phi$  не выполнено свойство 3), если соответствующее пространство было бы  $T_0 \bar{T}_2^+$ -пространством с единственной незамкнутой точкой ( $n_0$ ).

2,6. Множества всех  $T_-$ ,  $T_1 \bar{T}_2^+$ - и  $T_5$ -пространств мощности  $m$ , и также множество всех  $m$ - $\delta s$ -операций (в частности, нижних и совпадающих со своими дополнительными) имеют мощность  $2^{2^m}$ .

Действительно, пусть  $M$  — изолированное пространство мощности  $m$ . Ввиду (\*) мощность  $\beta M = 2^{2^m}$ . Пусть  $M \cup x$  — подпространство в  $\beta M$ , где  $x \in \beta M \setminus M$ ; разобьем множество всех таких пространств на классы эквивалентности, где за отношение эквивалентности принят гомеоморфизм. Так как в один класс попадет множество пространств мощности  $\leq m$ , то  $2^m = 2^m < 2^{2^m}$ , то всех классов будет  $2^{2^m}$ , откуда с учетом предыдущего и получаем искомый результат.

Пусть  $\mathfrak{X}_\xi (\xi \in \Xi)$ ,  $\mathfrak{M}$  и  $\mathfrak{N}$  суть  $T_1 \bar{T}_2^+$ -пространства, где  $\mathfrak{X}_\xi$  попарно не пересекаются. Условимся называть  $A$ -суммой  $\sum_{\xi \in \Xi}^{(A)} \mathfrak{X}_\xi$  соединение  $\bigcup_{\xi \in \Xi} \mathfrak{X}_\xi$  с топологией, в которой открытыми множествами считаются  $\Lambda$  и все множества вида  $G = \bigcup_{\xi \in \Xi} G_\xi$ , где  $G_\xi$  — непустые открытые множества в соответствующем  $\mathfrak{X}_\xi$ ;

$A$ -произведением называем  $\mathfrak{M} \overset{A}{\times} \mathfrak{N}$  — абстрактное произведение соответствующих точечных множеств с топологией, в которой открытыми множествами считаются  $\Lambda$  и всякое множество  $W$  такое, что для него существует  $W_0 \subseteq W$ ,  $W_0 = \bigcup_{x \in U} [x, V_x]$ , где  $U$  — непустое открытое множество в  $\mathfrak{M}$ ;

$V_x$  — непустые открытые множества в  $\mathfrak{N}$  и  $[x, V_x]$  — множество всех  $p(x, y), y \in V_x$ .

2,7. Если  $\Xi_\xi$  есть  $T_1 \bar{T}_2^+ (m_\xi)$ -пространство ( $\xi \in \Xi$ ), то  $\sum_{\xi \in \Xi}^{(A)} \mathfrak{X}_\xi$  есть  $T_1 \bar{T}_2^+ (\sup_{\xi \in \Xi} m_\xi)$ -пространство, причем каждое слагаемое всюду плотно в  $A$ -сумме.

2,8.  $A$ -произведение двух  $T_1^\alpha \bar{T}_2^+ (\aleph_\alpha)$ -пространств есть  $T_1^\alpha \bar{T}_2^+ (\aleph_\alpha)$ -пространство.

Кишиневский государственный университет

Поступило 12 III 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> F. Hausdorff, Grundzüge der Mengenlehre, N. Y., 1949, p. 179.
- <sup>2</sup> Ф. Хаусдорф, Теория множеств, М.—Л., 1937.
- <sup>3</sup> B. Pospíšil, Ann. of Math., **38**, № 845 (1937).
- <sup>4</sup> П. Александров, Усп. матем. наук, **11**, в. 1 (17), 26 (1946).
- <sup>5</sup> П. Александров, Введение в общую теорию множеств и функций, М.—Л., 1938, стр. 392.
- <sup>6</sup> В. Шнейдер, Уч. зап. МГУ, в. 135, математика, **2**, 76 (1949).
- <sup>7</sup> Ю. Смирнов, Изв. АН СССР, сер. матем., **14**, 165 (1950).



А. П. ПРУДНИКОВ

# РЕШЕНИЕ В ИНТЕГРАЛЬНОЙ ФОРМЕ ОДНОЙ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ДВУХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

(Представлено академиком А. А. Дородницыным 15 III 1957)

Рассмотрим систему уравнений, встречающуюся в теории тепло-массового обмена <sup>(1)</sup>

$$\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial t} &= a \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) + b \frac{\partial V}{\partial t}, \\ \frac{\partial V}{\partial t} &= a' \left( \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) + b' \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right), \\ (a + a' + bb')^2 &\neq 4aa',\end{aligned}\tag{1}$$

начальными условиями

$$U(x, y, 0) = F_1(x, y), \quad V(x, y, 0) = F_2(x, y)\tag{2}$$

и граничными условиями

$$U'_x(0, y, t) = U'_y(x, 0, t) = V'_x(0, y, t) = V'_y(x, 0, t) = 0,\tag{3}$$

$$U'_x(c, y, t) = \psi_1(y, t), \quad U'_y(x, d, t) = X_1(x, t) \quad (t \geq 0),$$

$$V'_x(c, y, t) = \psi_2(y, t), \quad V'_y(x, d, t) = X_2(x, t).\tag{4}$$

Коэффициенты  $a, b, a', b'$  — постоянные величины. Для решения поставленной задачи воспользуемся двойным преобразованием Фурье, взятым по области  $R(-c \leq x \leq c, -d \leq y \leq d)$

$$\mathfrak{F}\{\Phi(x, y)\} = \iint_R \exp\left(-im\frac{\pi}{c}\xi - in\frac{\pi}{d}\eta\right) \Phi(\xi, \eta) d\xi d\eta = \varphi(m, n),\tag{5}$$

помощью которого действительной функции  $\Phi(x, y)$ , интегрируемой в  $R$ , ставится в соответствие функция  $\varphi(m, n)$  двух целочисленных аргументов  $m$  и  $n$ . По аналогии с терминологией операционного исчисления функцию  $\Phi(x, y)$  будем называть оригиналом, а функцию  $\varphi(m, n)$  — изображением. Известны условия <sup>(2)</sup>, при которых можно перейти от изображения  $\varphi(m, n)$  к оригиналу  $\Phi(x, y)$  в виде

$$\Phi(x, y) = \frac{1}{4cd} \sum_{m, n}^{-\infty, \infty} \exp\left(im\frac{\pi}{c}x + in\frac{\pi}{d}y\right) \varphi(m, n) = \mathfrak{F}^{-1}\{\varphi(m, n)\}.\tag{6}$$

Пусть функция  $\Phi_1(x, y)$  интегрируема в прямоугольнике  $(-2c \leq x \leq 2c, -2d \leq y \leq 2d)$ , а функция  $\Phi_2(x, y)$  интегрируема в  $R$ . Тогда под сверткой этих функций понимают двойной интеграл

$$\Phi_1(x, y) * \Phi_2(x, y) = \iint_R \Phi_1(x - \xi, y - \eta) \Phi_2(\xi, \eta) d\xi d\eta.\tag{7}$$

Если функция  $\Phi_1(x, y)$  является периодической по первому из аргументов периода  $2c$  и по второму периода  $2d$ , то имеет место основной закон свертки

$$\mathfrak{F}\{\Phi_1 * \Phi_2\} = \mathfrak{F}\{\Phi_1\} \cdot \mathfrak{F}\{\Phi_2\}. \quad (1)$$

Нам будет целесообразно продолжить функции  $U$  и  $V$  в интервалах  $(-c \leq x \leq 0)$  и  $(-d \leq y \leq 0)$  четным образом, а их частные производные  $U'_x, U'_y, V'_x, V'_y$  нечетным образом, что можно сделать в силу условий (3). Тогда, в предположении, что  $\mathfrak{F}$  можно переставить с  $\frac{\partial}{\partial t}$ , после применения преобразования (5) к задаче (1) — (4), получим систему двух обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{du(m, n, t)}{dt} = -a\delta u(m, n, t) + 2as_1(t) + b \frac{dv(m, n, t)}{dt},$$

$$\frac{dv(m, n, t)}{dt} = -a'\delta v(m, n, t) - b'\delta u(m, n, t) + 2a's_2(t) + 2b's_1(t),$$

$$\delta = \pi^2 \left( \frac{m^2}{c^2} + \frac{n^2}{d^2} \right), \quad (2)$$

$$s_j^+(t) = (-1)^n \int_{-d}^d \exp\left(-in \frac{\pi}{d} \eta\right) \Psi_j(\eta, t) d\eta + \\ + (-1)^n \int_{-c}^c \exp\left(-im \frac{\pi}{c} \xi\right) \chi_j(\xi, t) d\xi.$$

Здесь мы предполагаем, что условия (2) после применения преобразования Фурье (5) переходят в условия

$$u(m, n, 0) = f_1(m, n), \quad v(m, n, 0) = f_2(m, n). \quad (3)$$

По известным правилам операционного исчисления (3) задача (9), (10) посредством интеграла Лапласа — Карсона приводится к алгебраической системе

$$(p + a\delta) \bar{u}(m, n, p) - b p \bar{v}(m, n, p) = p f_1(m, n) - b p f_2(m, n) + 2a \bar{s}_1(p), \\ b' \delta \bar{u}(m, n, p) + (p + a'\delta) \bar{v}(m, n, p) = p f_2(m, n) + 2a' \bar{s}_2(p) + 2b' \bar{s}_1(p), \quad (4)$$

где, как обычно, знак черты над функциями обозначает их образы Лапласа — Карсона. После нахождения функций  $\bar{u}$  и  $\bar{v}$  из последней системы переходя к оригиналам относительно  $p$  будем иметь

$$u_1^*(m, n, t) = (A_1 e^{-\alpha_1 \delta t} + A_2 e^{-\alpha_2 \delta t}) f_1(m, n) + (A_3 e^{-\alpha_1 \delta t} + A_4 e^{-\alpha_2 \delta t}) f_2(m, n) + \\ + (A_5 e^{-\alpha_1 \delta t} + A_6 e^{-\alpha_2 \delta t}) * s_1(t) + (A_7 e^{-\alpha_1 \delta t} + A_8 e^{-\alpha_2 \delta t}) * s_2(t), \quad (5)$$

где  $\alpha_{1,2} = 1/2 [a' + r \pm \sqrt{(a' + r)^2 - 4aa'}]$  ( $r = a + bb'$ ), причем знак минус относится к индексу 1, а плюс — к индексу 2.

Для коэффициентов  $A_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 8$ ) имеют место соотношения

$$A_1 = \gamma'(\alpha_1 - a'), \quad A_2 = \gamma(a' - \alpha_2), \quad A_3 = -A_4 = \frac{A_7}{2a_1} = -\frac{A_8}{2a_2} = \gamma a' b, \\ A_5 = 2\gamma(\alpha_1 r - aa'), \quad A_6 = 2\gamma(aa' - \alpha_2 r) \quad \left( \gamma = \frac{1}{\alpha_1 - \alpha_2} \right). \quad (6)$$



Знак  $*$  обозначает взятие свертки по  $t$  от нуля до  $t$ . Функция  $(m, n, t)$  выражается с помощью правой части равенства (12), где вместо коэффициентов  $A_i$  надо поставить коэффициенты  $B_i$ :

$$B_1 = -B_2 = \frac{B_5}{2a_1} = -\frac{B_6}{2a_2} = \gamma b', \quad B_{3_1} = \gamma(\alpha_1 - r), \quad B_4 = \gamma(r - \alpha_2), \quad (14)$$

$$B_7 = 2\gamma a'(\alpha_1 - a), \quad B_8 = 2\gamma a'(a - \alpha_2).$$

Приступим теперь к нахождению оригиналов по  $m$  и  $n$  в равенстве (12). Предварительно заметим, что, принимая во внимание известное определение тета-функции <sup>(4)</sup>:

$$\vartheta_3(v, \tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} q^{n^2} z^{2n} \quad (z = e^{i\pi v}, \quad q = e^{i\pi \tau}),$$

легко найти с помощью (6), что изображению  $k(m, n, \zeta) = e^{-\delta \zeta}$  соответствует оригинал

$$K_1^*(x, y, \zeta) = \frac{1}{4cd} \vartheta_3\left[\frac{x}{2c}, \frac{i\pi\zeta}{c^2}\right] \vartheta_3\left[\frac{y}{2d}, \frac{i\pi\zeta}{d^2}\right],$$

являющийся, в силу известных свойств тета-функций, периодической функцией по  $x$  периода  $2c$  и по  $y$  периода  $2d$ . Учитывая последнее, нетрудно получить оригиналы в первых двух слагаемых равенства (12) с помощью соотношения (8), а в оставшихся слагаемых — с помощью (6). Тогда после очевидных преобразований будем иметь

$$J_1^*(x, y, t) = A_1 J_{11} + A_2 J_{21} + A_3 J_{12} + A_4 J_{22} + A_5 J'_{11} + A_6 J'_{21} + A_7 J'_{12} + A_8 J'_{22}, \quad (15)$$

где

$$J_{kl} = \frac{1}{4cd} \iint_R \vartheta_3\left[\frac{x-\xi}{2c}, \frac{i\pi\alpha_k t}{c^2}\right] \vartheta_3\left[\frac{y-\eta}{2d}, \frac{i\pi\alpha_k t}{d^2}\right] F_l(\xi, \eta) d\xi d\eta,$$

$$J'_{kl} = \frac{1}{4cd} \int_0^\tau d\tau \left\{ \vartheta_3\left[\frac{c-x}{2c}, \frac{i\pi\alpha_k(t-\tau)}{c^2}\right] \int_{-d}^d \vartheta_3\left[\frac{y-\eta}{2d}, \frac{i\pi\alpha_k(t-\tau)}{d^2}\right] \Psi_l(\eta, \tau) d\eta + \right.$$

$$\left. + \vartheta_3\left[\frac{d-y}{2d}, \frac{i\pi\alpha_k(t-\tau)}{d^2}\right] \int_{-c}^c \vartheta_3\left[\frac{x-\xi}{2c}, \frac{i\pi\alpha_k(t-\tau)}{c^2}\right] X_l(\xi, \tau) d\xi \right\}.$$

В силу упомянутого замечания относительно функции  $v(m, n, t)$  ее оригинал  $V(x, y, t)$  выражается с помощью правой части равенства (15), в котором лишь вместо коэффициентов  $A_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 8$ ) надо подставить коэффициенты  $B_i$  из (14).

Вычислительный центр  
Академии наук СССР

Поступило  
11 III 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> А. В. Лыков, Тепло и массообмен в процессах сушки, М.—Л., 1956. <sup>2</sup> Н. Gieringer, Monatsh. f. Math. u. Phys., 29, 65 (1918). <sup>3</sup> В. А. Диткин, П. И. Кузнецов, Справочник по операционному исчислению, М.—Л., 1951. <sup>4</sup> F. Tricomi, Elliptische Funktionen, Leipzig, 1948.

В. А. СТАТУЛЯВИЧУС

# ЛОКАЛЬНАЯ ПРЕДЕЛЬНАЯ ТЕОРЕМА ДЛЯ НЕОДНОРОДНЫХ ЦЕПЕЙ МАРКОВА СО СЧЕТНЫМ ЧИСЛОМ ВОЗМОЖНЫХ СОСТОЯНИЙ

(Представлено академиком А. Н. Колмогоровым 14 III 1957)

Рассмотрим последовательность

$$X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$$

случайных величин, принимающих целочисленные значения и связанных в неоднородную цепь Маркова с вероятностями перехода  $p_{ij}^{(k)}$  и абсолютными вероятностями  $p_{k|j} = P\{X_k = j | X_{k-1} = i\}$ . Пусть

$$S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n.$$

Введем следующие условия:

- I. Существует такое значение  $j_0$ , что  $p_{ij_0}^{(k)} \geq \alpha > 0$  для любых  $i$  и  $k$ .
- II.  $B_n^2 = DS_n \geq cn$ ;  $c > 0$  \*.
- III. Существуют равномерно ограниченные абсолютные моменты  $M_s | X_k$  до порядка  $s$  ( $s \geq 3$ ) включительно.
- IV. Общий наибольший делитель всех разностей  $j - j_0$ , для которых

$$\frac{1}{\ln n} \sum_{k=1}^n p_{k|j} \rightarrow \infty \quad (n \rightarrow \infty),$$

равен единице.

Для характеристической функции  $f_n(t)$  суммы  $S_n$  справедливы следующие леммы.

Лемма 1\*\*. Если выполнены условия I—III, то при  $|t| \leq n^{1/2}$

$$f_n\left(\frac{t}{B_n}\right) = \exp\left[-\frac{t^2}{2} + it \frac{MS_n}{B_n}\right] \left(1 + \sum_{k=1}^{s-3} \frac{1}{n^{k/2}} P_k(it)\right) + \\ + \frac{1}{n^{(s-2)/2}} (|t|^s + |t|^{3(s-2)}) \exp\left[-\frac{t^2}{2}\right] O(1),$$

где  $P_k(it)$  — многочлен от  $it$  степени  $3k$ . Коэффициенты многочлена действительны, зависят от  $n$ , но равномерно ограничены по  $n$ .

Здесь и в дальнейшем константа в символе  $O(1)$  зависит только от  $s$ .

\* Условие II выполняется, если, например,  $DX_k \geq c_1 > 0$  (1).

\*\* Лемма 1 справедлива, если условие I заменить условием, что коэффициент при  $t^2$  в характеристической функции  $\alpha^{(n)} \geq \delta > 0$ , причем величины  $X_k$  могут быть любыми  $\mathcal{M}_k$ -измеримыми функциями (определение  $\alpha^{(n)}$  и  $\mathcal{M}_k$  см. в (1)).

Лемма 2. Если выполнены условия I, IV, то

$$\int_{n^{1/2} < |t| \leq \pi B_n} \left| f_n\left(\frac{t}{B_n}\right) \right| dt = O\left(\frac{1}{n^{(s-2)/2}}\right). \quad (2)$$

Из равенства

$$B_n P\{S_n = m\} = \frac{1}{2\pi} \int_{|t| \leq n^{1/2}} f_n\left(\frac{t}{B_n}\right) \exp\left[-it \frac{m}{B_n}\right] dt + \\ + \frac{1}{2\pi} \int_{n^{1/2} < |t| \leq \pi B_n} f_n\left(\frac{t}{B_n}\right) \exp\left[-it \frac{m}{B_n}\right] dt$$

оценок (1), (2) легко следует (см., например, (2), § 51) следующая теорема.

Теорема. При условиях I—IV имеет место разложение

$$B_n P\{S_n = m\} = g(x_{nm}) + \sum_{k=1}^{s-3} \frac{1}{n^{k/2}} P_k\left(-\frac{d}{dx_{nm}}\right) g(x_{nm}) + O\left(\frac{1}{n^{(s-2)/2}}\right),$$

где  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{x^2}{2}\right]$ ;  $x_{nm} = \frac{m - MS_n}{B_n}$ ;  $P_k\left(-\frac{d}{dx}\right) g(x)$  означает, что в многочлене  $P_k(it)$  степени  $(it)^v$  заменяются выражениями  $(-1)^v \frac{d^v}{dx^v} g(x)$ .

Замечание. Соотношение

$$B_n P\{S_n = m\} - g(x_{nm}) \rightarrow 0 \quad (n \rightarrow \infty)$$

выполняется равномерно по всем  $m$  и в случае, [если условие III заменить более слабым условием:

IIIа. Существуют равномерно ограниченные  $M|X_k|^{2+\delta}$ ,  $\delta > 0$ .

Ленинградский государственный университет  
им. А. А. Жданова

Поступило  
8 XII 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Р. Л. Добрушин, Теория вероятностей и ее применения, № 1 (1956).  
Б. В. Гнеденко, А. Н. Колмогоров, Предельные распределения для сумм независимых случайных величин, 1949.



М. К. ФАГЕ

# ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ОПЕРАТОРНО-АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ НЕЗАВИСИМОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

(Представлено академиком В. И. Смирновым 18 III 1957)

Пусть

$$L = \frac{d^n}{dx^n} + p_{n-1}(x) \frac{d^{n-1}}{dx^{n-1}} + \dots + p_0(x) \quad (1)$$

обыкновенный линейный дифференциальный оператор с непрерывными комплексными (в частности, действительными) коэффициентами, заданными на интервале  $(a, b)$  ( $-\infty \leq a < b \leq +\infty$ ) действительной числовой прямой;

$$M = \frac{d^n}{dw^n} + q_{n-1}(w) \frac{d^{n-1}}{dw^{n-1}} + \dots + q_0(w) \quad (2)$$

оператор с коэффициентами, аналитическими в области  $G$  комплексной плоскости  $w$ .

В заметке (1) было построено топологическое кольцо  $A_{L,x_0}$  функций, каждая из которых является операторно-аналитической относительно  $L$  в (своей) окрестности некоторой (произвольной, но фиксированной) точки  $x_0 \in (a, b)$ , а также было указано, что соответствующее кольцо  $A_{M,w_0}$  для оператора  $M$  есть, как совокупность, просто множество  $A_{w_0}$  функций, аналитических в окрестности точки  $w_0$ . На основе этого была доказана эквивалентность всех обыкновенных операторов равного порядка (как вида (1), так и вида (2)): было построено преобразование одного оператора  $L$  в другой, т. е. такое преобразование  $T$ , которое: 1) изоморфно отображает одно кольцо  $A_{L,x_0}$  на другое; 2) переводит  $L$  в соответствующий другой оператор.

В настоящей заметке строится интегральная форма преобразования  $T = T_{M,w_0; L,x_0}$  (в этом смысле) оператора  $M$  в оператор  $L$  — по схеме, идущей от работ Ж. Дельсарта (2) и А. Я. Повзнера (3), посвященные операторам второго порядка. Таким образом, всякая функция  $g(x) \in A_{L,x_0}$ , т. е.  $L$ -аналитическая в окрестности  $x_0$ , получает интегральное представление  $g(x) = T f(w)$  через функцию  $f(w)$ , аналитическую в окрестности  $w_0$ . В основе этой схемы лежит теория задачи Коши для уравнения в частных производных

$$MF(w, x) = LF(w, x), \quad (3)$$

которое нужно решить при начальных значениях

$$F(w, x_0) = f_0(w), \dots, \frac{\partial^{n-1} F(w, x)}{\partial x^{n-1}} \Big|_{x=x_0} = f_{n-1}(w), \quad (4)$$

аналитических в области  $G$ .

§ 1. Локальное интегральное представление. Используя результаты заметки (1), можно получить следующую теорему:

Теорема 1. При каждом  $\omega_0 \in G$  решение  $F(\omega, x)$  задачи (3), (4) существует в комплексно-действительном цилиндре  $\Pi(|\omega - \omega_0| < \alpha, |x - x_0| < \beta)$  и может быть представлено в виде суммы двойного ряда

$$F(\omega, x) = \sum_{\mu=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} a_{\mu,m} g_{\mu}(\omega, \omega_0) f_m(x, x_0), \quad (5)$$

где  $\{g_{\mu}(\omega, \omega_0)\}_0^{\infty}$  есть  $M$ -базис в точке  $\omega_0$ ;  $\{f_m(x, x_0)\}_0^{\infty}$  есть  $L$ -базис в точке  $x_0$  и коэффициенты удовлетворяют неравенствам

$$|a_{\mu,m}| \leq C_1^{\mu} C_2^m \mu! m! \quad (6)$$

при всех  $\mu, m = 0, 1, 2, \dots$ .

Ряд (5) сходится абсолютно и равномерно внутри  $\Pi$  [и допускает почленное применение операторов  $(\partial^{\rho}/\partial\omega^{\rho})M^{\kappa}$ ,  $(\partial^q/\partial x^q)L^q$  ( $\rho, r = 0, 1, \dots, n-1$ ;  $\kappa, q = 0, 1, 2, \dots$ )] в любом порядке. Отсюда и из (6) можно получить следующий результат:

Теорема 2. Функция  $F(\omega, x)$  предыдущей теоремы и ее  $(\partial^{\rho}/\partial\omega^{\rho})M^{\kappa}$ -образы ( $\rho \leq n-1$ ) при закреплённом  $\omega$  являются  $L$ -аналитическими по  $x$  (в окрестности  $|x - x_0| < \beta$ ).

Зафиксируем  $\omega_0 \in G$ , рассмотрим некоторую функцию  $f(\omega) \in A_{\omega_0}$  и найдем решение  $F(\omega, x) = F_k(\omega, x)$  задачи (3), (4) при  $f_k(\omega) = f(\omega)$ ,  $f_s(\omega) = 0$  ( $s = 0, 1, \dots, n-1$ ;  $s \neq k$ ). Функции

$$c_{\mu,k}(x) \equiv c_{\kappa n + \rho, k}(x) = \frac{\partial^{\rho}}{\partial \omega^{\rho}} \bar{M}^{\kappa} F_k(\omega, x) |_{\omega=\omega_0}$$

будут тогда  $L$ -аналитическими в окрестности  $x_0$ , т. е. принадлежащими кольцу  $A_{L, x_0}$ . Этим определяются операторы  $T_{\mu, k} f(\omega) = c_{\mu, k}(x)$  ( $\mu = 0, 1, 2, \dots$ ;  $k = 0, 1, \dots, n-1$ ), преобразующие  $A_{M, \omega_0}$  в  $A_{L, x_0}$  и составляющие матрицу  $\tilde{T}$  с  $\infty$  строками и  $n$  столбцами, элементы которой под действием оператора  $M$  справа или  $L$  слева сдвигаются вниз на  $n$  строк, т. е. вообще:

$$T_{\rho, k} M^{\kappa} = L^{\kappa} T_{\rho, k} = T_{\kappa n + \rho, k}^{**}. \quad (7)$$

В силу (7) матрица  $\tilde{T}$  естественно разбивается на квадратные клетки  $\tilde{T}_0, \tilde{T}_1, \dots$  (сверху вниз) по  $n \times n$  операторов в каждой клетке.

Сопоставляя свойства операторов  $T_{\rho, k}$  ( $\rho, k = 0, 1, \dots, n-1$ ) верхней клетки  $\tilde{T}_0$  со свойствами оператора  $T = T_{M, \omega_0; L, x_0}$ , построенного в (1), приходим к следующему основному результату:

Теорема 3. След  $\tilde{T}_{0,0} + \dots + \tilde{T}_{n-1, n-1}$  клетки  $\tilde{T}_0$  совпадает с преобразованием  $T$ , изоморфно отображающим кольцо  $A_{M, \omega_0}$  на кольцо  $A_{L, x_0}$  и переводящим оператор  $M$  в оператор  $L$ .

Таким образом, получено локальное «интегральное» представление  $g(x) = T f(\omega)$   $L$ -аналитических функций  $g(x)$ , являющееся интегральным лишь в том смысле, что оно составлено из решений («интегралов») задачи Коши (3), (4).

§ 2. Область зависимости интегрального представления. Применяя способ увеличения числа независимых переменных (5) к решению задачи (3), (4), в частности, при построении каждой функции

\* За возможным исключением  $\mu = m = 0$ ; здесь  $C_1$  и  $C_2$  — некоторые постоянные; можно считать  $C_1 = C_2$ .

\*\* В этих соотношениях, по-видимому, заложены основы для распространения на операторы (1) теории операторов обобщенного сдвига Дельсарта (2) — Левитана (4).

$F_k(w, x)$ , получаем  $L$ -аналитическое продолжение этих функций (по  $x$ ) и тем самым  $L$ -аналитическое продолжение представления  $g(x) = Tf(w)$ .

Теорема 4. Если  $f(w)$  регулярна в круге  $|w - w_0| < R$ , то функция  $g(x) = Tf(w)$  допускает  $L$ -аналитическое продолжение \* в интервале  $(x_0 - R, x_0 + R) \cap (a, b)$ .

В случае достаточно гладких коэффициентов оператора  $L$ , применяя к каждой функции  $F_k(w, x)$  обобщенную формулу Римана (см. (5), § 3), получаем следующую интегральную (в обычном смысле) форму представления  $g(x) = Tf(w)$ :

Теорема 5. Если каждый коэффициент  $p_k(x)$  оператора  $L$  непрерывно дифференцируем  $k$  раз ( $k = 0, 1, \dots, n - 1$ ), то

$$g(x) = Tf(w) = \sum_I \int_{\Omega_I} \dots \int K_I(w_0, x; t_I) f(w_{0,I}) dt_{I_\alpha}. \quad (8)$$

Здесь для краткости через  $I$  обозначено произвольное непустое сочетание (подмножество) чисел  $i_0 < i_1 < \dots < i_m$  из множества  $1, 2, \dots, n$ ;  $\sum$  распространена на все эти сочетания;  $K_I(w, x; t)$  есть линейная комбинация производных

$$\frac{\partial^k}{\partial w^k} \frac{\partial^s}{\partial t_{\sigma_1} \dots \partial t_{\sigma_s}} v(w, x; t)$$

от функции Римана  $v(w, x; t) = v(w, x; t_1, \dots, t_n)$ , причем совокупность индексов  $\sigma_1 < \sigma_2 < \dots < \sigma_s$  пробегает  $I$  и  $k + s \leq m$ ; введение  $t_I$  вместе с  $t$  в качестве аргумента обозначает, что переменные  $t_i$  с номерами  $i \in I$  положены равными нулю; коэффициенты этих линейных комбинаций  $K_I(\dots)$  суть регулярные функции от  $w$ ;  $w_{0,I} = w_0 \pm \sum_{i \in I} t_i \varepsilon_i^{**}$ , где  $\varepsilon_1 = 1, \dots$

$\dots, \varepsilon_n$  — все корни  $n$ -й степени из 1; наконец, область интегрирования  $\Omega_I$  есть  $m$ -мерная грань ( $t_i = 0$  при  $i \notin I$ ), соответствующая  $I$ , симплексу  $(t_1 \geq 0, \dots, t_n \geq 0, t_1 + \dots + t_n = |x - x_0|)$  в  $n$ -мерном пространстве характеристических переменных  $t_1, \dots, t_n$ ; при интегрировании одна из переменных, например  $t_{i_\alpha}$ , исключается, и тогда  $dt_{I_\alpha}$  есть сокращенное обозначение произведения всех дифференциалов  $dt_{i_1}, \dots, dt_{i_m}$ , кроме  $dt_{i_\alpha}$ .

Неинтегральный член формулы (8) соответствующий  $m = 0$  \*\*\*, равен

$$\exp \left\{ \frac{1}{n} \int_{w_0}^{w_0 + x - x_0} q_{n-1}(w) dw + \frac{1}{n} \int_x^{x_0} p_{n-1}(t) dt \right\} f(w_0 + x - x_0). \quad (9)$$

При простейшем операторе  $M := d^n/dw^n$  коэффициенты линейных комбинаций  $K_I(\dots)$  могут быть вычислены до конца в виде функции от корней  $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$  и от значений  $p_k^{(v)}(x_0)$  ( $v = 0, 1, \dots, k$ ;  $k = 1, 2, \dots, n - 1$ ). Получающаяся общая формула, которую мы не выписываем за недостатком места, при  $n = 2$ ,  $w_0 = 0$ ,  $x_0 = 0$ ,  $L = d^2/dx^2 + q(x)$  после замены переменной интегрирования совпадает с формулой (4) заметки А. Ш. Блоха (6). При  $n = 3$ ,  $w_0 = 0$ ,  $x_0 = 0$ ,  $L = d^3/dx^3 + p(x)d/dx + q(x)$  получим

\* Единственное по теореме 6 (1).

\*\* Плюс при  $x \geq x_0$ , минус при  $x < x_0$ .

\*\*\* Казалось бы, что таких членов должно быть  $n$ , соответственно значениям  $i_0 = 1, 2, \dots, n$ ; но все они равны нулю, за исключением одного, соответствующего  $i_0 = 1$  и равного (9); это связано с тем, что  $\varepsilon_1 = 1$ .



$$\begin{aligned}
g(x) = f(x) + \int_0^{|x|} K_2(x; t) f(\pm [\varepsilon_1 t + \varepsilon_2 (|x| - t)]) dt + \\
+ \int_0^{|\alpha|} K_3(x; t) f(\pm [\varepsilon_1 t + \varepsilon_3 (|x| - t)]) dt + \\
+ \int_0^{|x|} ds \int_0^{|x|-s} K_{23}(x; s, t) f(\pm [\varepsilon_1 s + \varepsilon_2 t + \varepsilon_3 (|x| - s - t)]) dt. \quad (10)
\end{aligned}$$

где  $\varepsilon_1 = 1$ ,  $\varepsilon_2 = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\varepsilon_3 = \varepsilon_2$ ;  $K_2(x; t) = \partial v(x; t_1, t_2, 0)/\partial t_2$  при  $t_1 = t$ ,  $t_2 = |x| - t$ ;  $K_3(x; t) = \partial v(x; t_1, 0, t_3)/\partial t_3$  при  $t_1 = t$ ,  $t_3 = |x| - t$ ;  $K_{23}(x; s, t) = \partial^2 v(x; t_1, t_2, t_3)/\partial t_2 \partial t_3 + \rho(0)v$  при  $t_1 = s$ ,  $t_2 = t$ ,  $t_3 = |x| - s - t$ . Здесь функция Римана  $v = v(x; t_1, t_2, t_3)$  не зависит от  $\omega$  и в силу ее симметрии по  $t_1, t_2, t_3$  функции  $K_2(x; t)$  и  $K_3(x; t)$  равны между собой. Таким образом, в случае  $n = 3$  можно сказать, что интегралы в интегральном представлении  $L$ -аналитических функций берутся по треугольнику с вершинами  $x\varepsilon_1 = x$ ,  $x\varepsilon_2$ ,  $x\varepsilon_3$  на комплексной плоскости  $\omega$ , по двум его сторонам с общей вершиной  $x$  и «по вершине»  $x$ .

Черновицкий  
государственный университет

Поступило  
15 III 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> М. К. Фаре, ДАН, 112, № 6 (1956). <sup>2</sup> J. Delsarte, Acta Math., 69, 259 (1938). <sup>3</sup> А. Я. Повзнер, Матем. сборн., 23 (65), № 1 (1948). <sup>4</sup> Б. М. Левиан, Усп. матем. наук, 4, в. 1 (29) (1949). <sup>5</sup> М. К. Фаре, ДАН, 108, № 6 (1955). А. Ш. Блох, ДАН, 92, № 2 (1953).

Л. Д. ФАДДЕЕВ

# О ВЫРАЖЕНИИ ДЛЯ СЛЕДА РАЗНОСТИ ДВУХ СИНГУЛЯРНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ ТИПА ШТУРМА—ЛИУВИЛЛЯ

(Представлено академиком В. И. Смирновым 1 III 1957)

И. М. Гельфанд и Б. М. Левитан <sup>(1)</sup> исследовали вопрос о выражении следа для разности двух регулярных операторов типа Штурма—Лиувилля. В рассмотренном ими случае оба оператора имеют дискретный спектр. Однако в квантовой теории поля <sup>(2)</sup> возникает вопрос о конечности следа разности двух операторов, каждый из которых имеет непрерывный спектр. В настоящей работе этот вопрос рассматривается на простейшем примере двух операторов типа Штурма—Лиувилля на интервале  $(0, \infty)$ . Полученные условия и выражение для следа совпадают с полученными в работе <sup>(1)</sup>.

1. Мы будем рассматривать дифференциальные операторы типа

$$Ly = -y'' + q(x)y, \quad y(0) = 0. \quad (1)$$

Если  $\int_0^\infty x|q(x)|dx < \infty$ , то оператор  $L$  имеет непрерывный спектр на полуоси  $0 \leq \lambda < \infty$  и конечное число отрицательных собственных значений  $\lambda = -\kappa_i^2$ . Спектральная функция  $E_\lambda$  при  $\lambda > 0$  является интегральным оператором с ядром  $\Theta(x, y, \lambda)$ , которое имеет производную по  $\lambda$

$$\frac{d}{d\lambda} \Theta(x, y, \lambda) = \omega(x, \lambda) \overline{\omega(y, \lambda)}, \quad (2)$$

где  $\omega(x, \lambda)$  — нормированные на  $\delta(\lambda - \lambda')$  собственные функции непрерывного спектра. Они только множителем отличаются от решений  $\varphi(x, k)$  уравнения

$$\begin{aligned} \varphi''(x, k) + k^2 \varphi(x, k) &= q(x) \varphi(x, k); \\ \varphi(0, k) &= 0; \quad \varphi'(0, k) = 1; \\ k &= \sqrt{\lambda}; \quad -\infty < k < \infty; \end{aligned} \quad (3)$$

при  $x \rightarrow \infty$   $\varphi(x, k)$  имеет асимптотику <sup>(3)</sup>:

$$\varphi(x, k) = \frac{A(k)}{k} \sin(kx - \eta(k)) + o(1). \quad (4)$$

Здесь  $A(k)$  и  $\eta(k)$  — модуль и аргумент функции  $M(k)$ :

$$\begin{aligned} M(k) &= 1 + \int_0^\infty e^{ikx} q(x) \varphi(x, k) dx; \\ \eta(-k) &= -\eta(k); \quad A(-k) = A(k). \end{aligned} \quad (5)$$

Лемма 1. Если  $q(x)$  имеет две непрерывные интегрируемые производные, то имеет место оценка при  $k \rightarrow \infty$ :

$$M(k) = 1 - \frac{1}{2ik} \int_0^{\infty} q(t) dt + \frac{1}{4k^2} q(0) - \frac{1}{8k^2} \left[ \int_0^{\infty} q(t) dt \right]^2 + O\left(\frac{1}{k^3}\right). \quad (6)$$

Лемма 2. Если  $\int_0^{\infty} x^2 |q(x)| dx < \infty$ , то функция  $\eta(k)$  непрерывно дифференцируема. Кроме того, при этом условии можно дифференцировать по  $k$  асимптотические формулы типа (4). Так, для решения  $\psi(x, k) = \frac{k}{A(k)} \varphi(x, k)$  справедлива следующая оценка:

$$\dot{\psi}(x, k) = \frac{d}{dk} \psi(x, k) = (x - \dot{\eta}(k)) \cos(kx - \eta(k)) + o(1). \quad (7)$$

Лемма 3. Имеет место представление

$$\ln A(k) = \frac{2}{\pi} P \int_0^{\infty} \frac{s \eta(s)}{s^2 - k^2} ds + \sum_{l=1}^n \ln \frac{k^2 + x_l^2}{k^2} \quad (0 < k < \infty). \quad (8)$$

Здесь индекс  $P$  означает, что интеграл понимается в смысле Коши;  $x_l^2$  — дискретные собственные значения.

2. Рассмотрим теперь два оператора с потенциалами  $q_1(x)$  и  $q_2(x)$ , обозначив их, соответственно,  $L_1$  и  $L_2$ .

Определим след разности  $L_1 - L_2$  следующим равенством:

$$\text{Sp}(L_1 - L_2) \equiv \lim_{R \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^R \lambda d[\text{Sp}(E_{\lambda}^{(1)} - E_{\lambda}^{(2)})] = \\ = \int_{-\infty}^0 \lambda d \text{Sp}(E_{\lambda}^{(1)} - E_{\lambda}^{(2)}) + \lim_{R \rightarrow \infty} \int_0^R \lambda \left( \lim_{N \rightarrow \infty} \int_0^N [|\omega_1(x, \lambda)|^2 - |\omega_2(x, \lambda)|^2] dx \right) d\lambda.$$

Легко видеть, что

$$\int_{-\infty}^0 \lambda d \text{Sp}(E_{\lambda}^{(1)} - E_{\lambda}^{(2)}) = - \sum_{l=1}^{n_1} x_l^{(1)2} + \sum_{l=1}^{n_2} x_l^{(2)2}.$$

Займемся вычислением основной части следа. Перейдем к переменной  $\lambda = \sqrt{\lambda}$ . Тогда второй член в выражении для следа будет иметь вид

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \frac{2}{\pi} \int_0^R k^2 dk \left( \lim_{N \rightarrow \infty} \int_0^N [\psi_1^2(x, k) - \psi_2^2(x, k)] dx \right),$$

где  $\psi(x, k) = \sqrt{\pi k} \omega(x, \lambda)$  — решение уравнения (3), имеющее асимптотику  $\psi(x, k) = \sin(kx - \eta(k)) + o(1)$ . С помощью дифференциального уравнения для  $\psi(x, k)$  и оценок типа (4) и (7) нетрудно получить, что

$$\int_0^N \psi^2(x, k) dx = \frac{1}{2} N - \frac{1}{2} \dot{\eta}(k) + \frac{1}{4k} \sin(2kN - \eta(k)) + o(1).$$

После интегрирования по  $k$  в конечных пределах и перехода к пределу при  $N \rightarrow \infty$  мы получим

$$\frac{2}{\pi} \int_0^R k^2 \left[ \int_0^{\infty} (\psi_1^2(x, k) - \psi_2^2(x, k)) dx \right] dk = - \frac{1}{\pi} \int_0^R k^2 \frac{d}{dk} (\eta_1 - \eta_2) dk = \\ = \frac{1}{\pi} R^2 (\eta_1(R) - \eta_2(R)) + \frac{2}{\pi} \int_0^R k (\eta_1(k) - \eta_2(k)) dk.$$



Логарифмируя оценку (6) для  $M(k)$ , получим оценки

$$\eta(k) = \frac{1}{2k} \int_0^{\infty} q(t) dt + O\left(\frac{1}{k^3}\right);$$

$$\ln A(k) = \frac{1}{4k^2} q(0) + O\left(\frac{1}{k^3}\right). \quad (9)$$

Если  $\int_0^{\infty} [q_1(x) - q_2(x)] dx = 0$ , то  $\eta_1(k) - \eta_2(k) = O\left(\frac{1}{k^3}\right)$ . Поэтому мы можем перейти к пределу при  $R \rightarrow \infty$ , и в результате получим

$$\text{Sp}(L_1 - L_2) = - \sum_{l=1}^{n_1} x_l^{(1)2} + \sum_{l=1}^{n_2} x_l^{(2)2} + \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} k(\eta_1(k) - \eta_2(k)) dk. \quad (10)$$

3. Нетрудно теперь получить для следа выражение, аналогичное полученному Гельфандом и Левитаном. С одной стороны, вследствие оценки  $\eta_1(k) - \eta_2(k) = O(1/k^3)$  можно показать, что

$$\lim_{k \rightarrow \infty} k^2 P \int_0^{\infty} \frac{s(\eta_1(s) - \eta_2(s))}{s^2 - k^2} ds = - \int_0^{\infty} s(\eta_1(s) - \eta_2(s)) ds,$$

и, следовательно, учитывая формулу (8), получим

$$- \sum_{l=1}^{n_1} x_l^{(1)2} + \sum_{l=1}^{n_2} x_l^{(2)2} + \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} s(\eta_1(s) - \eta_2(s)) ds = - \lim_{k \rightarrow \infty} k^2 (\ln A_1(k) - \ln A_2(k)).$$

С другой стороны, из асимптотической формулы (9) для  $\ln A(k)$  следует

$$\lim_{k \rightarrow \infty} k^2 (\ln A_1(k) - \ln A_2(k)) = \frac{1}{4} (q_1(0) - q_2(0)).$$

Окончательно получаем для следа разности  $L_1 - L_2$  выражение

$$\begin{aligned} \text{Sp}(L_1 - L_2) &= - \sum_{l=1}^{n_1} x_l^{(1)2} + \sum_{l=1}^{n_2} x_l^{(2)2} + \\ &+ \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} k(\eta_1(k) - \eta_2(k)) dk = - \frac{1}{4} (q_1(0) - q_2(0)). \end{aligned} \quad (11)$$

Эта формула и является аналогом соответствующей формулы Гельфанда и Левитана.

4. Формула (11) нами получена при весьма сильных ограничениях на потенциалы  $q_i(x)$ , а именно,  $q_i(x)$  должны быть дважды непрерывно дифференцируемы и  $\int_0^{\infty} (1+x^2) |q_i(x)| dx < \infty$ . Однако с помощью предельного перехода эти ограничения можно снять. Точнее, имеет место следующая теорема:

**Теорема 1.** Если выполняются условия:

- а)  $\int_0^{\infty} x |q_i(x)| dx < \infty$ ,  $i = 1, 2$ ;
- б)  $g(x) = q_1(x) - q_2(x)$  непрерывна в окрестности  $x = 0$ ;
- в)  $\int_0^{\infty} g(x) dx = 0$ ,

то след разности операторов  $L_1$  и  $L_2$  конечен и имеет место выражение (11).

5. В рассмотренном выше случае операторы имели простой спектр. случай конечнократного спектра может быть рассмотрен на примере операторов в пространстве вектор-функций с  $N$  компонентами

$$Ly = -y'' + Q(x)y, \quad y(0) = 0.$$

Здесь  $Q(x)$  — вещественная симметричная матрица-функция. Если

$\int_0^\infty \|Q(x)\| dx < \infty$ , где  $\|Q(x)\|$  — подходящим образом выбранная норма,

то этот оператор имеет  $N$ -кратный непрерывный спектр на полуоси  $0 \leq \lambda < \infty$  и конечное число отрицательных собственных значений конечной кратности. Спектральная функция  $E_\lambda$  является интегральным оператором с матричным ядром  $\Theta(x, y, \lambda)$ , которое при  $\lambda > 0$  имеет производную

$$\frac{d\Theta(x, y, \lambda)}{d\lambda} = \frac{1}{\pi V\lambda} \Psi(x, \sqrt{\lambda}) \Psi(y, \sqrt{\lambda})^*,$$

где  $\Psi(x, k)$  — матрица — решение уравнения

$$\Psi'(x, k)'' + k^2 \Psi(x, k) = Q(x) \Psi(x, k); \quad \Psi(0, k) = 0, \quad (12)$$

которая при  $x \rightarrow \infty$  имеет асимптотику

$$\Psi(x, k) = \frac{1}{2i} \{e^{ikx} I - e^{-ikx} S(k)\} + o(1). \quad (13)$$

Здесь  $I$  — единичная матрица;  $S(k)$  — так называемая  $S$ -матрица оператора  $L$  (это унитарная симметричная матрица-функция, однозначно определяемая потенциалом  $Q(x)$  (4)).

Аналог теоремы 1 для этого случая можно сформулировать следующим образом:

**Теорема 2.** Если выполняются условия:

- а)  $\int_0^\infty x \|Q(x)\| dx < \infty$ ,  $i = 1, 2$ ;
- б)  $G(x) = Q_1(x) - Q_2(x)$  непрерывна в окрестности нуля;
- в)  $\int_0^\infty \text{Tr } G(x) dx = 0$ , где  $\text{Tr } G(x)$  — след матрицы  $G(x)$ ,

то разность операторов  $L_1$  и  $L_2$  имеет конечный след, который выражается следующим образом:

$$\begin{aligned} \text{Sp}(L_1 - L_2) &= - \sum_{l=1}^{n_1} m_l^{(1)} x_l^{(1)2} + \sum_{l=1}^{n_2} m_l^{(2)} x_l^{(2)2} + \\ &+ \frac{1}{\pi i} \int_0^\infty k (\ln \det S_1 - \ln \det S_2) dk = - \frac{1}{4} (\text{Tr } Q_1(0) - \text{Tr } Q_2(0)). \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь  $m_l$  — кратность соответствующих собственных значений.

Автор выражает благодарность проф. О. А. Ладыженской за интерес, проявленный к этой работе.

Ленинградский государственный университет  
им. А. А. Жданова

Поступило  
20 II 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> И. М. Гельфанд, Б. М. Левитан, ДАН, 88, № 4, 593 (1953).
- <sup>2</sup> O. Friedrichs, Mathematical Aspects of Quantum Theory of the Fields, Interscience Publishers, P. V, N. Y., 1953.
- <sup>3</sup> N. Levinson, Kgl. Danske Videnskab. Selskab., Mat.-fys. medd., 25, № 9 (1949).
- <sup>4</sup> R. Newton, R. Jost, Nuovo Cim., ser. 10, 1, 590 (1955).

Э. И. АНДРИАНКИН и О. С. РЫЖОВ

# РАСПРОСТРАНЕНИЕ ТЕПЛОВОЙ ВОЛНЫ, БЛИЗКОЙ К СФЕРИЧЕСКОЙ

(Представлено академиком М. А. Лаврентьевым 15 III 1957)

Автомодельная задача о распространении тепла при теплопроводности, зависящей от температуры, впервые была решена Я. Б. Зельдовичем и А. С. Компанейцем <sup>(1)</sup>. Применительно к теории фильтрации газа в пористой среде автомодельные решения уравнения, аналогичного уравнению теплопроводности, независимо от работы <sup>(1)</sup>, подробно исследовал Г. И. Баренблатт <sup>(2)</sup>.

Представляет интерес случай, когда форма волны мало отличается от сферической, а закон распространения тепла близок к автомодельному.

Пусть в начальный момент времени в малом объеме (точке) выделилось количество тепла  $Q$ . Рассмотрим тепловую волну при степенной зависимости коэффициента теплопроводности от температуры, распространяющуюся в покоящейся среде переменной плотности. Будем считать, что плотность мало отличается от постоянной, а начальная температура среды равна нулю.

Уравнение притока тепла в сферической системе координат записывается так:

$$cR \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T^k}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T^k}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T^k}{\partial \theta^2} + \frac{\operatorname{ctg} \theta}{r^2} \frac{\partial T^k}{\partial \theta} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 T^k}{\partial \varphi^2},$$

где  $c = \rho_* \alpha_0 k / \kappa_0$  — постоянная;  $\kappa = \kappa_0 T^{k-1}$  и  $\alpha_0$  — коэффициенты теплопроводности и теплоемкости;  $\rho_0(r, \theta, \varphi) = R\rho_*$ ;  $\rho_0$  и  $\rho_*$  — начальная и характерная плотности. (Если теплоемкость зависит от температуры  $\alpha = \alpha_0 T^\omega$ ,

вводя переменную  $T' = \int_0^T \alpha_0 T^\omega dT$ , снова получим уравнение типа (1) (2)).

Запишем еще условие сохранения энергии:

$$C\gamma(k) = \frac{Q}{\alpha_0 \rho_*} = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^{r_\Phi} RT r^2 dr = \text{const.}$$

Если плотность всюду постоянна, то задача характеризуется только двумя константами  $c$  и  $C$ , размерности которых выражаются через размерности длины  $[L]$ , времени  $[t]$  и температуры  $[T]$ :  $[c] = \frac{[T]^{k-1} [t]}{[L]^2}$ ;  $[C] = [T] [L]^3$ . Из величин  $r$ ,  $t$ ,  $c$  и  $C$  можно образовать только одну размерную комбинацию

$$\xi = rt^{-\frac{1}{3k-1}} C^{-\frac{1}{3k-1}} c^{\frac{1}{3k-1}},$$

поэтому такая задача является автомодельной.



При переменной плотности необходимо учесть зависимость решения еще от углов и времени. Положим

$$\begin{aligned} \rho_0 &= \rho_* \left[ 1 + \sum_{\lambda} \sum_{n, m} Y_n^m(\theta, \varphi) (r\beta)^{(3k-1)\lambda} \right] = \\ &= \rho_* \left[ 1 + \sum_{\lambda} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left( \frac{t}{\tau_{\lambda}} \right)^{\lambda} \xi^{(3k-1)\lambda} Y_n^m(\theta, \varphi) \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь

$$Y_n^m(\theta, \varphi) = \begin{cases} A_{nm} P_n^m(\cos \theta) \cos m\varphi, & m \leq 0, \\ B_{nm} P_n^m(\cos \theta) \sin m\varphi, & m > 0, \end{cases}$$

сферические функции;  $A_{nm}$ ,  $B_{nm}$  — константы;  $\tau_{\lambda} = \frac{c}{C^{k-1}\beta}$  — характерное время. Введем безразмерную температуру

$$T = [cC^{2/3}t^{-1}]^{3/(3k-1)} \left[ f(\eta) + f_1\left(\eta, \theta, \varphi, \frac{t}{\tau_{\lambda}}\right) \right]. \quad (4)$$

Здесь

$$f(\eta) = \left[ \frac{k-1}{2k(3k-1)} (1 - \eta^2) \right]^{1/(k-1)}$$

соответствует автомодельному решению, но вычисляется не в точке  $\xi$ , а в отстоящей от нее точке  $\eta = \xi/\xi_{\Phi}$ . Значение  $\eta$  на фронте волны всегда равно единице:  $\eta_{\Phi} = 1$ .

Линеаризируем задачу, считая величины, пропорциональные  $f_1$  и  $(t/\tau_{\lambda})^{\lambda}$ , малыми. В силу линейности теории достаточно найти решение, соответствующее одной гармонике, и воспользоваться принципом суперпозиции. Можно разделить переменные в уравнении для малых величин, если искать решение в виде (3)

$$f_1\left(\eta, \theta, \varphi, \frac{t}{\tau_{\lambda}}\right) = \left(\frac{t}{\tau_{\lambda}}\right)^{\lambda} H(\eta) Y_n^m(\theta, \varphi). \quad (5)$$

В аналогичном виде будем искать и  $\xi_{\Phi}$ :

$$\xi_{\Phi} = 1 + K_{nm}^{\lambda} \left(\frac{t}{\tau_{\lambda}}\right)_{\Phi}^{\lambda} Y_n^m(\theta, \varphi). \quad (6)$$

Разделяя переменные и используя решение для  $f(\eta)$ , получим для  $H(\eta)$  линейное обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка

$$\begin{aligned} &\eta^2 (1 - \eta^2) \frac{d^2 H}{d\eta^2} + \eta \left( 2 + \frac{8-6k}{k-1} \eta^2 \right) \frac{dH}{d\eta} + \\ &+ H \left\{ \eta^2 \left[ \frac{6-2\lambda(3k-1)}{k-1} - 6 + n(n+1) \right] - n(n+1) \right\} = \\ &= \frac{2\eta^2}{k-1} f(\eta) \left[ n(n+1) - 6 + \frac{4+2\lambda(3k-1)}{(k-1)(1-\eta^2)} \eta^2 \right] K_{nm}^{\lambda} - \\ &- \frac{2}{k-1} \eta^2 f(\eta) \left[ 3 - \frac{2\eta^2}{(k-1)(1-\eta^2)} \right], \quad n = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (7)$$

В качестве граничных условий для этого уравнения можно использовать требование обращения температуры в нуль на фронте волны по заданному закону. В работе (1) показывается, что на фронте тепловой волны произвольной формы безразмерная температура пропорциональна  $(1 - \eta)^{1/(k-1)}$ . Отсюда приходим к такому условию для  $H$  при  $\eta \rightarrow 1$ :

$$H(\eta) = \varepsilon_0 (1 - \eta)^{1/(k-1)} [1 + O(\eta)], \quad (8)$$

где  $\varepsilon_0$  определяется из уравнения (7) и равно:

$$\varepsilon_0 = \frac{[2 + \lambda(3k - 1)] K_{nm}^\lambda + 1}{k - 1} \left[ \frac{k - 1}{k(3k - 1)} \right]^{1/(k-1)}.$$

При выполнении (8) физические требования равенства нулю температуры и потока тепла на фронте волны удовлетворяются автоматически. Для нахождения конкретного решения можно выбрать точку  $\eta_*$ , близкую к  $\eta = 1$ , определить из (8)  $H(\eta_*)$  и  $(dH/d\eta)_{\eta=\eta_*}$  и решать задачу Коши.

Решение уравнения (7) можно искать как сумму  $H = K_{nm}^\lambda H_0 + H_1$ , где  $H_1$  удовлетворяет (7) и (8) при  $K_{nm}^\lambda = 0$ . Значение константы  $K_{nm}^\lambda$  определяется из условия отсутствия потока тепла по любому направлению в центре волны. Используя (5), это требование запишем так:

$$\lim_{\eta \rightarrow 0} \eta^2 \frac{dH}{d\eta} = 0. \quad (9)$$

Асимптотическое решение уравнения (7) без правой части при  $\eta \rightarrow 0$  ищем в степенном виде:

$$H = \eta^{\beta_2} (K_{nm}^\lambda A_0 + A_1) + O(\eta^{\beta_2}). \quad (10)$$

После подстановки (10) в (7) находим два корня  $\beta_{1,2} = -1/2 \pm \sqrt{1/4 + n(n+1)}$ . Так как  $\beta_2 < -1$  при  $n > 0$ , то условие (9) дает:

$$K_{nm}^\lambda = -A_1 / A_0. \quad (11)$$

Отсюда следует, что фронт волны в первом приближении не содержит других гармоник, кроме той, которая входит в разложение для плотности. (Все  $K_{lq}^\lambda = 0$ , кроме  $l = n$ ,  $q = m$ , так как соответствующие  $A_1 = 0$ ). Поскольку выбором  $K_{nm}^\lambda$  из условия (11) можно избавиться от бесконечно возрастающего решения в центре, то линейная теория для нашей задачи применима во всей области распространения тепловой волны.

Определим значение  $\gamma(k)$  из рассмотрения баланса тепла. Запишем (2) в безразмерном виде, пренебрегая величинами второго порядка малости найдем:

$$\begin{aligned} \gamma(k) = 4\pi \int_0^1 \eta^2 f d\eta + \left( \frac{t}{\tau_\lambda} \right)^\lambda \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin \theta Y_n^m(\theta, \varphi) d\theta \times \\ \times \int_0^1 \eta^2 [f \eta^{(3k-1)\lambda} + H + 3f K_{nm}^\lambda] d\eta. \end{aligned} \quad (12)$$

Условие сохранения энергии требует, чтобы правая часть (12) не зависела от времени. Случай  $\lambda = n = 0$ ,  $(t/\tau_\lambda)^\lambda = \varepsilon$  соответствует простому перенормировке фронта автомодельной волны. Для всех  $n \geq 1$  условие сохранения энергии выполняется в силу ортогональности сферических

функций. Если  $n = m = 0$ , то требование сохранения энергии удовлетворяется только для конкретного значения  $K_{00}^\lambda$ :

$$K_{00}^\lambda = - \frac{\int_0^1 [f\eta^{(3k-1)\lambda} + H_1] \eta^2 d\eta}{\int_0^1 (3f + H_0) \eta^2 d\eta}. \quad (13)$$

Подставляя  $f(\eta)$  в (12), найдем, что значения  $\gamma(k)$  для нашей и автомодельной задач совпадают и одинаково выражаются через гамма-функцию:

$$\gamma(k) = 2\pi \left[ \frac{k-1}{2k(3k-1)} \right]^{1/(k-1)} \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) \Gamma\left(\frac{k}{k-1}\right) \left[ \Gamma\left(\frac{3}{2} + \frac{k}{k-1}\right) \right]^{-1}. \quad (14)$$

Условие сохранения энергии позволяет определить  $Q$  по координатам волны в данный момент времени. Интегрируя (6) по телесному углу, получим:

$$Q = \gamma(k) \rho_* \alpha_0 c^{1/(k-1)} t^{-1/(k-1)} \left[ \frac{1}{4\pi} \int r_\Phi \sin \theta d\theta d\varphi \right]^{(3k-1)/(k-1)}. \quad (15)$$

Если  $n = 0$ , то соответствующая гармоника, определяемая из (13), должна быть исключена в этом выражении из  $r_\Phi$ .

Аналогично изложенному можно линеаризировать и другие решения<sup>(2)</sup>, близкие к автомодельным, и найти следующие приближения.

Институт химической физики  
Академии наук СССР

Поступило  
4 III 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Я. Б. Зельдович, А. С. Компанеец, Сборн., посвящ. 70-летию А. Ф. Иоффе, М., 1950. <sup>2</sup> Г. И. Баренблатт, Прикладн. матем. и мех., 16, в. 1 (1952). Э. И. Андрианкин, ДАН, 111, № 3 (1956).





МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Р. М. МУРАДЯН

**Асимптотические формулы для обобщенных функций Лежандра и функций Гегенбауэра**

(Представлено академиком Н. Н. Боголюбовым 18 III 1957)

При помощи метода, изложенного в монографии <sup>(1)</sup>, можно найти асимптотические выражения для обобщенных функций Лежандра  $P_l^m(\cos \varphi)$ ,  $Q_l^m(\cos \varphi)$ ,  $P_l^m(\operatorname{ch} \varphi)$  и  $Q_l^m(\operatorname{ch} \varphi)$  при больших значениях  $l$  и фиксированных  $m$ . Эти выражения справедливы в широком интервале изменения  $\varphi$ , в частности, в отличие от соответствующих асимптотических разложений, приведенных в <sup>(2)</sup>, наибольшая точность получается при значениях  $\varphi$ , близких к нулю.

Сущность метода заключается в том, что ищется решение обобщенного дифференциального уравнения Лежандра в виде произведения двух произвольных функций. В получившемся уравнении мы пренебрегаем членом, который быстро стремится к нулю при увеличении  $l$ . Это дает возможность точно определить произвольные функции.

Как известно, функции  $P_l^m(\cos \varphi)$  и  $Q_l^m(\cos \varphi)$  подчиняются дифференциальному уравнению

$$u'' + \operatorname{ctg} \varphi u' + \left\{ l(l+1) - \frac{m^2}{\sin^2 \varphi} \right\} u = 0. \quad (1)$$

Решение этого уравнения будем искать в виде <sup>(3)</sup>

$$u = f(\varphi) \psi(\varphi), \quad (2)$$

где  $f$  и  $\psi$  — неизвестные функции. Подставляя это выражение для  $u$  в дифференциальное уравнение, получим

$$f'' + \frac{f'}{\varphi} + \left[ (l + 1/2)^2 (1 + \varepsilon) - \frac{m^2}{\varphi^2} \right] f + \frac{f'}{\psi} \left[ -\frac{\psi}{\varphi} + \operatorname{ctg} \varphi \psi + 2\psi' \right] = 0, \quad (3)$$

е

$$\varepsilon = \frac{-1/4 + \operatorname{ctg} \varphi \frac{\psi'}{\psi} + \frac{\psi''}{\psi} + \frac{m^2}{\varphi^2} - \frac{m^2}{\sin^2 \varphi}}{(l + 1/2)^2}. \quad (4)$$

Приравнявая нулю скобку при  $f'/\psi$ , находим

$$\psi(\varphi) = \left( \frac{\varphi}{\sin \varphi} \right)^{1/2}. \quad (5)$$

Подставляя найденные значения  $\psi$  и ее производных в выражение  $\varepsilon$ , получим

$$\varepsilon = \frac{(m^2 - 1/4) \left( \frac{1}{\varphi^2} - \frac{1}{\sin^2 \varphi} \right)}{(l + 1/2)^2} \quad (6)$$

Отсюда видно, что  $\varepsilon$  быстро стремится к нулю при  $l \gg m$ , а при  $\varphi \rightarrow 0$   $\varepsilon \rightarrow \frac{m^2 - 1/4}{3(l + 1/2)^2}$ .

Пренебрегая величиной  $\varepsilon$  в уравнении (3), мы получим для определения функции  $f$  уравнение Бесселя  $f'' + \frac{f'}{\varphi} + \left[ (l + 1/2)^2 - \frac{m^2}{\varphi^2} \right] f = 0$ , решение которого удобно представить в виде

$$f(\varphi) = AJ_{-m}((l + 1/2)\varphi) + BN_{-m}((l + 1/2)\varphi), \quad (8)$$

где  $J_{-m}$  и  $N_{-m}$  — бесселевы функции первого и второго рода;  $A$  и  $B$  — постоянные, подлежащие определению. Определив  $A$  и  $B$ , найдем искомые асимптотические формулы:

$$P_l^m(\cos \varphi) = (l + 1/2)^m \left( \frac{\varphi}{\sin \varphi} \right)^{1/2} J_{-m}((l + 1/2)\varphi); \quad (9)$$

$$Q_l^m(\cos \varphi) = -\frac{\pi}{2} (l + 1/2)^m \left( \frac{\varphi}{\sin \varphi} \right)^{1/2} N_{-m}((l + 1/2)\varphi). \quad (10)$$

Аналогично получаются формулы

$$P_l^m(\operatorname{ch} \varphi) = (l + 1/2)^m \left( \frac{\varphi}{\operatorname{sh} \varphi} \right)^{1/2} I_{-m}((l + 1/2)\varphi); \quad (11)$$

$$Q_l^m(\operatorname{ch} \varphi) = (-1)^m (l + 1/2)^m \left( \frac{\varphi}{\operatorname{sh} \varphi} \right)^{1/2} K_m((l + 1/2)\varphi), \quad (12)$$

где  $I_{-m}$  и  $K_m$  — бесселевы функции от мнимого аргумента. При выводе формул (10) и (11) в точном уравнении мы пренебрегли величиной

$$\varepsilon' = \frac{(m^2 - 1/4) \left( \frac{1}{\varphi^2} - \frac{1}{\operatorname{sh}^2 \varphi} \right)}{(l + 1/2)^2}.$$

При  $m = 0$  формулы (8), (9), (10) и (11) переходят, соответственно,

$$P_l(\cos \varphi) = \left( \frac{\varphi}{\sin \varphi} \right)^{1/2} J_0((l + 1/2)\varphi); \quad (13)$$

$$Q_l(\cos \varphi) = -\frac{\pi}{2} \left( \frac{\varphi}{\sin \varphi} \right)^{1/2} N_0((l + 1/2)\varphi); \quad (14)$$

$$P_l(\operatorname{ch} \varphi) = \left( \frac{\varphi}{\operatorname{sh} \varphi} \right)^{1/2} I_0((l + 1/2)\varphi); \quad (15)$$

$$Q_l(\operatorname{ch} \varphi) = \left( \frac{\varphi}{\operatorname{sh} \varphi} \right)^{1/2} K_0((l + 1/2)\varphi). \quad (16)$$

Эти формулы получены в работе (4).

Из выражений для  $\varepsilon$  и  $\varepsilon'$  следует, что при  $m = \pm 1/2$  приближенные равенства переходят в точные. Например, из (8) получается (5)

$$P_l^{1/2}(\cos \varphi) = \left( \frac{2}{\pi \sin \varphi} \right)^{1/2} \cos(l + 1/2)\varphi; \quad (17)$$

$$P_l^{-1/2}(\cos \varphi) = \left( \frac{2}{\pi \sin \varphi} \right)^{1/2} \frac{\sin(l + 1/2)\varphi}{l + 1/2}. \quad (18)$$

Аналогично и остальные функции порядка  $m = \pm 1/2$  выражаются через элементарные функции.



При выводе не делалось предположения о том, что  $l$  — действительное число. Поэтому справедливы следующие асимптотические формулы для так называемых функций конуса, которые часто встречаются в математической физике:

$$P_{-1/2+i\lambda}(\cos \varphi) = \left( \frac{\varphi}{\sin \varphi} \right)^{1/2} I_0(\lambda \varphi); \quad (18)$$

$$Q_{-1/2+i\lambda}(\cos \varphi) = -\frac{\pi i}{2} \left( \frac{\varphi}{\sin \varphi} \right)^{1/2} I_0(\lambda \varphi) + \left( \frac{\varphi}{\sin \varphi} \right)^{1/2} K_0(\lambda \varphi); \quad (19)$$

$$P_{-1/2+i\lambda}(\operatorname{ch} \varphi) = \left( \frac{\varphi}{\operatorname{sh} \varphi} \right)^{1/2} J_0(\lambda \varphi); \quad (20)$$

$$Q_{-1/2+i\lambda}(\operatorname{ch} \varphi) = -\frac{\pi i}{2} \left( \frac{\varphi}{\operatorname{sh} \varphi} \right)^{1/2} H_0^{(2)}(\lambda \varphi). \quad (21)$$

Функцией, близко стоящей к обобщенной функции Лежандра  $P_l^{\nu}(\cos \varphi)$ , является функция Гегенбауэра  $C_l^{\nu}(\cos \varphi)$ , которая для целых  $\nu$  определяется как коэффициент при  $h^{\nu}$  в разложении  $(1 - 2h \cos \varphi + h^2)^{-\nu}$  по возрастающим степеням  $h$ . Как известно, функция Гегенбауэра связана обобщенной функцией Лежандра соотношением

$$C_l^{\nu}(\cos \varphi) = \frac{\Gamma(2\nu + l) \Gamma(\nu + 1/2)}{\Gamma(2\nu) \Gamma(l + 1)} \left\{ \frac{\sin \varphi}{2} \right\}^{1/2-\nu} P_{l+\nu-1/2}^{1/2-\nu}(\cos \varphi). \quad (22)$$

Отсюда получается асимптотическое равенство

$$C_l^{\nu}(\cos \varphi) = \frac{\Gamma(2\nu + l) \Gamma(\nu + 1/2)}{\Gamma(2\nu) \Gamma(l + 1)} \left( \frac{l + \nu}{2} \right)^{1/2-\nu} \frac{V\varphi}{\sin^{\nu}\varphi} J_{\nu-1/2}((l + \nu)\varphi), \quad (23)$$

которое при  $\nu = 1$  переходит, как и следовало ожидать, в точное

$$C_l^1(\cos \varphi) = \frac{\sin(l + 1)\varphi}{\sin \varphi}. \quad (24)$$

Формулу (23) можно упростить, если еще раз воспользоваться условием  $l \gg \nu$ :

$$C_l^{\nu}(\cos \varphi) = \left( \frac{l}{2} \right)^{\nu-1/2} \frac{V\pi}{\Gamma(\nu)} \frac{V\varphi}{\sin^{\nu}\varphi} J_{\nu-1/2}((l + \nu)\varphi). \quad (25)$$

Легко убедиться, что при  $\nu = 1/2$  формула (25) переходит в (12). Вычисления, проведенные при помощи таблиц <sup>(6)</sup>, показали хорошую точность уже при  $l = 10$ . При практических вычислениях нужно иметь в виду, что здесь приняты определения обобщенных функций Лежандра, данные Гобсоном <sup>(2)</sup>.

Формулы (8), (12), (18) и (25) представляют частный случай асимптотической формулы для гипергеометрической функции Гаусса при больших значениях параметра  $\lambda$ :

$$\begin{aligned} & {}_2F_1\left(\alpha - \lambda, \beta + \lambda, \frac{\alpha + \beta + 1}{2}, \sin^2 \frac{\varphi}{2}\right) = \\ &= \frac{\frac{x+\beta-1}{2} \Gamma\left(\frac{\alpha + \beta + 1}{2}\right)}{\left(\lambda + \frac{\beta - \alpha}{2}\right)^{\frac{x+\beta-1}{2}}} \frac{V\varphi}{\sin^{\frac{\alpha+\beta}{2}} \varphi} J_{\frac{\alpha+\beta-1}{2}}\left(\left(\lambda + \frac{\beta - \alpha}{2}\right) \varphi\right). \end{aligned}$$

Для вырожденной гипергеометрической функции Уиттекера  $M_{\lambda, \mu}$  при больших значениях  $\lambda$  справедлива асимптотическая формула

$$M_{\lambda, \mu} = \Gamma(2\mu + 1) \lambda^{-\mu} \sqrt{z} J_{2\mu}(2\sqrt{\lambda z}).$$

Оценку остаточного члена во всех формулах можно получить при помощи метода Лиувилля — Стеклова.

Считаю своим долгом выразить благодарность проф. А. А. Соколову за руководство работой.

Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова

Поступило  
12 III 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Д. Иваненко, А. Соколов, Классическая теория поля, М.—Л., 1951, стр. 273. <sup>2</sup> Е. В. Гобсон, Теория сферических и эллипсоидальных функций, М., 1952, стр. 293. <sup>3</sup> А. А. Соколов, Вестн. МГУ, № 4, 77 (1947). <sup>4</sup> А. А. Соколов, Б. К. Керимов, ДАН, 108, № 4, 611 (1956). <sup>5</sup> И. М. Рыжик, И. С. Градштейн, Таблицы интегралов, сумм и произведений, М.—Л., 1951, стр. 387. <sup>6</sup> Tables of Associated Functions, N. Y., 1954.

Академик Н. Н. БОГОЛЮБОВ, С. М. БИЛЕНЬКИЙ и А. А. ЛОГУНОВ

# ДИСПЕРСИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ В СЛУЧАЯХ СЛАБОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

В настоящее время большое внимание уделяется дисперсионным соотношениям в связи с возможностью экспериментально установить таким образом факт существования элементарной длины. В связи с этим представляет интерес проанализировать, что дают эти соотношения в случаях слабого взаимодействия. Рассмотрим в качестве примера реакцию

$$\mu + p \rightarrow n + \nu, \quad (1)$$

в которой, наряду со слабым взаимодействием, имеется сильное взаимодействие нуклонного и мезонного полей.

В теории дисперсионных соотношений амплитуда процесса разбивается на эрмитову и антиэрмитову в некотором смысле части. В системе координат, в которой сумма импульсов нуклона до и после реакции равна нулю, «эрмитова часть»  $D$  равна некоторому интегралу от «антиэрмитовой части»  $A$  плюс произвольный полином  $P_n(E)$  по энергии  $E$  падающей частицы. Антиэрмитова часть амплитуды выражается через произведение «мезонного» и «нейтринного» токов. В силу малости константы связи слабого взаимодействия  $S$  можно учитывать члены, содержащие константу связи лишь первой степени. Произведение же указанных токов имеет малость не ниже второго порядка,<sup>1</sup> и поэтому в данном приближении антиэрмитова часть равна нулю\*. Следовательно, дисперсионные соотношения приобретают особенно простой вид:

$$D(E) = P_n(E). \quad (2)$$

Как известно, основные трудности в доказательстве дисперсионных соотношений происходят от необходимости анализа аналитических свойств  $A$ . Так как в рассматриваемом случае  $A$  тождественно равно нулю, доказательство делается совершенно очевидным и может быть легко получено как из общих принципов, так и из обычной теории.

Запишем матричный элемент процесса (1) в виде

$$S(p, q; p', q') = (2\pi)^3 \langle \Phi_{p's'} a_\nu^{(-)}(q') S a_\mu^{(+)}(q) \Phi_{ps} \rangle, \quad (3)$$

где  $\Phi_{ps}$  — вектор состояния начального нуклона;  $a_\mu^{(+)}$  — оператор рождения  $\mu^-$ -мезона;  $a_\nu^{(-)}$  — оператор поглощения нейтрино.

Переставляя в (3) оператор рождения на крайнее левое место, а оператор уничтожения на крайнее правое место, получим

$$S(p, q; p', q') = \bar{u}_\nu(q') \int e^{i(q'x - qy)} \left\langle p's' \left| \frac{\delta^2 S}{\delta \bar{\psi}_\nu(x) \delta \psi_\mu(y)} S^+ \right| ps \right\rangle dx dy u_\mu(q), \quad (4)$$

где  $\psi_\mu$  —  $\mu$ -мезонное поле;  $\psi_\nu$  — нейтринное поле.

\* Случай электромагнитных взаимодействий нуждается в особом рассмотрении, так как в этом случае матричные элементы в первом приближении могут быть пропорциональны как  $e$ , так и  $e^2$ .



Введем операторы «мезонного» и «нейтринного» токов:

$$j_{\mu}(y) = -i \frac{\delta S}{\delta \bar{\psi}_{\mu}(y)} S^{+}; \quad j_{\nu}(x) = -i \frac{\delta S}{\delta \bar{\psi}_{\nu}(x)} S^{+}.$$

Тогда имеем

$$\frac{\delta^2 S}{\delta \bar{\psi}_{\nu}(x) \delta \bar{\psi}_{\mu}(y)} S^{+} = \begin{cases} -i \frac{\delta \bar{j}_{\mu}(y)}{\delta \bar{\psi}_{\nu}(x)} - \bar{j}_{\mu}(y) j_{\nu}(x), \\ -i \frac{\delta j_{\nu}(x)}{\delta \bar{\psi}_{\mu}(y)} + j_{\nu}(x) \bar{j}_{\mu}(y). \end{cases}$$

Но, в силу принципа причинности <sup>(2)</sup>,

$$\frac{\delta j_{\nu}(x)}{\delta \bar{\psi}_{\mu}(y)} = 0, \quad y \leq x; \quad \frac{\delta \bar{j}_{\mu}(y)}{\delta \bar{\psi}_{\nu}(x)} = 0, \quad x \leq y.$$

Поэтому, взяв первый член разложения по константе слабого взаимодействия  $C$ , получим:

$$\left\{ \frac{\delta^2 S}{\delta \bar{\psi}_{\nu}(x) \delta \bar{\psi}_{\mu}(y)} S^{+} \right\}_C = 0 \quad \text{при} \quad x \neq y.$$

Это означает, что данное выражение является квазилокальным оператором и содержит  $\delta(x-y)$  и, может быть, ее производные. Если считать обычное предположение, что в лагранжиан взаимодействия не входят производные мезонного и нейтринного полей, то

$$\left\{ \frac{\delta^2 S}{\delta \bar{\psi}_{\nu}(x) \delta \bar{\psi}_{\mu}(y)} S^{+} \right\}_C = \delta(x-y) \Lambda(x).$$

Учитывая (8), найдем

$$\begin{aligned} \int e^{i(q'x - qy)} \langle p's' | \frac{\delta^2 S}{\delta \bar{\psi}_{\nu}(x) \delta \bar{\psi}_{\mu}(y)} S^{+} | ps \rangle dx dy = \\ = \int e^{i(q' - q)x} \langle p's' | \Lambda(x) | ps \rangle dx = \\ = (2\pi)^4 \delta(p' + q' - p - q) \langle p's' | \Lambda(0) | ps \rangle. \end{aligned} \quad (1)$$

Выражение (10) зависит от импульсов  $p$  и  $q' - q$  и не зависит от импульсов  $q + q'$ . Если воспользоваться системой отсчета, в которой  $\mathbf{p} + \mathbf{p}' = 0$ , то это означает, что выражение (10) является функцией  $\mathbf{p}$  и не зависит от  $q$ .

Таким образом, неизвестные функции амплитуды процесса, определяемые сильными взаимодействиями, зависят лишь от передачи импульса нуклону.

Подставляя (10) в (4) и учитывая соображения релятивистской инвариантности, получаем

$$S(p, q; p', q') = \sum_{\alpha, \beta} (\bar{u}_{\nu}(q') O^{\alpha} u_{\mu}(q)) (\bar{u}_{\nu}(p') \Omega_{\alpha}^{\beta} u_p(p)) F_{\alpha\beta}(|p - p'|). \quad (1)$$

Установленный выше факт независимости функций  $F_{\alpha\beta}$  от импульсов  $q + q'$  может быть также получен из обычной теории, если воспользоваться техникой графов. Наиболее общий вид диаграмм, дающих вклад процесс (1), представлен на рис. 1.

Поскольку мезонная и нейтринная линии сходятся на диаграммах в одну точку (что отражает в данном случае условие локальности), мы видим, что часть графа, содержащая сильные взаимодействия, зависит лишь от  $p - p'$  и не зависит от импульса  $q + q'$ , т. е. мы приходим опять к выражению (11). Нетрудно заметить, что если условие причинности нарушается между соответствующими линиями на рис. 1 вставлен форм-фактор, то появится существенная зависимость исследуемой амплитуды также от  $q + q'$ .

Рассматривая выражение (11), видим, что при фиксированной передаче импульса нуклону энергетическая зависимость дифференциального сечения реакции (1) определяется известными матричными элементами и постоянными  $F_{\alpha\beta}$ . Экспериментальное определение этой зависимости может служить непосредственной проверкой принципа причинности в процессе (1).

Изучение зависимости функций  $F_{\alpha\beta}$  от передачи импульса нуклону могло бы дать возможность определить «мезон-нейтринную» структуру нуклона. Сравнивая диаграммы рис. 1 с диаграммами процесса рассеяния электрона на нуклоне, можно заключить, что эффективный размер «мезон-нейтринной» структуры нуклона, по-видимому, такого же порядка, как и «электромагнитной».

Следует подчеркнуть, что полученные выше результаты полностью применимы к  $\beta$ -распаду и к таким распадам гиперонов и К-мезонов, в которых, наряду с сильно взаимодействующими частицами, участвуют  $\mu$ -,  $e$ - и  $\nu$ -частицы\*.

Особенно интересно с точки зрения проверки принципа причинности изучение угловых и энергетических распределений электронов и  $\mu$ -мезонов в распадах гиперонов и К-мезонов, поскольку в этих процессах  $\mu$ - и  $\nu$ -частицы могут иметь сравнительно большие энергии.

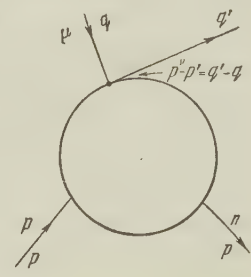


Рис. 1

Объединенный институт  
ядерных исследований

Поступило  
22 V 1957

### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Н. Н. Боголюбов, Б. В. Медведев, М. К. Поливанов, Дисперсионные соотношения, М., 1957. <sup>2</sup> Н. Н. Боголюбов, Изв. АН СССР, сер. физ., 237 (1955).

\* Заметим, между прочим, особое положение реакции  $\mu^- \rightarrow e^- + \nu + \bar{\nu}$ . Поскольку в ней участвуют лишь слабо взаимодействующие частицы, то условие локальности эквивалентно применимости первого приближения обычной теории возмущений.

П. И. КУДРЯШОВ и Б. Я. СВЕШНИКОВ  
К ТЕОРИИ ПОЛЯРИЗАЦИИ ФЛЮОРЕСЦЕНЦИИ РАСТВОРОВ

(Представлено академиком А. Н. Терениным 21 II 1957)

Одним из основных положений современной теории поляризации флуоресценции является зависимость этой величины от вязкости и температуры раствора, а также от объема молекулы и длительности ее возбужденного состояния. Количественные соотношения между названными величинами согласно В. Л. Левшину <sup>(1)</sup> и Ф. Перрену <sup>(2)</sup>, определяются формулой

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{p_0} = \left( \frac{1}{p_0} - \frac{1}{3} \right) \frac{kT}{v\eta} \tau,$$

где  $k$  — постоянная Больцмана;  $T$  — абсолютная температура;  $\eta$  — вязкость раствора;  $v$  — молекулярный объем;  $\tau$  — длительность возбужденного состояния молекулы;  $p$  — искомая поляризация и  $p_0$  — предельная поляризация, т. е. поляризация при  $\eta \rightarrow \infty$  и  $\tau \rightarrow 0$ .

Эта формула проверялась в работах ряда авторов <sup>(1-3)</sup>, причем в одних опытах вязкость изменялась посредством смещения в различных соотношениях двух растворителей, в других изменение вязкости сопровождалось одновременным повышением температуры раствора и в третьих постепенно изменяли длительность возбужденного состояния молекулы посредством добавления в раствор различных количеств постороннего тушителя и посредством нагревания раствора.

Большинство опытов дали вполне удовлетворительные результаты. Однако мы считали необходимым провести новую проверку <sup>(1)</sup>, а именно для случая тушения флуоресценции посторонними веществами. Дело в том, что, следуя, примеру Ф. Перрена <sup>(2)</sup>, во всех работах, где изучается изменение степени поляризации флуоресценции при тушении посторонними веществами, обычно заменяют в формуле (1)  $\tau$  на  $\frac{B}{B_0} \tau_0$ , где  $B$  и  $B_0$  — выход флуоресценции, соответственно, в потушенном и непотушенном растворе, т. е. полагают, что изменения длительности и выхода при тушении пропорциональны друг другу. Между тем, за истекшие 20—25 лет накопилось немало экспериментальных данных, показывающих, что при тушении флуоресценции растворов посторонними веществами выход уменьшается значительно быстрее, чем длительность флуоресценции. Большинство авторов объясняло это явление тем, что наряду с тушением, зависящим от времени возбужденного состояния молекулы, существует еще тушение практически мгновенное, независимое от  $\tau$ .

Если бы это утверждение было правильно, то очевидно, что формула (1) должна была бы приводить к хорошим результатам, если в нее подставить непосредственно измеренные на флуорометре значения длительности флуоресценции, и к плохим, если заменить  $\tau$  на  $\frac{B}{B_0} \tau_0$ . Между тем, согласно данным Ф. Перрена, С. И. Вавилова и И. М. Франка и А. Н. Семеновича, замена  $\tau$  на  $\frac{B}{B_0} \tau_0$  дает более или менее удовлетворительные результаты, а подстановка в (1) флуорометрических значений  $\tau$ , как мы покажем ниже, приводит к явно плохим результатам.



Это противоречие между опытом и теорией объясняется тем, что, принимая (1) к потушенным растворам, Ф. Перрен предполагал, что и в этом случае флуоресценция затухает по экспоненциальному закону. Между тем, теоретические и экспериментальные исследования тушения флуоресценции растворов посторонними веществами <sup>(4)</sup> показали, что закон затухания потушенных растворов является неэкспоненциальным и что это обстоятельство является причиной различного изменения длительности свечения при тушении флуоресценции некоторых растворов. При таких условиях для сравнения экспериментальных данных с расчетными необходимо заменить формулу (1) другой, пригодной для неэкспоненциального закона затухания, имеющего место при тушении посторонними веществами. Это легко сделать, если в выводе (1), предложенном Ф. Перреном, изменить соответствующим образом закон затухания флуоресценции. Для случая возбуждения поляризованным светом, электрический вектор которого параллелен оси  $Z$ , таким образом получаем:

$$I_x(t) dt = e^{-\alpha t - \omega \beta \sqrt{t}} \frac{dt}{3\tau} [(1 + 2e^{-6Rt}) I_{x_0} + (1 - e^{-6Rt})(I_{y_0} + I_{z_0})] \quad (2)$$

аналогичные выражения для  $I_y(t)dt$  и  $I_z(t)dt$ .

В формуле (2)  $I_x(t)$ ,  $I_y(t)$ ,  $I_z(t)$  — интенсивности излучения виртуальных линейных осцилляторов вдоль осей  $OX$ ,  $OY$  и  $OZ$  при наличии роуновского вращения молекул и  $I_{x_0}(t)$ ,  $I_{y_0}(t)$  и  $I_{z_0}(t)$  — то же, при его отсутствии;  $R = 1/6 kT/v\eta$ ; константы тушения  $\alpha$  и  $\beta$  определяются известными формулами <sup>(4)</sup>

$$\alpha = 4\pi\omega Drc + \tau_0^{-1}; \quad \beta = 8\pi^{1/2} D^{1/2} r^2 c, \quad (3)$$

где  $\omega$  — вероятность тушения при одном соударении;  $c$  — число молекул тушителя в 1 см<sup>3</sup>;  $r$  равно сумме кинетических радиусов сталкивающихся молекул;  $D$  — коэффициент диффузии.

Интегрируя (2) от 0 до  $\infty$ , получаем выражения для световых сумм  $L_x$ ,  $L_y$ ,  $L_z$ , излучаемых вдоль каждой из осей.

По определению поляризации флуоресценции:

$$p = \frac{L_z - L_x}{L_z + L_x}, \quad (4a)$$

$$p_0 = \frac{L_{z0} - L_{x0}}{L_{z0} + L_{x0}}. \quad (4b)$$

Подставляя (в 4a) вычисленные из (2) значения  $L_z$  и  $L_x$  после необходимых преобразований имеем

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{3} = \left( \frac{1}{p_0} - \frac{1}{3} \right) \left( \frac{kT}{v\eta} \frac{B}{B_0} \tau_0 \delta_1 + 1 \right) \frac{\delta_2}{\delta_1}, \quad (5)$$

где

$$\delta_1 = \left[ 1 - \sqrt{\pi} \gamma e^{\gamma^2} \left( 1 - \int_0^\gamma e^{-z^2} dz \right) \right]^{-1}, \quad \gamma = \frac{\omega \beta}{2\sqrt{\alpha}} \quad (6)$$

и  $\delta_2$  получается из  $\delta_1$  посредством замены  $\alpha$  на  $\alpha + 6R$ .

При  $\beta = 0$ , т. е. при экспоненциальном законе затухания флуоресценции,  $\delta_1 = \delta_2 = 1$ , формула (5) переходит в обычную формулу Левшина — Перрена, с другой стороны, при очень сильном тушении, когда  $\alpha \rightarrow \infty$ ,  $p \rightarrow p_0$ .

Проверка справедливости формулы (5) была выполнена нами для тушения флуоресценции водных растворов флуоресцеина йодистым калием. В работе Л. А. Кузнецовой, В. И. Широкова и одного из нас <sup>(4)</sup> было показано, что для этого случая отсутствие пропорциональности между изменением выхода и изменением длительности флуоресценции при увеличении концентрации тушителя объясняется не наличием добавочного статического тушения, а отклонением закона затухания флуоресценции потушенных растворов от экспоненциального закона. Проверка формулы (5) состояла в том, что для каждой концентрации йодистого калия мы вычислили (5) значения  $p_0$ , подставляя в формулу экспериментальные значения  $B/B_0$  и вычисленные по (6) значения  $\delta_1$  и  $\delta_2/\delta_1$ .

Полученные таким способом значения  $p_0$  мы хотели сравнить со значениями  $p_0$ , найденными другими авторами из опытов, где изучалась зависимость поляризации от вязкости. Однако просмотр литературных данных показал, что полученные из указанных опытов значения предельной поляризации флуоресценции флуоресцеина у отдельных авторов колеблются от 0,36 до 0,44. Это, по-видимому, объясняется значительным проигрыванием в проведении прямой при построении графика, дающего зависимость  $1/p$  от  $1/\eta$ .

Поскольку в нашем распоряжении были флуорометрические значения длительности флуоресценции в воде ( $4,8 \cdot 10^{-9}$  сек.), в глицерине ( $4,5 \cdot 10^{-9}$  сек.) и в гликоле ( $4,7 \cdot 10^{-9}$  сек.) и значения молекулярных объемов (по данным Маринеско <sup>(5)</sup>), мы решили повторить опыты по изучению зависимости  $p$  от  $\eta$  и вычислить значения  $p_0$  для каждого из измеренных нами значений  $p$ .

Все употребляемые для опытов растворы флуоресцеина имели концентрацию красителя  $5 \cdot 10^{-6}$  г/см<sup>3</sup> и концентрацию щелочи  $2 \cdot 10^{-2}$  г/см<sup>3</sup>. Возбуждение производилось поляризованным и тщательно стабилизированным по способу В. И. Широкова <sup>(6)</sup> фильтрованным светом ртутной лампы (436 мμ). Наблюдение производилось через фильтр, скрещенный с линией 436 мμ, перпендикулярно к возбуждающему свету и степень поляризации определялась посредством последовательных измерений интенсивности флуоресценции при двух положениях призмы Глана перед фотоумножителем<sup>\*</sup>.

С целью проверки установки мы определили степень поляризации флуоресценции водного раствора флуоресцеина при возбуждении поляризованным и неполяризованным светом. В последнем случае измерения производились при двух температурах: 20 и 60°. Соответствующие значения поляризации оказались равными 1,8; 0,8 и 0,5%.

Полученные нами экспериментальные значения  $p$  и вычисленные из опытов по изучению зависимости  $p$  от  $\eta$  значения  $p_0$  приведены в табл. 1. Среднее значение  $p_0$  равно 40,8% <sup>\*\*</sup>.

Таблица 1

Экспериментальные значения степени поляризации  $p$  и вычисленные значения предельной поляризации  $p_0$  для смесей воды с гликолем  $\eta = 0,0144 - 0,0994$  и для смесей воды с глицерином

$\eta$ , пуаз	0,0144	0,0183	0,0259	0,0455	0,0994	0,872	0,91	1,56	4,5
$p$ , %	3,3	3,7	5,00	8,00	12,8	30,0	31,5	33,8	37,7
$p_0$ , %	44,6	44,0	43,7	42,9	40,0	36,5	38,4	38,0	39,4

В табл. 2 приведены для различных концентраций йодистого калия, полученные нами значения  $p$ ,  $B/B_0$  <sup>\*\*\*</sup>,  $\tau/\tau_0$ , вычисленные значения  $\delta_1$  и

\* Подробное описание установки будет дано в другом месте.

\*\* При этом мы считали, что все полученные нами значения  $p_0$  имеют одинаковый вес. Разумеется, это утверждение может вызвать некоторые возражения. Однако оценить вес отдельных измерений очень трудно.

\*\*\* В табличные данные для выхода внесена небольшая поправка, вызванная учетом изменения анизотропии излучения при тушении (<sup>7</sup>)

$\delta_1$  и значения предельной поляризации  $p_0$ , вычисленные: 1) по формуле (1), которой  $\tau$  заменено на  $\frac{B}{B_0} \tau_0$ ; 2) по той же формуле при подстановке вместо  $\tau$  флуорометрических значений длительности флуоресценции и 3) по формуле (5).

Сравнение последних трех столбцов показывает, что наилучшие результаты дает вычисление по формуле (5). В этом случае получается сравнительно небольшой разброс вычисленных значений  $p_0$  и среднее значение  $p_0$

Т а б л и ц а 2

экспериментальные значения степени поляризации, выхода и длительности флуоресценции в потушенных йодистым калием растворах флуоресцеина и вычисленные по (1) и (5) значения предельной поляризации

$\gamma$ , м/л · 10	$B/B_0$	$\frac{\tau}{\tau_0}$	$p$ , %	$\delta_1$	$\delta_2/\delta_1$	$p_0 \left( \frac{B}{B_0} \right)$	$p_0(\tau)$	$p_0$ по (5)
1,5	0,34	0,336	4,54	1,31	0,8416	36,6	36,3	39,2
3	0,192	0,21	7,15	1,57	0,763	35,8	38,2	39,2
6	0,095	0,128	11,43	1,96	0,7370	34,2	40,4	40,0
9	0,0518	0,085	15,85	2,225	0,7675	33,2	43,3	41,5
12	0,0351	0,066	19,55	2,485	0,7821	34,0	45,8	41,5
15	0,0261	0,052	22,83	2,73	0,7828	35,4	46,7	44,5
18	0,0189	0,041	26,0	2,975	0,7850	36,2	47,1	42,9

равно 41,2%, т. е. оно очень близко к среднему значению  $p_0$ , вычисленному из опытов по изучению зависимости поляризации от вязкости. Широко распространенный способ вычисления по формуле (1) при замене  $\tau$  на  $\frac{B}{B_0} \tau_0$

дает заниженные значения предельной поляризации и, кроме того, при наличии большого расхождения между изменениями  $B/B_0$  и  $\tau/\tau_0$  применение этого способа не имеет никакого теоретического оправдания. И, наконец, вычисление по формуле (1), в которую для каждой концентрации йодида калия подставлены флуорометрические значения  $\tau$ , дает наихудший результат. Значения предельной поляризации в этом случае систематически и довольно быстро растут по мере увеличения концентрации тушителя, следовательно, зависимость  $1/p$  от флуорометрических значений  $\tau$  не может быть представлена в виде прямой, как этого требует формула (1).

Таким образом, можно считать доказанным, что для данного случая тушения флуоресценции расхождение изменений выхода и длительности флуоресценции объясняется неэкспоненциальным законом затухания флуоресценции потушенных растворов.

В заключение мы считаем приятным долгом выразить благодарность А. С. Черемисину, участвовавшему в сборке установки и вычислениях.

Поступило  
8 II 1957

## ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> В. Л. Левшин, Zs. Phys., 26, 274 (1924); 34, 330 (1925). <sup>2</sup> F. Perrin, Ann. Phys., 12, 169 (1929); Thèse, Paris, 1929. <sup>3</sup> В. Л. Левшин, Фотолюминесценция жидких и твердых веществ, 1951; С. И. Вавилов, И. М. Франк, Zs. Phys., 69, 100 (1931); А. Н. Севченко, Тр. ГОИ, 14, 65 (1941); F. Perrin, Acta Phys. Polon., 3, 335 (1936). <sup>4</sup> С. И. Вавилов, Acta Phys. Polon., 5, 417 (1936); Б. Я. Свешников, Acta Physicochim. URSS, 3, 257 (1935); Тр. ГОИ, в. 108 (1938) (диссертация); А. Кузнецова, Б. Я. Свешников, В. И. Широков, Оптика и спектр., 5, 578 (1957). <sup>5</sup> N. S. Marínescu, Adsorption sur les molécules dissoutes, Paris, 1927. В. И. Широков, Изв. АН СССР, сер. физ., 20, 605 (1956). <sup>7</sup> Б. Я. Свешников, Acta Physicochim. URSS, 4, 354 (1936).



В. Ф. ПИСАРЕНКО

## ИЗМЕНЕНИЕ ПРОВОДИМОСТИ КВг В СИЛЬНЫХ ПОЛЯХ В ОБЛАСТИ ТЕМПЕРАТУР 300—450°

(Представлено академиком А. Н. Терениным 17 XII 1956)

Известно <sup>(1)</sup>, что при электролизе нагретых щелочно-галогидных солей при некоторых условиях возможно увеличение проводимости кристаллов при их окрашивании; в этом случае диэлектрик превращается в примесный полупроводник. Примесью, увеличивающей проводимость, служат *F*-центры. Окрашивание кристаллов идет только в том случае, если входящие в кристалл электроны вытесняют ионы галоида.

Нам удалось наблюдать резкое увеличение проводимости (в 100—1000 раз) нагретых монокристаллических образцов КВг в сравнительно сильных полях (1000—10 000 в/см) без окрашивания, причем в образце никаких дендритов не образовывалось.

Применялась методика исследования, описанная в статье <sup>(2)</sup> с тем отличием, что последовательно с образцом при электролизе включалось «тормозное» сопротивление около  $10^5$  ом, предохранявшее образец от пробоя. Область температур, в которой можно наблюдать увеличение проводимости, заключена приблизительно между 300 и 450°. При более низких температурах в образцах растут дендриты, при температурах выше 450° образцы окисляются.

На рис. 1 представлено изменение проводимости образца со временем при постоянной температуре и напряжении на образце и тормозном сопротивлении. Из рисунка видно, что в течение некоторого времени (величина интервала зависит от напряженности поля и качества контакта катод — образец) проводимость остается постоянной, а потом довольно быстро увеличивается со временем в 100 — 1000 раз. Если направление поля изменить, проводимость очень резко (за 1 сек.) уменьшается до исходной, при возвращении к старому направлению проводимость снова быстро повышается. При изменении направления поля надолго проводимость, уменьшившись вначале, через некоторое время возрастает, и после этого возвращение к первоначальному направлению поля приводит к уменьшению проводимости. Контрольные опыты показали, что увеличение проводимости вызывает не разогревание образцов и не прорастанием дендритов.

Прохождение тока через кристалл, находящийся в таком «измененном» состоянии, приводит к разрушению анода, катод же не разъедается (электродами обычно служили алюминиевые пластинки); при обычном же электролизе разрушается только катодная пластинка.

Вольт-амперная характеристика для кристалла с повышенной проводимостью представляет собой петлеобразную кривую, не воспроизводящуюся при повторении цикла изменения напряжения. Неоднозначна и зависимость проводимости от температуры при постоянном напряжении. Из этих измерений можно энергию активации грубо оценить величиной около 0,6 (в нормальном состоянии — около 3 эв).

Кристалл с повышенной проводимостью, будучи быстро охлажденный до комнатной температуры, обладает свойствами, отличными от свойств

одного кристалла. Прикатодная область образца после такой обработки тонким слоем ( $10 \mu$ ) окрашена. Спектр поглощения ее содержит  $F$ -,  $M$ -, и  $V$ -полосы. Концентрация  $F$ -центров, оцененная по оптической плотности, имеет порядок  $10^{18}$ — $10^{19} \text{ см}^{-3}$ . Прианодная часть кристалла обычно разрушена, но не окрашена. Объем кристалла не окрашен, его спектр поглощения не имеет заметных изменений по сравнению с исходным. Тем не менее образец оказывается фотопроводящим, его интегральная фоточувствительность сравнима с фоточувствительностью рентгенизированных образцов с концентрацией  $F$ -центров порядка  $10^{16} \text{ см}^{-3}$ . На рис. 2 приведено спектральное распределение фотопроводимости образца в измененном состоянии и для рентгенизированного образца. Хорошо видно, что спектральная область фоточувствительности первого образца значительно шире, чем второго. При охлаждении образца до  $-183^\circ$  фотопроводимость исчезает. Темновая проводимость таких кристаллов при комнатной температуре выше нормальной на 2—3 порядка.

Отожженные при температуре до  $-500^\circ$  измененные образцы в течение нескольких минут возвращаются в нормальное состояние. Наблюдавшееся явление можно объяснить исходя из механизма электролиза, предложенного М. С. Сманом<sup>(2)</sup>, допустив, что когда электроны, вследствие снижения

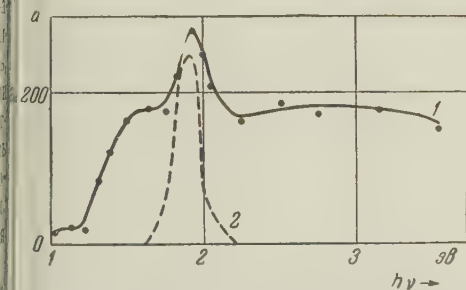


Рис. 2. 1 — Спектральное распределение фотопроводимости образца КВг в измененном состоянии; 2 — фоточувствительность рентгенизированного образца КВг

их светом на метастабильный уровень, откуда тепловые флуктуации забрасывают электроны в зону проводимости. Так как поглощение образца не изменяется заметно при переходе в измененное состояние, то число дефектов, по-видимому, не превышает  $10^{13} \text{ см}^{-3}$ . Такое малое число дефектов определяет, вероятно, повышенную подвижность электронов в образце. Однако необходимо отметить, что всех деталей явления мы пока объяснить не можем.

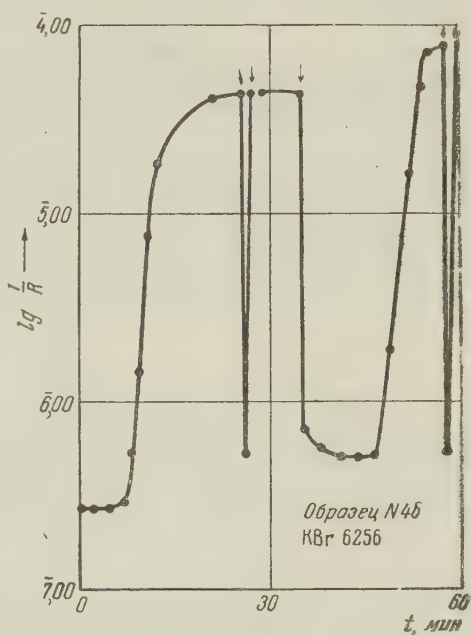


Рис. 1. Изменение проводимости образца КВг в сильных полях при  $400^\circ$ .  $E_{\text{нач}} = 1200 \text{ в/см}$

выделившегося на катоде калия, приэлектродный объемный заряд, образуя слой с повышенной проводимостью, в кристалле из-за сравнительно низкой температуры не создается достаточно сильных полей для вытеснения ионов  $\text{Br}^-$  к аноду, так что электроны проходят в зоне проводимости через весь кристалл, накапливаясь в прианодном слое. Поле, созданное этим зарядом, разрывает решетку, выделяя Вг на аноде. Лишь очень небольшая часть электронов оказывается захваченной имеющимися внутри кристалла дефектами. Эти акцепторы, вероятно, отдают электроны при возбужде-

нии их светом на метастабильный уровень, откуда тепловые флуктуации забрасывают электроны в зону проводимости. Так как поглощение образца не изменяется заметно при переходе в измененное состояние, то число дефектов, по-видимому, не превышает  $10^{13} \text{ см}^{-3}$ . Такое малое число дефектов определяет, вероятно, повышенную подвижность электронов в образце. Однако необходимо отметить, что всех деталей явления мы пока объяснить не можем.

Резкое униполярное изменение проводимости в сильных полях при  
соких температурах раньше наблюдал Н. И. Шефер <sup>(3)</sup> в титанате ба

В заключение автор считает своим долгом выразить благодарн  
проф. М. С. Косману за руководство работой.

Ленинградский государственный  
педагогический институт  
им. А. И. Герцена

Поступил  
19 XI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> П. С. Тартаковский, Внутренний фотоэффект в диэлектриках, М.,  
1940; Н. Мотт, Р. Герни, Электронные процессы в ионных диэлектриках, ИЛ,  
R. W. P h o l, Phys. Zs., 39, 36 (1938). <sup>2</sup> М. С. Косман, В. Ф. Писаре  
ДАН, 115, № 4 (1957). <sup>3</sup> Н. И. Шефер, Автореферат диссертации, Л., 1953



Академик АН БССР Н. Н. СИРОТА

# О ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ТЕПЛОЕМОСТИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Квантовая теория теплоемкости моноатомных твердых тел впервые развита А. Эйнштейном <sup>(1)</sup>, предположившим, что все атомы в твердом теле имеют одинаковую частоту колебаний. Используя распределение Планка, позволяющее выразить среднюю энергию осциллятора в функции температуры, Эйнштейн получил выражение для внутренней энергии твердого тела:

$$\Delta U_s = 3N \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}.$$

Большое принципиальное значение работы Эйнштейна состояло в том, что теоретически была выведена температурная зависимость теплоемкости, по своему характеру близкая к наблюдаемой экспериментально, а также в том, что им была выяснена фундаментальная роль характеристической температуры  $\theta_s = h\nu/k$ , являющейся важной константой, связанной со многими свойствами твердых тел.

В теории Дебая <sup>(2)</sup>, являющейся по настоящее время фактически общепринятой теорией вибрационной теплоемкости решетки твердых тел, при этом распределение частот по спектру, описываемое параболическим законом  $dz/d\nu = B\nu^2$  (рис. 1). Весьма важными в этом отношении являются работы М. Борна и Т. Карна <sup>(3)</sup> и М. Блекмана <sup>(4)</sup>.

Как следует из ряда соображений, а также из данных прямых экспериментов и расчетов <sup>(4)</sup>, действительное распределение частот в твердом теле ближе к гауссовскому закону, отличному от распределения по Дебаю, на что особое внимание обращал А. Ф. Иоф-  
<sup>(5)</sup>.

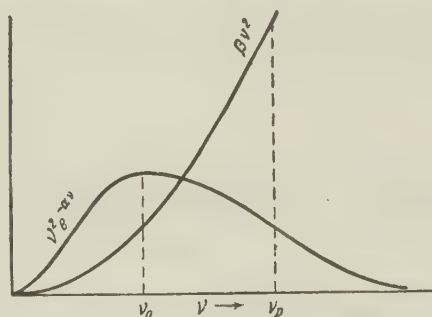


Рис. 1

В настоящей работе мы покажем возможность вычисления температурной зависимости теплоемкости твердых тел с учетом распределения частот, описываемого законом, близким к гауссовскому. В предыдущей заметке обращалось внимание на необходимость учета мерности в распределении частот, что в дальнейшем рассматривалось также рядом авторов <sup>(7,8)</sup> и <sup>(9)</sup>. При принимаемом здесь подходе к вопросу о вычислении температурной зависимости теплоемкости возможно учесть и мерность, что вытекает из полученных выражений, однако мы ограничимся случаем изотропного твердого тела.

Принятое нами распределение частот с известным приближением может быть описано выражением типа

$$\frac{dz}{d\nu} = A\nu^p e^{-\alpha\nu^n}. \quad (1)$$

Однако для упрощения, не делая, по-видимому, большой погрешности, мы ограничимся аппроксимацией кривой распределения частот по спектру колебаний уравнением вида (рис. 1)

$$\frac{dz}{d\nu} = A\nu^p e^{-\alpha\nu}. \quad (1)$$

Поскольку полное число колебаний  $z$  в грамм-атоме твердого тела равно  $3N$ , то

$$z = 3N = \int_0^\infty A\nu^p e^{-\alpha\nu} d\nu = A \frac{\Gamma(p+1)}{\alpha^{p+1}},$$

откуда  $A = 3N\alpha^{p+1}/\Gamma(p+1)$ , причем частота  $\nu_0$ , соответствующая максимуму на кривой распределения, которую мы примем за характерическую температуру  $\theta$  будет равна

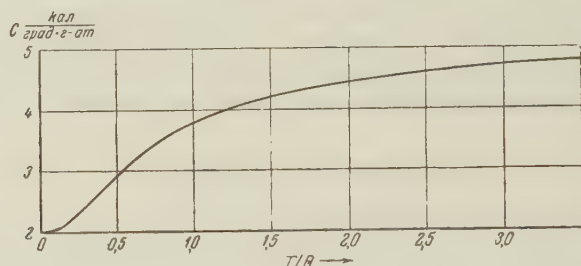


Рис. 2

стическую частоту, при этом будет равна  $\nu_0 = p/\alpha$ . Тогда характерическая температура  $\theta$  будет равна

$$\theta = \frac{h\nu_0}{k} = \frac{hp}{k\alpha}.$$

В этом случае полная энергия колебаний или внутренняя энергия твердого тела будет равна

$$\Delta U = A \int_0^\infty \frac{h\nu \cdot \nu^p e^{-\alpha\nu} d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1},$$

откуда с достаточным приближением получим

$$\Delta U = 3RT \left(\frac{T}{\theta}\right)^{p+1} \frac{p^{p+1}}{(pT/\theta + 1)^{p+1}}.$$

Поскольку для изотропного твердого тела можно полагать  $p \geq 2$ , в этом случае при  $p = 2$

$$\Delta U = 24RT \frac{(T/\theta)^3}{(2T/\theta + 1)^3}.$$

На основании формулы (6) для температурной зависимости теплоемкости изотропного твердого тела получаем

$$C = 3Rp^{p+1} \frac{(T/\theta)^{p+1} [pT/\theta + p + 2]}{(pT/\theta + 1)^{p+2}};$$

при  $p = 2$

$$C = 3R \frac{(T/\theta)^3 (2T/\theta + 4)}{(T/\theta + 1/2)^4}.$$

На рис. 2 показана кривая изменения вибрационной теплоемкости шетки твердого тела в зависимости от  $T/\theta$ . Принимаемая характерическая температура примерно в три раза меньше дебаевской.

Экспериментальные данные по температурной зависимости теплоемкости различных твердых тел хорошо описываются полученным выражением. Простота полученного закона изменения теплоемкости твердых тел в зависимости от температуры открывает широкие возможности для его применения в самых разнообразных термодинамических и других физических расчетах.

Поступило  
25 III 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> A. Einstein, Ann. d. Phys., **22**, 180, 800 (1906); **34**, 170 (1911). <sup>2</sup> P. Debye, Ann. d. Phys., **39**, 789 (1912). <sup>3</sup> M. Born, T. Karman, Phys. Zs., **13**, 297 (1912); **14**, 15 (1913). <sup>4</sup> M. Blackman, Zs. Phys., **86**, 421 (1933). <sup>5</sup> А. Ф. Иоффе, Журн. Вопросы теории и исследования полупроводников и процессов полупроводниковой металлургии, Изд. АН СССР, 1945, стр. 5. <sup>6</sup> Н. Н. Сирота, ДАН, **47**, № 1, (1945). <sup>7</sup> В. В. Тарасов, ДАН, **46**, № 1 (1945). <sup>8</sup> И. М. Лившиц, ЭТФ, **22**, 471, 475 (1952).

Ю. А. СУРКОВ

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ АЛЬФА-РАСПАДА ЭЛЕМЕНТОВ СРЕДНЕГО АТОМНОГО ВЕСА

[(Представлено академиком А. П. Виноградовым 7 III 1957)]

Вопрос об  $\alpha$ -распаде элементов с  $A < 209$  уже рассматривался в литературе (<sup>1</sup>), и было показано, что все элементы с массовым числом приблизительно более 150 неустойчивы относительно  $\alpha$ -распада. Элементы среднего атомного веса ( $N = 82 \div 126$ ) оказываются устойчивы лишь потому, что энергия распада у них мала, а время жизни соответственно велико. Регистрация такой  $\alpha$ -активности чаще всего ограничивается возможностями существующих в настоящее время методов измерения. Однако в некоторых случаях тщательные исследования все же позволили обнаружить ряд естественных  $\alpha$ -излучателей (<sup>2-6</sup>).

Из теории  $\alpha$ -распада следует, что с уменьшением массового числа изотопа увеличивается энергия  $\alpha$ -распада. Таким образом, чем легче изотопы, тем они менее устойчивы относительно  $\alpha$ -распада. Это обстоятельство позволяет воспользоваться ядерными реакциями, протекающими под действием нуклонов высоких энергий, для получения изотопов с большим недостатком нейтронов. Но эти изотопы оказываются также неустойчивы относительно  $K$ -захвата и  $\beta^+$ -распада, причем в рассматриваемой области эти переходы чаще всего оказываются наиболее вероятными, что в значительной степени затрудняет регистрацию и исследование  $\alpha$ -распада. Однако и для элементов среднего атомного веса в некоторых случаях  $\alpha$ -распад становится преобладающим среди других процессов радиоактивного превращения. Так, например, из энергетических соображений известно, что наиболее неустойчивыми относительно  $\alpha$ -распада являются изотопы, находящиеся в начале заполнения нуклонной оболочки. Ряд таких изотопов, имеющих 84—85 нейтронов, обнаружен и исследован в работах (<sup>7-10</sup>). Скачок в энергии связи нуклонов в ядре, определяемый оболочкой  $N = 82$ , настолько велик, что распад изотопов с  $N < 84$  не удается наблюдать. Кроме того, у наиболее тяжелых элементов среднего атомного веса, даже при небольшом недостатке нейтронов, изотопы уже становятся неустойчивыми относительно  $\alpha$ -распада, в то время как  $K$ -захват или  $\beta^+$ -распад еще мало вероятны. Этим объясняется  $\alpha$ -активность нейтронно-дефицитных изотопов Au, Hg, Bi, Po, At и Rn.

Систематика экспериментальных данных по  $\alpha$ -распаду элементов среднего атомного веса позволяет заметить существование тех же закономерностей  $\alpha$ -распада, что и наблюдаемые в области тяжелых элементов ( $A > 209$ ). Это дает возможность сделать некоторые предпосылки для проведения экспериментальных исследований  $\alpha$ -распада элементов среднего атомного веса.

Основываясь на изложенном, нами проведены экспериментальные исследования  $\alpha$ -распада в рассматриваемой области изотопов ( $N = 82 \div 126$ ).  $\alpha$ -активные изотопы получались в процессе ядерных реакций при облучении Eг, Yb и Hf на синхротроне Объединенного института ядерных исследований протонами с энергией от 70 до 660 Мэв. Для исследования



протокживущей  $\alpha$ -активности элементы облучались на ускорителе в течение 2 час. Долгоживущая  $\alpha$ -активность исследовалась в продуктах ядерных реакций, накопленных в период 3-месячной работы ускорителя.

Образовавшиеся в процессе ядерных реакций элементы разделялись хроматографическим методом и идентифицировались по различным видам радиоактивного распада, опубликованным в литературе, и по хроматографической шкале вымывания активированных элементов, снятой при тех же условиях, что и в случае хроматографического разделения продуктов ядер-

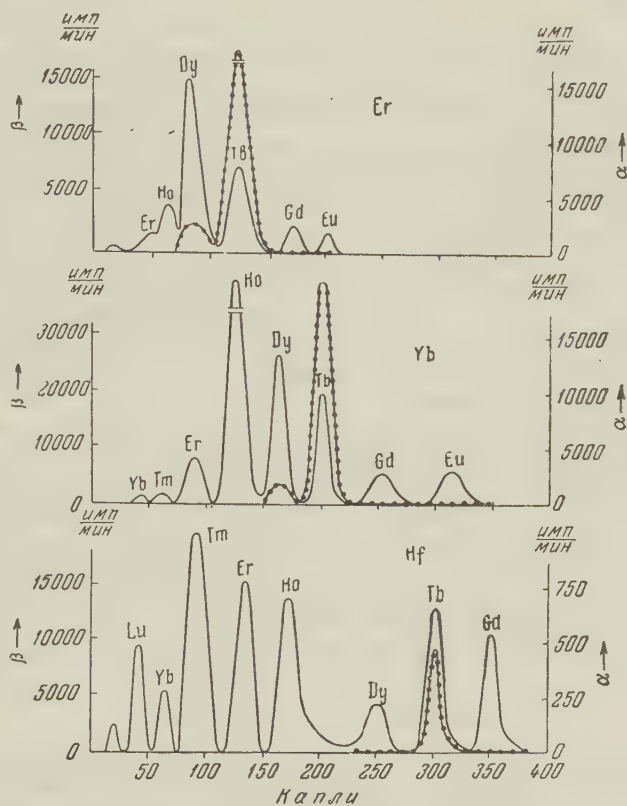


рис. 1. Хроматограммы продуктов бомбардировки Er, Yb и Hf протонами с энергией 1560 Мэв (разделение производилось молочной кислотой на смоле Д = 50 (Х-12); pH 3,4÷3,6;  $t = 85^\circ$ ,  $V \approx 1$  капля/мин.)

ных реакций. Для исследования  $\alpha$ -распада в каждом из опытов брались только заведомо чистые (разделенные хроматографически до фона) фракции образовавшихся элементов. В проведенной экспериментальной работе одним из важных моментов было получение достаточно чисто выделенных элементов, на что было обращено особое внимание.

На рис. 1 представлены хроматограммы продуктов ядерных реакций, образующихся при бомбардировке Er, Yb и Hf протонами с энергией в 10 Мэв. Хроматограммы снимались одновременно по  $\beta$ - и  $\alpha$ -активности. Шлифованные линии соответствуют величине  $\beta$ -активности, линии с точками — величине  $\alpha$ -активности в импульсах в минуту, считаемых данным счетным устройством.  $\alpha$ -Активность, регистрируемая только фотопластинками, на хроматограмме не указана.

В табл. 1 указаны все  $\alpha$ -активные изотопы, обнаруженные нами в проведенных исследованиях продуктов бомбардировки элементов среднего атомного веса. Некоторые из них были известны из ранее опубликованных работ. Для них приводятся наиболее точные данные, полученные в работе (8). Изотопы Dy( $^{163}$ ), и Hf(?) предполагаются новыми. Значения

массовых чисел нами не определялись. Числа, указанные в скобках, являются наиболее вероятными значениями, приписанными данной  $\alpha$ -активности из систематики  $\alpha$ -распада.  $\alpha$ -Активность гафния не совсем достоверна ввиду несовершенства химической методики. Измерение  $\alpha$ -активности элементов указанных в табл. 1, проис-  
водилось через несколько часов после облучения мишеней (время измерения зависило от порядкового номера облучаемого и исследуемого элемента). Элементы с  $Z < 6$  нами не исследовались.

Таблица 1

Элемент	A	$E_{\alpha}$ , Мэв	$T_{\alpha}$	По другим данным	
				$E_{\alpha}$ , Мэв	$T_{\alpha}$
Gd	148	$3,3 \pm 0,2$	$\sim 10^2$ лет, выч.	3,27	$> 35$ лет
Tb	149	$4,06 \pm 0,05$	$4,3 \pm 0,2$ ч.	4,08	4,1 ч.
Dy	152	$3,66 \pm 0,08$	$3,2 \pm 0,3$ ч.	3,73	2,3 ч.
Dy (153)		$3,3 \pm 0,2$	$\sim 10$ лет, выч.	—	—
Hf	—	$3,5 \pm 0,2$	$\sim 10^4$ лет, выч.	—	—

изотопов  $Gd^{148}$ ,  $Dy^{153}$  и  $Hf(?)$  энергии определялись по пробегу в толстых (50  $\mu$ ) фотопластинках. Вычисленные для них полупериоды  $\alpha$ -распада являются грубой оценкой.

Кроме указанной аппаратуры и методов регистрации  $\alpha$ -активности в работе для идентификации продуктов ядерных реакций использовались люминесцентный  $\gamma$ -спектрометр, стандартные установки с торцовыми счетчиками Гейгера и грубый магнитный анализатор  $\beta$ -частиц.

В заключение пользуюсь случаем выразить благодарность Л. П. Москалевой и А. А. Позднякову за помощь при выполнении данной работы.

Институт геохимии и аналитической химии  
им. В. И. Вернадского  
Академии наук СССР

Поступило  
7 III 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> H. A. Bethe, R. F. Bacher, Rev. Mod. Phys., 8, 82 (1936); A. J. Demster, Phys. Rev., 53, 869 (1938); O. Hahn, S. Flügge, J. Mattauch, Phys. Zs., 41 (1940); T. P. Kohman, Phys. Rev., 76, 448 (1949); S. Jha, G. P. Dube, Ir J. Phys., 26, 15 (1952). <sup>2</sup> G. Hevesy, M. Pahl, Nature, 130, 846 (1933). <sup>3</sup> W. Riezler, W. Porschen, Zs. f. Naturforsch., 7a, № 9, 634 (1952). <sup>4</sup> E. Bodenstedt, Zs. f. Naturforsch., 8a, № 8, 502 (1953). <sup>5</sup> E. C. Wallron, V. A. Schultz, T. P. Kohman, Phys. Rev., 93, 254 (1953). <sup>6</sup> W. Porschen, W. Riezler, Zs. f. Naturforsch., 11a, № 2, 143 (1956). <sup>7</sup> S. G. Thompson, A. Ghiorso, J. O. Rasmussen, G. T. Seaborg, Phys. Rev., 76, 1406 (1949). <sup>8</sup> J. O. Rasmussen, S. G. Thompson, A. C. Ghiorso, Phys. Rev., 89, 33 (1953). <sup>9</sup> D. C. Dunlavey, G. T. Seaborg, Phys. Rev., 92, 206 (1953). <sup>10</sup> С. А. Баранов, 1952 (цит. по А. П. Виноградову). Доклад на сессии АН СССР по мирному использованию атомной энергии I—5 VII 1955.

Э. Е. ФРАДКИН

# АЛГЕБРА МАТРИЦ ТЕОРИИ ЧАСТИЦ СО СПИНОМ $\frac{3}{2}$ \*

(Представлено академиком В. А. Фоком 5 IV 1957)

1. Удобство алгебраического метода, когда матрицами, входящими в волновое уравнение, можно оперировать как абстрактными числами, зная лишь соответствующие перестановочные соотношения, полностью оценено в теории частиц со спином  $\frac{1}{2}$  (алгебра Дирака) <sup>(1)</sup> и частиц со спинами 0 и 1 (алгебра Дэффина — Кеммера) <sup>(2)</sup>. В данной статье мы установим основные соотношения алгебры\*\*  $\alpha^k$  матриц, входящих в волновое уравнение для частицы с единственным спином  $\frac{3}{2}$  и положительно-определенным полным зарядом.

$$\left\{ \alpha^k \frac{\partial}{\partial x_k} + i\kappa \right\} \Psi(x_0, x_1, x_2, x_3) = 0, \quad (1)$$

где  $\Psi(x_0, x_1, x_2, x_3) \equiv \Psi(t, x, y, z)$  — 16-компонентная волновая функция частицы со спином  $\frac{3}{2}$ ;  $\alpha^k$  — 16-мерные квадратные матрицы, конкретный вид которых в различных представлениях приведен в работах <sup>(3-5)</sup>;  $\kappa$  — масса частицы\*\*\*.

2. Для частиц с произвольным спином в работах <sup>(6,7)</sup> разработан общий метод вывода перестановочных соотношений, получаемых из вида минимального уравнения, которому удовлетворяют соответствующие матрицы. Минимальное уравнение для матриц частицы с единственным определенным спином  $s$  имеет, как известно <sup>(6,8)</sup>, вид

$$(L^n)(L^2 - 1) = 0. \quad (2)$$

Для частиц со спинами  $\frac{1}{2}$ , 1,  $\frac{3}{2}$  или 2  $n = 2s - 1$ \*\*\*\*.

Однако перестановочные соотношения, следующие из (2), оказываются слишком общими. Так, для частиц со спином 1 (так же как для частиц со спином 0) получаются следующие перестановочные соотношения:

$$\sum_p \beta^k (\beta^l \beta^m - g^{lm}) = 0, \quad (3)$$

где  $g^{lm}$  — метрический тензор специальной теории относительности;  $g^{00} = -g^{11} = -g^{22} = -g^{33} = 1$ ;  $g^{lm} = 0$  ( $l \neq m$ );  $\sum_p$  обозначает суммирование по всем возможным перестановкам значков  $k, l, m$ . Перестановочные соотношения (3) разбиваются на два типа перестановочных соотношений с симметризацией по двум значкам. Один из этих типов, а именно перестановочные соотношения Дэффина — Кеммера <sup>(2)</sup>, выполняются и определяют всю алгебру матриц теории частиц со спином 0 или 1.

\* Работа доложена 12 I 1957 г. на семинаре теоретической лаборатории Объединенного института ядерных исследований.

\*\* Здесь и в дальнейшем латинские индексы пробегют значения 0, 1, 2, 3, а греческие 1, 2, 3. Как обычно, по одинаковым индексам, встречающимся в одном выражении дважды, подразумевается суммирование.

\*\*\* В статье выбрана система единиц, в которой  $\hbar$  — постоянная Планка и  $c$  — скорость света равны единице.

\*\*\*\* Для частиц со спином 2 матрица  $L^0$ , построенная по методу Гельфанда и Яглома <sup>(8)</sup>, удовлетворяет минимальному уравнению  $(L^0)^5 = (L^0)^3$ .

3. Для частицы со спином  $3/2$  из (2) следуют перестановочные соотношения \*

$$\sum_p \alpha^i \alpha^k (\alpha^l \alpha^m - g^{lm}) = 0. \quad (4)$$

Здесь в  $\sum_p$  нужно производить перестановку по всем четырем значениям  $p$ .

Ни один из трех типов перестановочных соотношений с частичной симметризацией по двум или трем значкам, ни их линейная комбинация не выполняется матрицами  $\alpha^k$ . С другой стороны, общее перестановочное соотношение (4) выполняется не только для матриц  $\alpha^k$  теории частиц со спином  $3/2$ , но также для дираковских матриц  $\gamma^k$ , дэффин-кемеровских матриц  $\beta^k$ , матриц теории частицы с массой  $\kappa$  и двумя спинными состояниями  $3/2$  и  $1/2$ , приведенных в работе (9), и многих других. Поэтому для того чтобы выделить именно алгебру матриц, описывающих частицу со спином  $3/2$ , нужно найти некоторые добавочные соотношения, которые, наряду с (4), выполнялись бы для интересующих нас матриц  $\alpha^k$ . К искомому соотношениям нужно предъявить следующие требования: а) они не должны удовлетворяться эрмитовыми матрицами, поскольку в теории частиц со спином  $3/2$  и положительным зарядом существенно, что матрицы  $\alpha^k$  неэрмитовы (3); б) из них должны следовать дополнительные условия, налагаемые на волновую функцию.

Такие соотношения имеют вид \*\*

$$g_{mn} \{ \alpha^m \alpha^i \alpha^n + \alpha^n \alpha^i \alpha^m + \alpha^i (\alpha^m \alpha^n + \alpha^n \alpha^m) - \\ - (\alpha^m \alpha^n + \alpha^n \alpha^m) \alpha^i \} \{ \alpha^k \alpha^l + \alpha^l \alpha^k \} = 0. \quad (5)$$

Соотношения (5) проверялись нами для матриц  $\alpha^k$  в параметрическом представлении Петраша (5). Следовательно, они выполняются и в других представлениях, так как, как показано в работе (11), матрицы в представлении Петраша связаны линейными допустимыми преобразованиями с другими известными представлениями матриц  $\alpha^k$  (3,4).

Для полного построения алгебры матриц теории частиц со спином  $3/2$  существенно, что инфинитезимальные преобразования  $I^{kl}$ , определяющие преобразование волновой функции  $\Psi$

$$\Psi \rightarrow \Psi' = \Psi + 1/2 \varepsilon_{kl} I^{kl} \Psi \quad (6)$$

при бесконечно малом преобразовании Лоренца

$$x^i \rightarrow x'^i = x^i + g^{ik} \varepsilon_{kl} x^l \quad (\varepsilon_{kl} = -\varepsilon_{lk}) \quad (7)$$

можно представить через антисимметричные комбинации матриц  $\alpha^k$

$$I^{kl} = 3/4 \{ (\alpha^k \alpha^l - \alpha^l \alpha^k) + (\alpha^k \alpha^i \alpha_i \alpha^l - \alpha^l \alpha^i \alpha_i \alpha^k) - \\ - 3/4 (\alpha^i \alpha^k \alpha_i \alpha^l - \alpha^l \alpha^i \alpha_i \alpha^k) - 5/4 (\alpha^k \alpha^l - \alpha^l \alpha^k) \alpha^i \alpha_i + \\ + 7/4 (\alpha^k \alpha^i \alpha_i \alpha^l - \alpha^l \alpha^i \alpha_i \alpha^k) \}. \quad (8)$$

\* Заметим, что найденные в работе (10) 20-мерные матрицы, которые также могут быть отнесены к частице со спином  $3/2$ , удовлетворяют лишь минимальному уравнению (2) с  $n = 3$  и, следовательно, не выполняют перестановочного соотношения (4).

\*\* Нужно отметить, что 16-мерные матрицы теории частиц со спином  $3/2$  являются для соотношения (5) представлением наименьшей размерности, так как в работе (3) показано, что такие матрицы единственны и не могут быть более низкой размерности. Вопрос о представлениях соотношения (5) более высокой, размерности не исследовался.



Как и должно быть, матрицы  $\alpha^k$  удовлетворяют соотношению, обеспечивающему лоренц-инвариантность теории <sup>(3)</sup>

$$\alpha^k I^{lm} - I^{lm} \alpha^k = g^{kl} \alpha^m - g^{km} \alpha^l. \quad (9)$$

Преобразование  $T$ , отвечающее отражению

$$x^0 \rightarrow x^0, \quad x^v \rightarrow x^v, \quad (10)$$

имеет вид

$$T = 3/4 \{ \alpha^i \alpha_i \alpha^0 + \alpha^0 \alpha^i \alpha_i - 8/3 \alpha^0 - 4 (\alpha^0)^3 \}, \quad T^2 = 1. \quad (11)$$

4. Для того чтобы построить инвариантную вещественную функцию Лагранжа, необходимо определить основную инвариантную эрмитову билинейную форму  $\Psi^{*+} \Psi = \Psi^{*+} \eta \Psi^*$ . Хариш-Чандра <sup>(9)</sup> показал, что метрическую матрицу Грама  $\eta$ , выполняющую условия <sup>(9)</sup>

$$(\alpha^k)^* \eta - \eta \alpha^k = 0, \quad I^{0\mu} \eta - \eta I^{0\mu} = 0, \quad (12)$$

$$T \eta - \eta T = 0, \quad I^{\nu\mu} \eta - \eta I^{\nu\mu} = 0$$

нужно искать в виде

$$\eta = \Lambda T, \quad (13)$$

где  $\Lambda$  — некоторая скалярная матрица, т. е.  $I^{ik} \Lambda - \Lambda I^{ik} = 0$ ,  $T \Lambda - \Lambda T = 0$ . В нашем случае  $\Lambda$  является линейной комбинацией двух имеющихся в теории скалярных матриц  $I$  и  $\alpha^i \alpha_i$  \*\*:

$$\Lambda = (7 - 4\sqrt{3}) (I - 3/2 (2 + \sqrt{3}) \alpha^i \alpha_i). \quad (13')$$

При этом нужно учесть, что матрицы  $\alpha^k$  не являются эрмитовскими.

$$(\alpha^k)^* = \epsilon^k \left\{ \alpha^k - \frac{3\sqrt{3}}{2} \left( \alpha^i \alpha_i \alpha^k - \alpha^k \alpha^i \alpha_i - \frac{2}{\sqrt{3}} \alpha^i \alpha^k \alpha_i \right) \right\}, \quad (14)$$

где  $\epsilon^k$  — функция, дающая знак:  $\epsilon^0 = 1$ ,  $\epsilon^1 = \epsilon^2 = \epsilon^3 = -1$ .

Следует иметь в виду, что выражения для  $\eta$  и  $(\alpha^k)^*$  через  $\alpha^k$  верны лишь в представлении Петраша, так как при переходе к другим представлениям, связанным с представлением Петраша, допустимыми, но не унитарными преобразованиями <sup>(11)</sup>  $\eta$  и  $(\alpha^k)^*$  преобразуются иначе, чем  $\alpha^k$ .

5. Построив функцию Лагранжа и введя в нее обычным образом взаимодействие с электромагнитным полем, получим после ее варьирования уравнения для частицы со спином  $3/2$  во внешнем электромагнитном поле

$$(\alpha^i \pi_i + i\kappa) \Psi = 0, \quad (15)$$

где  $\pi_i = \frac{\partial}{\partial x_i} - ie\varphi_i$ ;  $\varphi_i$  — четырехмерный потенциал электромагнитного поля;  $e$  — заряд.

Используя соотношения (5), можно получить два типа добавочных условий, налагаемых на волновую функцию. Для вывода первого типа дополнительных условий, связывающих компоненты волновой функции

\* Здесь и в дальнейшем звездочка означает эрмитовское сопряжение.

\*\* Численный коэффициент в формуле (13') выбран из условия, что метрическая матрица  $\eta$  имеет 12 собственных значений, относящихся к представлению со спином  $3/2$ , равных  $\pm 1$ .

между собой, получим из уравнения (15) следующее уравнение второго порядка:

$$\left\{ \frac{1}{2} (\alpha^k \alpha^l + \alpha^l \alpha^k) \pi_k \pi_l - \frac{i}{4} e (\alpha^k \alpha^l - \alpha^l \alpha^k) F_{kl} + x^2 \right\} \Psi = 0. \quad (16)$$

При этом мы использовали перестановочные соотношения для  $\pi_k$

$$\pi_k \pi_l - \pi_l \pi_k = -ie F_{kl},$$

где  $F_{kl} = \frac{\partial \varphi_l}{\partial x_k} - \frac{\partial \varphi_k}{\partial x_l}$  — тензор электромагнитного поля.

Умножая уравнение (16) на матричный вектор

$$A^j = \alpha^j \alpha^i \alpha_i + \alpha^i \alpha^j \alpha_i - \alpha^i \alpha_i \alpha^j, \quad (17)$$

в силу соотношений (5) получим дополнительные условия в виде

$$\left\{ \frac{1}{4i} \left( \frac{e}{x^2} \right) Q^{jkl} F_{kl} + A^j \right\} \Psi = 0, \quad (18)$$

где антисимметричный тензор третьего ранга

$$Q^{jkl} = A^j (\alpha^k \alpha^l - \alpha^l \alpha^k) = (\alpha^i \alpha^j \alpha_i + \alpha^j \alpha^i \alpha_i - \alpha^i \alpha_i \alpha^j) (\alpha^k \alpha^l - \alpha^l \alpha^k). \quad (19)$$

Для вывода дополнительных условий с производными волновой функции нужно уравнение (15) умножить на матричный тензор второго ранга

$$R^{jk} = A^j \alpha^k = (\alpha^i \alpha^j \alpha_i + \alpha^j \alpha^i \alpha_i - \alpha^i \alpha_i \alpha^j) \alpha^k. \quad (20)$$

В силу (5) получаем релятивистски-ковариантные условия для  $\Psi$

$$\left\{ \frac{1}{2i} \left( \frac{1}{x} \right) Q^{jkl} \pi_l + R^{jk} \right\} \Psi = 0. \quad (21)$$

Так как  $Q^{jkl} = -Q^{jlk}$ , то член  $Q^{jkh} = 0$  (по  $k$  не суммировать), и в уравнениях (21) отсутствует член с  $\pi_k$ . При  $k=0$  отсутствует член с производной по времени, и уравнения (21) приобретают характер дополнительных условий, связывающих пространственные производные волновой функции с самой волновой функцией.

Для свободной частицы  $\varphi_i = 0$  и  $F_{kl} = 0$  и дополнительные условия (18) и (21) приобретают вид

$$A^j \Psi = 0, \quad \left\{ \frac{1}{2i} \left( \frac{1}{x} \right) Q^{jkl} \frac{\partial}{\partial x_l} + R^{jk} \right\} \Psi = 0. \quad (22)$$

В заключение автор сердечно благодарит С. В. Измайлова за постоянный интерес к работе и Ю. А. Яппа за ценную дискуссию.

Ленинградский государственный педагогический институт  
им. А. И. Герцена

Поступило  
27 III 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> F. Sauter, Zs. f. Phys., 63, 803 (1930); 64, 296 (1930). <sup>2</sup> Н. Кеммер, Proc. Roy. Soc., A 173, 91 (1939). <sup>3</sup> И. М. Гельфанд, А. М. Яглом, ЖЭТФ, 18, 703 (1948). <sup>4</sup> S. N. Gupta, Phys. Rev., 95, 1334 (1954). <sup>5</sup> М. Петраш, Czechoslov. J. Phys., 5, 160 (1955). <sup>6</sup> Н. I. Bhabha, Rev. Mod. Phys., 21, 451 (1949). <sup>7</sup> Ю. А. Яппа, Диссертация, ЛГУ, 1953. <sup>8</sup> В. И. Карпман, Диссертация, ФИАН, 1954. <sup>9</sup> N. G. H. Chandra, Proc. Roy. Soc., A 192, 195 (1948). <sup>10</sup> Е. С. Фрадкин, ЖЭТФ, 20, 27 (1950). <sup>11</sup> Э. Е. Фрадкин, С. В. Измайлов, ДАН, 114, № 2 (1957).

В. Н. ЦВЕТКОВ и С. Я. МАГАРИК

**ОПТИЧЕСКАЯ АНИЗОТРОПИЯ НЕКОТОРЫХ ЦЕПНЫХ МОЛЕКУЛ,  
СОДЕРЖАЩИХ БЕНЗОЛЬНЫЕ КОЛЬЦА**

(Представлено академиком А. А. Лебедевым 19 II 1957)

Как известно, исследование двойного лучепреломления в потоке раствора полимера является наиболее непосредственным методом определения оптической анизотропии его молекул.

Если полимер, состоящий из цепных линейных молекул растворен в растворителе, показатель преломления которого совпадает с показателем преломления полимера, т. е. если отсутствует так называемый «эффект формы» <sup>(1,2)</sup>, то статистическая теория <sup>(3)</sup> приводит к следующей зависимости между характеристической вязкостью  $[\eta]$  раствора и его динамооптической постоянной  $[n]$

$$[n] = \lim_{\substack{c \rightarrow 0 \\ g \rightarrow 0}} \left( \frac{\Delta n}{gc\eta} \right) : \frac{[n]}{[\eta]} = 0,195 \frac{(n^2 + 2)^3}{nkT} (\alpha_1 - \alpha_2). \quad (1)$$

Здесь  $n$  — показатель преломления растворителя,  $\eta$  — его вязкость,  $k$  — постоянная Больцмана,  $T$  — абсолютная температура,  $c$  — концентрация.  $\Delta n$  — разность двух главных показателей преломления раствора, наблюдаемая в ламинарном потоке с градиентом скорости  $g$ ,  $\alpha_1 - \alpha_2$  — разность двух главных поляризуемостей (в направлении цепи и в направлении перпендикулярном к ней) сегмента цепи, т. е. такого ее участка, длина которого достаточно велика, чтобы направление этого участка не зависело от направлений двух соседних с ним сегментов.

Таким образом, измерение величин  $[n]$  и  $[\eta]$  в растворе позволяет определить анизотропию сегмента  $\alpha_1 - \alpha_2$ .

С другой стороны, анизотропия сегмента определяется химическим строением полимерной цепи. В тех случаях, когда это строение достаточно хорошо известно (как в смысле стереохимии мономерного звена, так и в отношении вращения вокруг валентных связей цепи), теория <sup>(4)</sup> дает возможность вычислить разность поляризуемостей сегмента по известным поляризуемостям связей мономерного звена.

Гораздо чаще приходится иметь дело с полимерными цепями сложного строения, детали которого мало известны. При таких условиях не представляется возможным дать количественное соотношение между анизотропией сегмента и анизотропией мономерного звена. Однако и в этих случаях, используя экспериментально найденное значение  $\alpha_1 - \alpha_2$ , иногда можно сделать качественное заключение о структуре мономерного звена изучаемой полимерной цепи. Так, например, опыт показывает, что разность поляризуемостей мономерного звена (в направлении цепи главных валентностей и в направлении ему перпендикулярном) по знаку совпадает с анизотропией сегмента.

В настоящей работе это обстоятельство используется для сравнительного изучения структуры полимерных цепей, содержащих бензольные кольца.

Исследовались следующие четыре полимера: 1) полистирол ( $P_1$ ), 2) поли-*n*-третичный-бутилфенилметакрилат ( $P_2$ ), 3) поли-1,4-диизопропенил-

бензол ( $\Pi_3$ ) и 4) поли-4,4'-диизопропенилдифенилэтан ( $\Pi_4$ ). Второе вещество было получено М. М. Котоном, Т. В. Шереметьевой и М. Г. Женовской (1), а третье и четвертое Ю. В. Митиным и Н. А. Глуховым (6). Все четыре полимера были нефракционированными. Средне-весовые молекулярные веса, определенные по светорассеянию В. Г. Алдошиным, приведены в табл. 1.

Для нахождения разности  $\alpha_1 - \alpha_2$  по уравнению (1) были произведены динамооптические и вискозиметрические измерения полимеров в растворах, в которых исключен эффект формы. Для  $\Pi_2$  был использован хлороформ, бензол для трех остальных — бромформ. Значения характеристической вязкости, определенные в обычном вискозиметре Оствальда, помещены в третьем столбце таблицы.

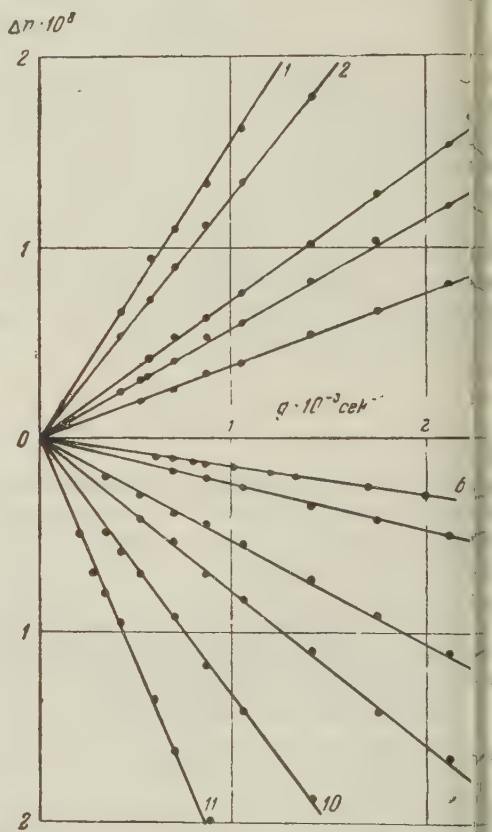
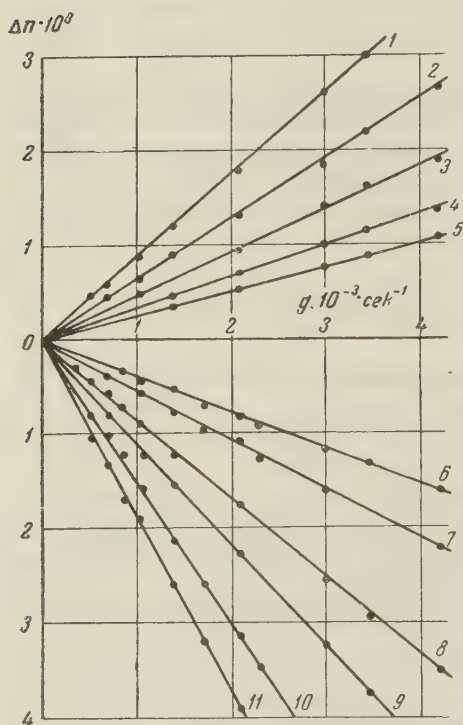


Рис. 1. Зависимость двойного лучепреломления от градиента скорости. Поли-1,4-диизопропенилбензол: 1 —  $C = 7,70$ ; 2 —  $C = 5,80$ ; 3 —  $C = 4,20$ ; 4 —  $C = 2,60$ ; 5 —  $C = 2,10$ . Полистирол: 6 —  $C = 0,22$ ; 7 —  $C = 0,28$ ; 8 —  $C = 0,42$ ; 9 —  $C = 0,51$ ; 10 —  $C = 0,65$ ; 11 —  $C = 0,79$ .

Рис. 2. Зависимость двойного лучепреломления от градиента скорости. Поли-4,4'-диизопропенилдифенилэтан: 1 —  $C = 1,00$ ; 2 —  $C = 0,80$ ; 3 —  $C = 0,48$ ; 4 —  $C = 0,35$ ; 5 —  $C = 0,22$ . Поли-*n*-третичный-бутилфенилметакрилат: 6 —  $C = 0,52$ ; 7 —  $C = 0,69$ ; 8 —  $C = 1,15$ ; 9 —  $C = 1,48$ ; 10 —  $C = 2,03$ ; 11 —  $C = 2,50$ . Концентрации  $C$  на рис. 1 и 2 даны в г/100 мл.

Динамическое двойное лучепреломление исследовалось в динамооптическом приборе с внутренним ротором. Длина ротора 3 см, ширина зазора 0,26 мм. Критический градиент  $g_k = 4,9 \cdot 10^5 \frac{\eta}{\rho}$  ( $\eta$  — вязкость,  $\rho$  — плотность растворителя) нигде не превышался. Двойное лучепреломление измерялось с помощью эллиптического компенсатора с дополнительным полутеневым устройством. Разность хода компенсатора  $\delta = 0,027 \lambda$ , где  $\lambda = 5,5 \cdot 10^{-5}$  см.

Результаты измерений зависимости двойного лучепреломления от градиента скорости показаны на рис. 1 для полимеров  $\Pi_3$  и  $\Pi_1$  и на рис. 2 для



и  $\Pi_2$ . На рис. 3 приведена концентрационная экстраполяция величин  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  и определены значения динамооптической постоянной, которые приведены в четвертом столбце таблицы. Во всех расчетах соответственно приложены или вычтены величины двойного лучепреломления растворителей, которые как для бромойформа, так и для хлорбензола равны  $\frac{\Delta n}{g} = 1 \cdot 10^{-12}$ .

В пятом столбце табл. 1 помещены значения оптической анизотропии статистического сегмента  $\alpha_1 - \alpha_2$ , численные по уравнению (1).

Как видно из приведенных данных, разность поляризуемостей статистического сегмента представляет большую положительную величину для  $\Pi_3$  и  $\Pi_4$ , а для  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  ( $\alpha_1 - \alpha_2$ ) — отрицательная величина.

При интерпретации полученных результатов следует, прежде всего, иметь в виду, что оптическая анизотропия изучаемых молекулярных цепей в значительной мере должна определяться расположением в них фенильных групп, имеющих поляризуемость в плоскости кольца значительно большую, чем в направлении нормали к кольцу. Поэтому следует ожидать положи-

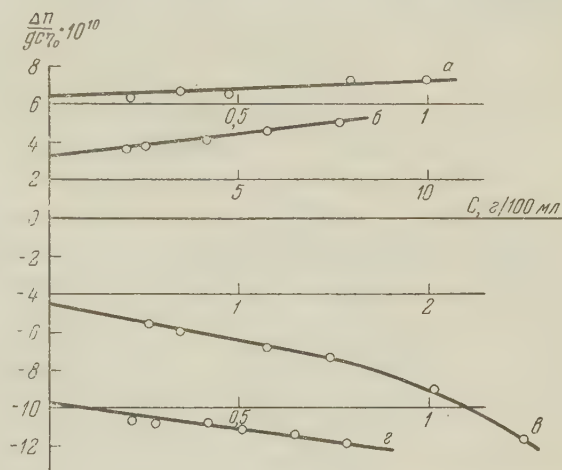


Рис. 3. Зависимость величины  $\frac{\Delta n}{gc\eta}$  от концентрации. а — Поли-4,4'-диизопропенилфенилэтан, б — поли-1,4-диизопропенилбензол ( $\frac{\Delta n}{gc\eta} \cdot 10$ ), в — поли-*n*-третичный бутилфенилметакрилат, г — полистирол

Таблица 1

Полимер	$M \cdot 10^{-4}$	$[\eta]$	$[n] \cdot 10^{10}$	$(\alpha_1 - \alpha_2) \cdot 10^{25}$	$(\beta_1 - \beta_2) \cdot 10^{25}$
Полистирол ( $\Pi_1$ )	27	0,82	-9,7	-190	-26
Бипаратретичнобутилфенилметакрилат ( $\Pi_2$ )	37	0,85	-4,5	-90	-15
Поли-1,4-диизопропенилбензол ( $\Pi_3$ )	0,7	0,066	0,32	78	30
Поли-4,4'-диизопропенилдифенилэтан ( $\Pi_4$ )	78	0,70	6,20	142	24

тельных значений  $[n]/[\eta]$  и, соответственно,  $\alpha_1 - \alpha_2$  у полимеров, содержащих бензольные кольца в цепи главных валентностей, и отрицательных значений тех же величин для цепей, в которых фенильные ядра входят в боковые группы. Следовательно, результаты, приведенные в табл. 1 показывают, что  $\Pi_3$  и  $\Pi_4$  относятся к полимерам первого типа,  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  — к второму типу. Действительно, в полимерах  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ , строение которых достаточно хорошо известно и изображено (рис. 4 в, г), фенильные ядра являются радикалами боковых групп,

Строение новых полимеров  $\Pi_3$  и  $\Pi_4$  еще недостаточно изучено. Однако, исходя из схемы реакции полимеризации, предложенной ее авторами (6), расположение бензольных циклов в цепях  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  можно представить в виде, изображенном на рис. 4 а, б.

Используя схему структур, изображенную на рис. 4, можно вычислить анизотропию мономерного звена в исследуемых полимерах. Результаты помещены в последнем столбце табл. 1, где приведены значения разности поляризуемостей  $\beta_1 - \beta_2$  в направлении цепи главных валентностей и перпендикулярном к ней, приходящиеся на одну связь С—С цепи, вокруг которой возможно вращение. Эти величины рассчитаны по схеме аддитивности поляризуемостей связей, причем численные значения поляризуемостей и валентных углов взяты из книги Стюарта (7). Вычисления для

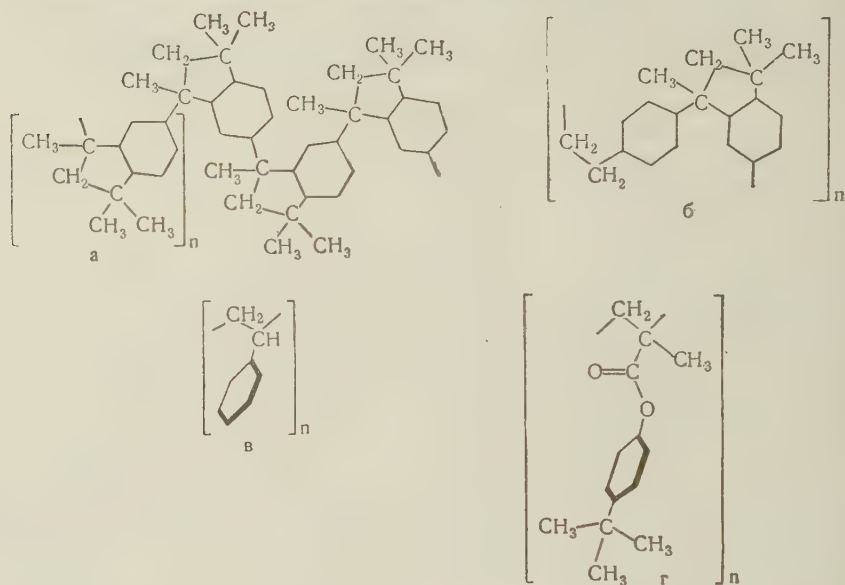


Рис. 4. Схема структур полимеров. а — Поли-1,4-диизопропенилбензол, б — поли-4,4'-диизопропенилдифенилэтан, в — полистирол, г — поли-*п*-третичный бутилфенилметакрилат

сделаны в предположении планарного расположения бензольных колец нормально к цепи главных валентностей. Значение  $\beta_1 - \beta_2$ , приводимое для  $P_2$ , относится к случаю жесткой плоской конфигурации боковой цепи, однако с полной свободой вращения плоскости бензольного кольца вокруг связи ей  $C_{алиф.} - C_{аром.}$  и  $O - C_{аром.}$ . Величины  $\beta_1 - \beta_2$ , приведенные для  $P_1$  и  $P_4$ , являются грубо оценочными. В них учтена лишь анизотропия бензольных колец и тех связей С—С, которые могут дать заметную разность поляризуемостей в направлениях вдоль и поперек цепи.

Мы видим, что найденные таким образом разности поляризуемостей звеньев цепи  $\beta_1 - \beta_2$  во всех случаях по знаку совпадают с экспериментальными значениями  $\alpha_1 - \alpha_2$  и имеют вполне допустимые абсолютные величины, в несколько раз меньше величин  $\alpha_1 - \alpha_2$ .

Таким образом, результаты, полученные из измерений динамооптических постоянных всех исследованных полимеров, хорошо согласуются с их структурными формулами, изображенными на рис. 4, и, следовательно, являются подтверждением правильности последних.

Поступило 19 II 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- В. Н. Цветков, Э. В. Фрисман, ДАН, 97, 647 (1954).
- Э. В. Фрисман, В. Н. Цветков, ДАН, 106, 42 (1956).
- Н. Кун, Ф. Монрих, W. Kuhn, Helv. Chim. Acta, 36, 731 (1953).
- Ю. Я. Готлиб, М. В. Волкенштейн, Э. К. Бютнер, ДАН, 99, 935 (1954).
- М. М. Котельский, Т. В. Шереметьева, М. Г. Женева, Изв. АН СССР, ОХН, 1957, 8.
- Ю. В. Митин, Н. А. Глухов, ДАН, 115, № 1 (1957).
- Н. А. Stuart, Die Struktur des freien Moleküls, 1952.

Академик В. В. ШУЛЕЙКИН

## ПРОФИЛЬ ВЕТРОВЫХ ВОЛН И ЕГО ЗАПИСЬ НА ПРИДОННЫХ ВОЛНОГРАФАХ

Обширные исследования океанских и морских волн, организуемые во всех странах во время третьего Международного геофизического года, будут опираться в значительной мере на записи волнографов с придонными датчиками давления. Между тем, общеизвестно, что кривые, получаемые на таких волнографах, как правило, резко отличаются от истинного профиля ветровых волн. Качественное объяснение подобного различия очевидно: по мере удаления от поверхности моря ко дну непрерывно уменьшаются не только полные амплитуды колебаний давления, но вместе с тем как бы «фильтруются» обертоны различных порядков, присущие реальному профилю сильно заостренных ветровых волн.

В настоящей статье сделана попытка количественного исследования такой «фильтрации», исходящая из наших современных кинематических представлений о ветровой волне <sup>(1)</sup>. Для начала напомним, что классический закон колебания давления  $p$  на глубине  $y$  при прохождении волн

$$\frac{p}{\delta} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 \right] - gy \quad (1)$$

где  $\delta$  — плотность морской воды;  $t$  — время;  $g$  — ускорение в поле тяжести), находится в простейшей форме, если потенциал скоростей выражен одночленной формулой

$$\Phi = F \operatorname{ch} k(y + H) \cos(kx - \omega t),$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}, \quad (2)$$

т. е. если  $\Phi$  меняется по простому косинусоидальному закону. Именно, легко показать, что разность  $\Delta p$  между крайними значениями придонного давления на глубине  $y = -H$  при прохождении таких схематизированных простых волн выражается так

$$\frac{\Delta p}{\delta g} = h \left[ \frac{1}{\operatorname{ch}(2\pi H/\lambda)} + \frac{\pi}{2} \frac{h/\lambda}{\operatorname{sh}(4\pi H/\lambda)} \right]. \quad (3)$$

Величины  $\delta$  и  $g$  перенесены в левую часть для того, чтобы эта часть выражалась в тех же линейных единицах, в которых измерена высота волн  $h$ . При обычных значениях  $h/\lambda$  и  $H/\lambda$  можно пренебречь вторым слагаемым в правой части. В таком случае (3) дает функциональную зависимость  $\eta$  от  $H/\lambda$ , графически представленную на рис. 1, где  $\eta$  равно отношению разности крайних значений придонного давления в миллиметрах водяного столба к высоте волн в метрах:  $\eta = \frac{1000 \Delta p / \delta g}{h}$ .

Однако, формула (3) и диаграмма рис. 1 практически применимы лишь к волнам пологой мертвой зыби. Заостренные ветровые волны требуют учета многих членов ряда Фурье, помимо первого, вошедшего в формулу (2):

На первый взгляд, может показаться достаточным приближенное уравнение профиля крутых волн, полученное в одной из работ Рэлея (2):

$$y = -\frac{1}{2}\alpha^2 - \alpha^4 + [\alpha + \frac{9}{8}\alpha^3 + \frac{769}{192}\alpha^5] \cos x - [\frac{1}{2}\alpha^2 + \frac{11}{6}\alpha^4] \cos 2x + [\frac{3}{8}\alpha^3 + \frac{315}{128}\alpha^5] \cos 3x - \frac{1}{3}\alpha^4 \cos 4x + \frac{125}{384}\alpha^5 \cos 5x. \quad (4)$$

Здесь параметр  $\alpha$  и аргумент  $x$  — безразмерные величины, выбранные так, что  $\alpha = \pi h/\lambda$ ;  $c^2 = g\lambda/2\pi = 1$ . Тем самым предreshено, что коэффициенты ряда Фурье в (4), начиная от  $a_0$ , выраженного двумя свободными членами

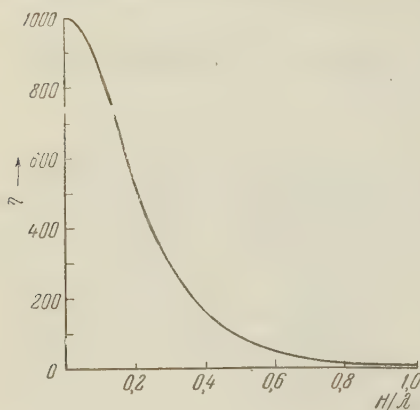


Рис. 1

правой части, до  $a_5$ , выраженного через 5-ю степень  $\alpha$ ; связаны только с отношением высоты волн  $h$  к длине  $\lambda$ , но не связаны непосредственно с высотой волн. Такая связь была бы найдена, если бы ряд в правой части (4) сходиллся очень быстро. Между тем, анализ действительных профилей ветровых волн показывает, что, во всяком случае начиная с  $a_4$ , коэффициенты при косинусах убывают значительно медленнее, чем по теории Рэлея. Именно поэтому коэффициент  $a_1$  в природе составляет заметно меньшую долю от полной высоты заостренных ветровых волн, чем это должно быть по (4).

Для исследования природных профилей ветровых волн непригоден и параметр  $\alpha$ , входящий в (4); как нам удалось показать (1,3), заостренность волн зависит не только от отношения  $h/\lambda$ , но и от отношения средней скорости пульсирующего дрейфового течения  $\bar{u}$  к скорости орбитального движения  $v$  поверхностной частицы воды на волне. Если движение поверхностной частицы отнести к системе координат, движущейся в направлении волн со скоростью, равной сумме  $\bar{u}$  и  $\bar{\omega}$  (где  $\bar{\omega}$  — средняя скорость так называемого стоковского волнового течения), что относительно этой системы координат частица будет описывать эллипс с полуосями  $a$  и  $b$ , отношение которых возрастает с увеличением  $\bar{u}/v$  и  $r/R$  (где  $r$  — полувысота волн,  $R$  — радиус круга качения). Вместе с ним возрастает заостренность волн. В соответствии с нашими работами (1,3), будем характеризовать заостренность волн отношением отрезков  $AB/BC$  (см. рис. 2). На рис. 2 приведено семейство профилей ветровых волн, соответствующих различным значениям  $x = AB/BC$ . Колебания уровня моря даны в функции текущего времени  $t$  и происходят с общим периодом  $T$ . Кривые получены, исходя из профилей вычерченных по нашим кинематическим уравнениям

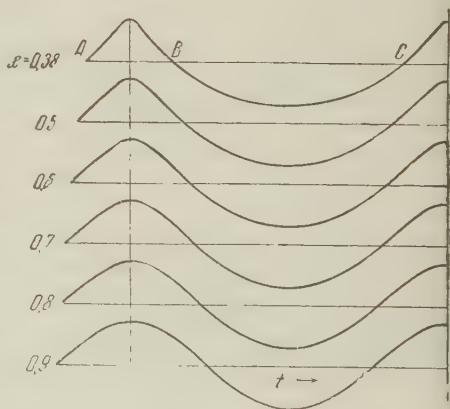


Рис. 2

$$x = R\theta + a \sin \theta, \quad y = b \cos \theta. \quad (5)$$

Профиль, соответствующий  $x = 0.38$ , дает предельно крутую волну, которая при полном безветрии характеризовалась бы отношением  $h/\lambda = 1/7$ . При нарастании скорости ветра и связанном с этим увеличением о



отношения  $\bar{u}/v$  предельная крутизна достигается уже при  $h/\lambda < 1/7$ . Профиль, соответствующий  $\kappa = 0,9$ , приближается к простому косинусоидальному.

Анализ кривых рис. 2, произведенный посредством гармонического анализатора Мадер-Отта, показал, что коэффициенты  $a_n$  ряда Фурье изменяются в зависимости от аргумента  $\kappa$  таким образом, как представлено на рис. 3. Римскими цифрами при кривых отмечены номера гармоник  $n$ . Высоты волн  $n$ -го порядка выражены в долях полной высоты волн  $h$ . Как видим, высота основных волн составляет 0,81 от полной высоты сложных волн в случае наибольшего их заострения ( $\kappa = 0,38$ ).

На основании хорошо известных тригонометрических соотношений можно показать, что, вообще говоря

$$h/2 = a_1 + a_3 + a_5 + \dots,$$

т. е. полная высота сложных волн зависит лишь от нечетных гармоник. С другой стороны, только от четных гармоник зависит различие между отрезками  $AB$  и  $BC$  у всех сложных кривых; иными словами, только от четных гармоник зависит аргумент  $\kappa$ .

При удалении от поверхности моря ко дну  $n$ -е гармоники должны убывать по амплитуде значительно быстрее, чем убывает амплитуда основного колебания по уравнению (3). В результате кривая изменения придонного давления во времени должна утратить практически все или почти все гармоники, присущие профилю поверхностных заостренных волн. Как правило, эта кривая, снятая посредством придонного волнографа, весьма близка к синусоиде. Между тем, на основании (3), по внешнему признаку — по наличию пенистых гребней («беляков») — можно иногда безошибочно заключить, что профиль ветровых волн предельно заостренный ( $\kappa = 0,38$ ).

При таких условиях следует учитывать, что волнограф с придонным датчиком давления пишет не просто искаженный профиль, но дает и заниженное значение полной высоты, если она пересчитывается по формуле (3) или диаграмме рис. 1: амплитуда основных колебаний тут составляет лишь 0,81 от полувысоты сложных волн.

Некоторые иностранные авторы сравнивали эмпирически записи придонных волнографов с действительными размерами волн и иногда обнаруживали даже еще более заниженные результаты: значения, составляющие около 0,78 от вычисленного по (3). По мнению С. В. Доброклонского, здесь сказывалось влияние трения о дно, не учитываемое в наших выкладках; это следует проверить на опытах в штормовом бассейне.

В связи с этим интересно сопоставить отношения различных коэффициентов  $a_n$  к первому коэффициенту  $a_1$ , во-первых, вычисленные по короткому ряду Рэлея (4) и, во-вторых, определенные гармоническим анализом наших кривых семейства (5) (рис. 2). Сопоставление произведем применительно к случаю полного безветрия, к которому относится теория Рэлея.

Учтя, что параметр Рэлея  $\alpha$  тождественно равен величине  $r/R$ , фигурирующей в наших формулах, запишем вместо соотношений (70) и (92) работы (3)

$$\frac{a}{b} = \frac{\pi}{2\alpha} \left( \frac{1-\kappa}{1+\kappa} \right); \quad \frac{a}{b} = 1 + \alpha. \quad (6)$$

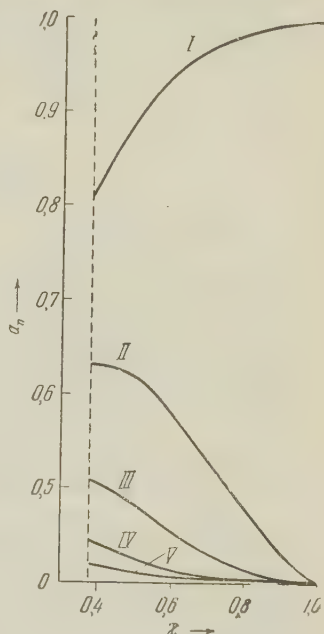


Рис. 3

Приравняв оба выражения  $a/b$  в (6) и решив полученное уравнение относительно  $\alpha$ , найдем

$$2\alpha = -1 + \sqrt{1 + 2\pi \left( \frac{1-\kappa}{1+\kappa} \right)}. \quad (7)$$

Определив по (7) значения  $\alpha$  для 6 значений  $\kappa$  на рис. 2 и вычислив отношения  $a_2/a_1$ ,  $a_3/a_1$ ,  $a_4/a_1$ ,  $a_5/a_1$  по (4), получим табл. 1.

Таблица 1

$\kappa$	Способ	$a_2/a_1$	$a_3/a_1$	$a_4/a_1$	$a_5/a_1$
0,38	По Рэлею	0,281	0,126	0,0217	0,0096
	По нов. кинемат.	0,289	0,123	0,074	0,0444
0,50	По Рэлею	0,234	0,085	0,0148	0,0054
	По нов. кинемат.	0,252	0,090	0,036	0,0225
0,60	По Рэлею	0,176	0,0493	0,00795	0,0023
	По нов. кинемат.	0,175	0,0486	0,0296	0,017
0,70	По Рэлею	0,125	0,0253	0,0037	0,0008
	По нов. кинемат.	0,127	0,0331	0,0103	0,0062
0,80	По Рэлею	0,0788	0,0095	0,0011	0,0002
	По нов. кинемат.	0,0830	0,0182	0,0101	0,0081
0,90	По Рэлею	0,0430	0,00263	0,0002	0,000012
	По нов. кинемат.	0,0405	0,00	0,00	0,00

Эта таблица позволяет сделать следующие выводы:

1. Сличение величин  $a_2/a_1$ , полученных двумя способами, для всех значений аргумента  $\kappa$  вновь подтверждает правильность основных положений нашей кинематики заостренных ветровых волн.

2. В действительности применительно к этим волнам ряд Фурье сходится медленней, чем по теории Рэлея.

3. Гармонический анализ профилей, полученных по формуле (5), позволяет непосредственно определять значения  $\frac{a_n}{h/2}$ , которые не могут быть непосредственно определены по теории Рэлея.

4. Эмпирические выводы иностранных авторов ближе примыкают к теоретическим выводам настоящей статьи, чем к выводам из теории Рэлея. Так, для случая наиболее заостренных волн ( $\kappa = 0,38$ ) некоторые иностранные эмпирические определения дали  $\frac{a_1}{h/2} = 0,78$ , наша теория дала  $\frac{a_1}{h/2} = 0,81$ ; теория Рэлея вместо самой величины  $\frac{a_1}{h/2}$  дает приближенную величину:  $\frac{a_1}{a_1 + a_3 + a_5}$ , которая в данном случае равна  $1/(1 + 0,126 + 0,0097) = 0,883$ .

5. Для практических целей можно принять диаграммы рис. 2 и 3, по которым приближенно определяется действительная высота сложных заостренных волн на основании искаженной записи волнографов с придонным датчиком давления.

Морской гидрофизический институт  
Академии наук СССР

Поступило  
22 V 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> В. В. Шулейкин, ДАН, 113, № 5, 1043 (1957). <sup>2</sup> J. Rayleigh, Phil. Mag., (6) 33, 384 (1917). <sup>3</sup> В. В. Шулейкин, Тр. Морск. гидрофиз. инст. АН СССР, 9 (1956)

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Г. А. ОСТРОУМОВ

**КОРОННЫЙ ТРИОД**

(Представлено академиком М. А. Леонтовичем 19 III 1957)

Предлагаемая статья содержит прикладные результаты исследования, выполненного в 1954 г. и по разным причинам не опубликованного. Впрочем, эти результаты можно извлечь и из известных публикаций (<sup>1-4</sup>). Дело в том, что плотность тока короны совсем не пропорциональна локальной напряженности электрического поля на поверхности коронирующего острия.

Ток короны выбирает себе около острия своеобразный путь приблизительно по линии наибольшей напряженности — по линии продолжения острия.

Суммарная сила тока, конечно, растет с увеличением напряженности поля на поверхности острия. Поэтому около коронирующего острия («када») можно так разместить вспомогательный электрод («сетку»), что его потенциал относительно острия будет сильно сказываться на силе тока короны, а доля тока, идущая на этот электрод, будет ничтожна и практически весь ток пойдет на противоэлектрод («анод»). Таким образом получается аналог электронного триода.

Конечно, аналогия — это не тождество, как это и получается с кристаллическими триодами. Своеобразными чертами коронных триодов по сравнению с электронными являются по крайней мере следующие. Коронировать может как положительное, так и отрицательное острие. Вспомогательный электрод («сетка») может иметь разную форму в зависимости от того, при каком среднем напряжении он должен работать. Если его средний потенциал близок к потенциалу острия (как у электронных триодов), то он должен

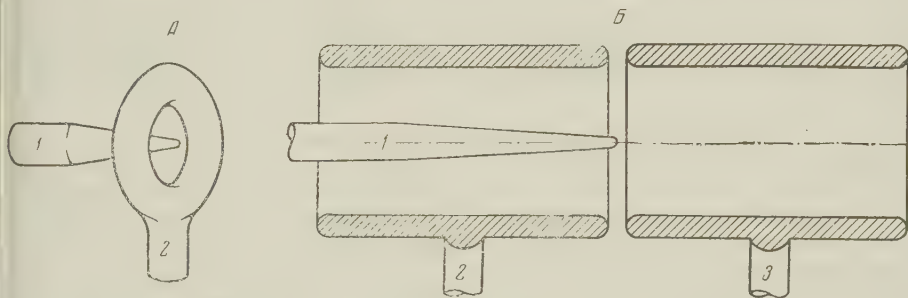


рис. 1. А — Низковольтная форма управляющего электрода 2 около коронирующего острия 1; Б — высоковольтная форма управляющего электрода 2 около коронирующего острия 1 с применением трубчатого противоэлектрода 3

быть мал и иметь вид, приблизительно изображенный на рис. 1 А. Если он должен работать под высоким средним потенциалом, в частности, близким к потенциалу противоэлектрода, то он должен иметь вид, изображен-



ный на рис. 1 Б. На этом же рисунке изображена удобная форма против электрода — трубчатая. Сочетание конструкций рис. 1 и 2 дают аналог двухсеточной катодной лампы. Коронные явления зависят от газа — его состава, степени чистоты, давления, температуры — а также и от материала электродов; некоторую роль играют и загрязненность газа. Правильный выбор этих параметров может существенно изменить свойства коронного триода в нужную сторону. Поэтому, в принципе, коронный триод должен быть герметически закрыт. Впрочем, он может быть осуществлен и в комнатном воздухе. Полезно напомнить, что коронноподобные явления имеют место и в капельных электроизолирующих жидкостях (5). Большую роль может играть детальная форма электродов.

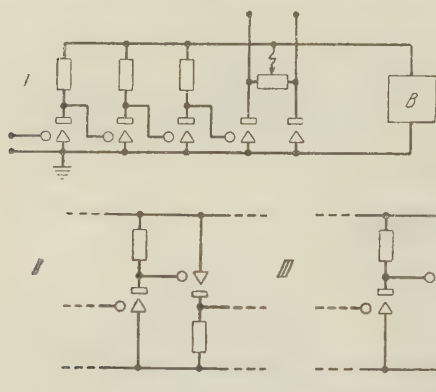


Рис. 2. I — Многокаскадный коронный усилитель. Вход слева, выход вверх. Прямоугольниками обозначены омические (активные) сопротивления; II — вариант каскада усилителя; III — выходной каскад с заземленной нагрузкой

мечен питающий выпрямитель. На рис. 2 I изображена схема многокаскадного усилителя напряжения, копирующая многоламповый усилитель. Особенности коронного разряда позволяют сделать этот усилитель полным усилителем постоянного тока (отсутствуют переходные конденсаторы или трансформаторы). Потенциометр на выходе позволяет регулировать нулевой уровень выходного напряжения. На рис. 2 II показан вариант иного построения каскадов усилителя напряжения — когда, в отличие от схемы рис. 2 I, усиление тока в одном каскаде сопровождается усилением тока во всех последующих каскадах. Выбор того или другого варианта может диктоваться соображениями устойчивости схемы. На рис. 2 III показана схема выходного каскада, построенная по образцу рис. 2 II. Она имеет то преимущество, что здесь нагрузочное сопротивление заземлено.

Специально для самовозбуждения (коронный генератор) может быть использована схема рис. 3 I. Пуш-пульный вариант ее с применением трубчатых электродов изображен на рис. 3 II. Понятно, что во всех других случаях применение пуш-пульных сочетаний может иметь полезное применение (уменьшение роли четных гармоник).

Для питания коронных схем необходимы высоковольтные источники тока — выпрямители — на десяток и выше киловольт. Напряжение зажигания короны в комнатных условиях — около 3 кв. В качестве выпрямителей могут служить однополупериодные и двухполупериодные коронные устройства, изображенные на рис. 4 А, Б. В них отдельный вспомогательный источник высокого напряжения, соединенный с управляющим электродом, способствует зажиганию короны при одном направлении напряжения трансформатора и препятствует этому при обратном. Подобные схемы

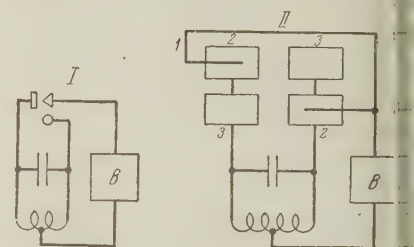


Рис. 3. I — Однофазный коронный генератор; II — двухфазный (пуш-пульный) коронный генератор с применением трубчатых противоэлектродов



могут быть обобщены на последовательные (схема Греча) и мостиковые включения (рис. 4 В).

Приведенные здесь схемы не исчерпывают всех возможностей, открываемых коронным разрядом — явлением еще мало изученным. При боль-

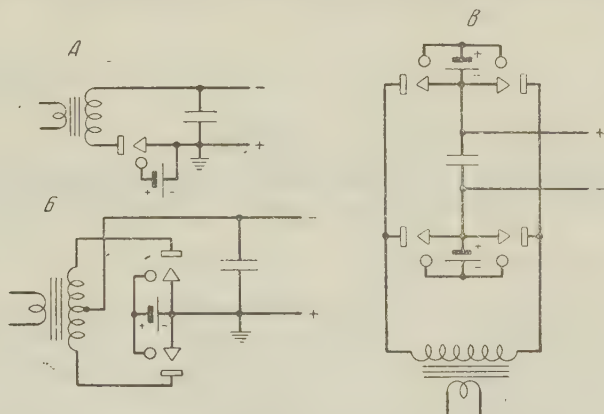


Рис. 4. А — Однополупериодный коронный выпрямитель со сглаживающим конденсатором, Б — двухполупериодный выпрямитель, В — мостиковая схема коронного выпрямителя

шом объеме задач, выдвигаемых автоматикой и телемеханикой, техникой связи и вычислительной техникой, могут возникнуть такие, которые лучше всего можно решить при помощи высоковольтных коронных триодов (например, в устройствах, работающих при высоких температурах). С другой стороны, в коронных аппаратах могут найти применения многие из сочетаний, оправдавших себя в электронной технике: многосеточные, экранированные и т. д. лампы.

*Примечание при корректуре.* После того, как статья была передана в печать, я узнал о появлении работы на аналогичную тему: British corona triode, Electronics, 29, № 3, 228 (1956).

Молотовский государственный университет  
им. А. М. Горького

Поступило  
12 III 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> H. Sieveking, Ann. Phys., 4, № 1, 299 (1900). <sup>2</sup> Chr. Heiser, Wiss. Zs. H. Univers. Rostok, № 1, 27 (1954—1955). <sup>3</sup> Chr. Heiser, P. Kunze, Ann. Phys., 15, № 5—6, 249 (1955). <sup>4</sup> D. M. Tombs, Nature, 176, № 4489, 923 (1955). <sup>5</sup> В. И. Арабаджи, ЖТФ, 20, 967 (1950).

С. В. СТРАХОВ

# О ПРЕОБРАЗОВАНИИ УРАВНЕНИЙ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ ЦЕПИ $r, L, C$ К ВРАЩАЮЩЕЙСЯ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ

(Представлено академиком В. С. Кулебакиным 8 II 1957)

При расчете переходных электромеханических процессов в электрической системе, содержащей, кроме вращающихся машин (синхронных и асинхронных), также ряд статических (не вращающихся) элементов (линии передачи, нагрузки, компенсирующие реакторы, продольные емкости и т. д.), нецелесообразно пользоваться уравнениями для всех этих элементов, записанными в фазных координатах. Они не только более сложны, но и с точки зрения физики описываемых процессов менее наглядны. В соответствии с этим уравнения всех синхронных машин относят к координатным осям, жестко связанным с их роторами, что необходимо для исключения периодических коэффициентов из их исходных уравнений, записанных в фазных координатах <sup>(1,2)</sup>. Следовательно, в схеме рис. 1, токи  $i_1, i_2$  и напряжения  $u_1, u_2$  первого и второго синхронных генераторов (СГ1 и СГ2) должны быть отнесены к координатным осям, жестко связанным с их собственными роторами. Точно так же уравнения всех статических элементов цепи следует отнести к вращающейся системе координат. Последняя должна быть вы-

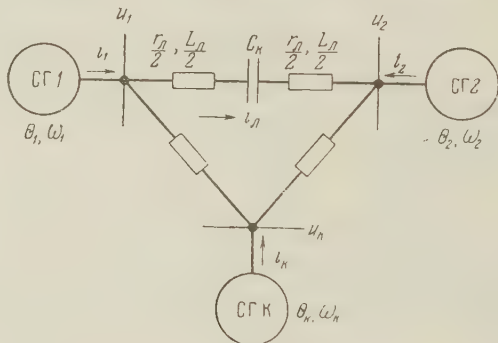


Рис. 1

брана наиболее рационально, а именно так, чтобы совокупность нелинейных уравнений всей цепи в целом получилась бы наиболее простой <sup>(1,2)</sup>. В силу сказанного представляется необходимым дать вывод уравнений переходных процессов в компенсированной линии, соединяющей две генераторных станции СГ1 и СГ2 (рис. 1), причем эта линия, иначе говоря, продольная цепь  $r, L, C$ , может рассматриваться как общий случай статического элемента системы. Эти уравнения мы относим к координатным осям, жестко связанным с третьей станцией и вращающимся, вообще говоря, с произвольной угловой скоростью  $\omega_k$ .

Имеем уравнения участка цепи 1—3 (рис. 2) в фазных координатах

$$[u_3] = [u_1] - \frac{r_n}{2} [i_n] - \frac{[L_n]}{2} \frac{d[i_n]}{dt}, \quad (1)$$

$$[u_3] = \begin{bmatrix} u_{3a} \\ u_{3b} \\ u_{3c} \end{bmatrix}; \quad [i_{\pi}] = \begin{bmatrix} i_{\pi a} \\ i_{\pi b} \\ i_{\pi c} \end{bmatrix}; \quad [L_{\pi}] = \begin{bmatrix} L_{\pi} & M_{\pi} & M_{\pi} \\ M_{\pi} & L_{\pi} & M_{\pi} \\ M_{\pi} & M_{\pi} & L_{\pi} \end{bmatrix}; \quad [u_1] = \begin{bmatrix} u_{1a} \\ u_{1b} \\ u_{1c} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

В качестве матрицы преобразований выберем матрицу  $[A_k]$  Парка (3)

$$[A_k] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta_k & \cos(\theta_k - 120^\circ) & \cos(\theta_k + 120^\circ) \\ -\sin \theta_k & -\sin(\theta_k - 120^\circ) & -\sin(\theta_k + 120^\circ) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$\theta_k = \int_0^t \omega_k dt + \theta_{k0}. \quad (4)$$

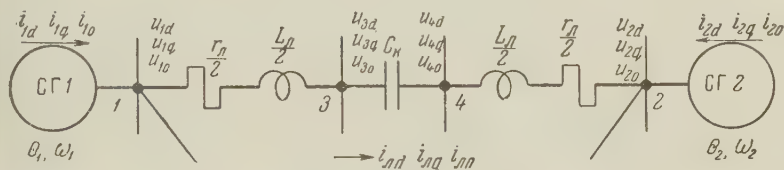


Рис. 2

Матрицы напряжений, токов и индуктивностей после преобразования значим индексом штрих:

$$[u'_3] = \begin{bmatrix} u_{3d} \\ u_{3q} \\ u_{30} \end{bmatrix} = [A_k][u_3]; \quad [i'_{\pi}] = \begin{bmatrix} i_{\pi d} \\ i_{\pi q} \\ i_{\pi 0} \end{bmatrix} = [A_k][i_{\pi}], \quad (5)$$

$$[u'_1] = \begin{bmatrix} u_{1d} \\ u_{1q} \\ u_{10} \end{bmatrix} = [A_1][u_1]; \quad [L'_{\pi}] = [A_k][L_{\pi}][A_k^{-1}] = \begin{bmatrix} L_{\pi 1} & 0 & 0 \\ 0 & L_{\pi 1} & 0 \\ 0 & 0 & L_{\pi 0} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$[A_1]$  и  $\theta_1$ ,  $[A_2]$  и  $\theta_2$  получаются из (3) и (4) соответственно при 1 и  $k=2$  (рис. 3);  $L_{\pi 1} = L_{\pi} - M_{\pi}$ ,  $L_{\pi 0} = L_{\pi} + 2M_{\pi}$  — индуктивности нулевой и нулевой последовательностей линий; обратная матрица  $[A_k^{-1}]$ :

$$[A_k^{-1}] = \begin{bmatrix} \cos \theta_k & -\sin \theta_k & 1 \\ \cos(\theta_k - 120^\circ) & -\sin(\theta_k - 120^\circ) & 1 \\ \cos(\theta_k + 120^\circ) & -\sin(\theta_k + 120^\circ) & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

кроме того,

$$[u_1] = [A_1^{-1}][u'_1]; \quad [u_2] = [A_2^{-1}][u'_2]; \quad [i_{\pi}] = [A_k^{-1}][i'_{\pi}]. \quad (8)$$

Умножим слева обе части (1) на  $[A_k]$ . С учетом (2) ÷ (7) после преобразований получим

$$[u'_3] = [A_k][A_1^{-1}][u'_1] - \frac{r_{\pi}}{2}[i'_{\pi}] - \frac{[L'_{\pi}]}{2} \frac{d[i'_{\pi}]}{dt} + \frac{1}{2} \frac{d[A_k]}{dt} [A_k^{-1}][L'_{\pi}][i'_{\pi}]. \quad (9)$$

Выполняя дифференцирование  $\frac{d[A_k]}{dt}$  и перемножая матрицы  $[A_k][A_1^{-1}]$  и  $\frac{d[A_k]}{dt}[A_k^{-1}][L'_{\pi}]$ , получим

$$[u'_3] = \begin{bmatrix} \cos(\theta_k - \theta_1) & \sin(\theta_k - \theta_1) & 0 \\ -\sin(\theta_k - \theta_1) & \cos(\theta_k - \theta_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [u'_1] - \frac{r_{\pi}}{2} [i'_{\pi}] - \frac{[L'_{\pi}]}{2} \frac{d[i'_{\pi}]}{dt} + \\ + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & L_{\pi 1} & 0 \\ -L_{\pi 1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} [i'_{\pi}] \frac{d\theta_k}{dt}.$$

Теперь можем сразу записать для участка цепи 4—2

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta_k - \theta_2) & \sin(\theta_k - \theta_2) & 0 \\ -\sin(\theta_k - \theta_2) & \cos(\theta_k - \theta_2) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [u'_2] = \\ = [u'_4] - \frac{r_{\pi}}{2} [i'_{\pi}] - \frac{[L'_{\pi}]}{2} \frac{d[i'_{\pi}]}{dt} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & L_{\pi 1} & 0 \\ -L_{\pi 1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} [i'_{\pi}] \frac{d\theta_k}{dt}.$$

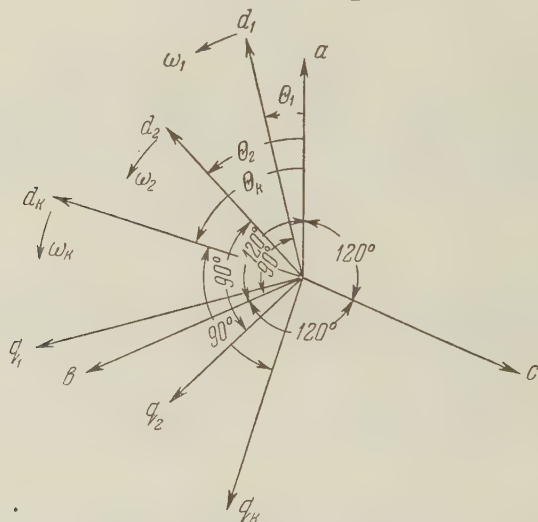


Рис. 3

Далее для продольной емкости  $C_k$  имеем следующие исходные уравнения закона Ома для мгновенных значений фазных токов и напряжений

$$[u_3] - [u_4] = \frac{1}{C_k} \int [i_{\pi}] dt.$$

Умножим обе части (12) слева на  $[A_k]$ . С учетом равенства

$$[u'_4] = \begin{bmatrix} u_{4d} \\ u_{4q} \\ u_{40} \end{bmatrix} = [A_k] [u_4] = [A_k] \begin{bmatrix} u_{4a} \\ u_{4b} \\ u_{4c} \end{bmatrix},$$

а также на основании (5) после преобразований получаем

$$[u'_3] - [u'_4] = \frac{1}{C_k} [A_k] \int [i_{\pi}] dt = \frac{1}{C_k} \int [i'_{\pi}] dt + \int \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} ([u'_3] - [u'_4]) \frac{d\theta_k}{dt} dt.$$

Подставляя  $[u'_3]$  и  $[u'_4]$  из (10) и (11) в (14), получим в наиболее общем случае уравнение продольной ветви  $r_{\pi}$ ,  $L_{\pi}$ ,  $C_k$  (т. е., иначе говоря цепи  $r$ ,  $L$ ,  $C$ ), отнесенное к системе координат, вращающейся с произвольной угловой скоростью  $\omega_k$ :



$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \cos(\theta_k - \theta_1) & \sin(\theta_k - \theta_1) & 0 \\ -\sin(\theta_k - \theta_1) & \cos(\theta_k - \theta_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [u'_1] - \begin{bmatrix} \cos(\theta_k - \theta_2) & \sin(\theta_k - \theta_2) & 0 \\ -\sin(\theta_k - \theta_2) & \cos(\theta_k - \theta_2) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [u'_2] - \\
& - r_{\pi} [i'_{\pi}] - [L'_{\pi}] \frac{d[i'_{\pi}]}{dt} + L_{\pi_1} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} [i'_{\pi}] \frac{d\theta_k}{dt} = \\
& = \frac{1}{C_k} \int [i'_{\pi}] dt + \int \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} \cos(\theta_k - \theta_1) & \sin(\theta_k - \theta_1) & 0 \\ -\sin(\theta_k - \theta_1) & \cos(\theta_k - \theta_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [u'_1] - \right. \\
& - \begin{bmatrix} \cos(\theta_k - \theta_2) & \sin(\theta_k - \theta_2) & 0 \\ -\sin(\theta_k - \theta_2) & \cos(\theta_k - \theta_2) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [u'_2] - r_{\pi} [i'_{\pi}] - [L'_{\pi}] \frac{d[i'_{\pi}]}{dt} + \\
& \left. + L_{\pi_1} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} [i'_{\pi}] \frac{d\theta_k}{dt} \right\} \frac{d\theta_k}{dt} dt. \quad (15)
\end{aligned}$$

Из этого общего уравнения можно получить ряд уравнений для практически интересных частных случаев:

1. Уравнение некомпенсированной линии  $r_{\pi}$ ,  $L_{\pi}$  (продольной ветви  $r$ ,  $L$ ) получим из (10), (11) и (14), полагая в (14)  $C_k = \infty$  и, следовательно,

(11)  $[u'_3] = [u'_4]$ :

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \cos(\theta_k - \theta_2) & \sin(\theta_k - \theta_2) & 0 \\ -\sin(\theta_k - \theta_2) & \cos(\theta_k - \theta_2) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [u'_2] = \begin{bmatrix} \cos(\theta_k - \theta_1) & \sin(\theta_k - \theta_1) & 0 \\ -\sin(\theta_k - \theta_1) & \cos(\theta_k - \theta_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [u'_1] - \\
& - r_{\pi} [i'_{\pi}] - [L'_{\pi}] \frac{d[i'_{\pi}]}{dt} + L_{\pi_1} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} [i'_{\pi}] \frac{d\theta_k}{dt}. \quad (16)
\end{aligned}$$

2. Уравнение для продольной емкости  $C_k$  получим из (15) при  $r_{\pi} = 0$ ,  $L_{\pi_0} = 0$ :

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \cos(\theta_k - \theta_1) & \sin(\theta_k - \theta_1) & 0 \\ -\sin(\theta_k - \theta_1) & \cos(\theta_k - \theta_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [u'_1] - \begin{bmatrix} \cos(\theta_k - \theta_2) & \sin(\theta_k - \theta_2) & 0 \\ -\sin(\theta_k - \theta_2) & \cos(\theta_k - \theta_2) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [u'_2] = \\
& = \frac{1}{C_k} \int [i'_{\pi}] dt + \int \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} \cos(\theta_k - \theta_1) & \sin(\theta_k - \theta_1) & 0 \\ -\sin(\theta_k - \theta_1) & \cos(\theta_k - \theta_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [u'_1] - \right. \\
& - \left. \begin{bmatrix} \cos(\theta_k - \theta_2) & \sin(\theta_k - \theta_2) & 0 \\ -\sin(\theta_k - \theta_2) & \cos(\theta_k - \theta_2) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [u'_2] \right\} \frac{d\theta_k}{dt} dt. \quad (17)
\end{aligned}$$

Уравнения для поперечной ветви  $r_{\pi}$ ,  $L_{\pi}$ ,  $C_k$ , для статической нагрузки и компенсирующего реактора (иначе говоря, поперечной ветви  $r_{\pi}$ ,  $L_{\pi}$ ) для поперечной емкости  $C_k$  получим, полагая  $[u'_2] = 0$  в уравнениях (15), (16) и (17).

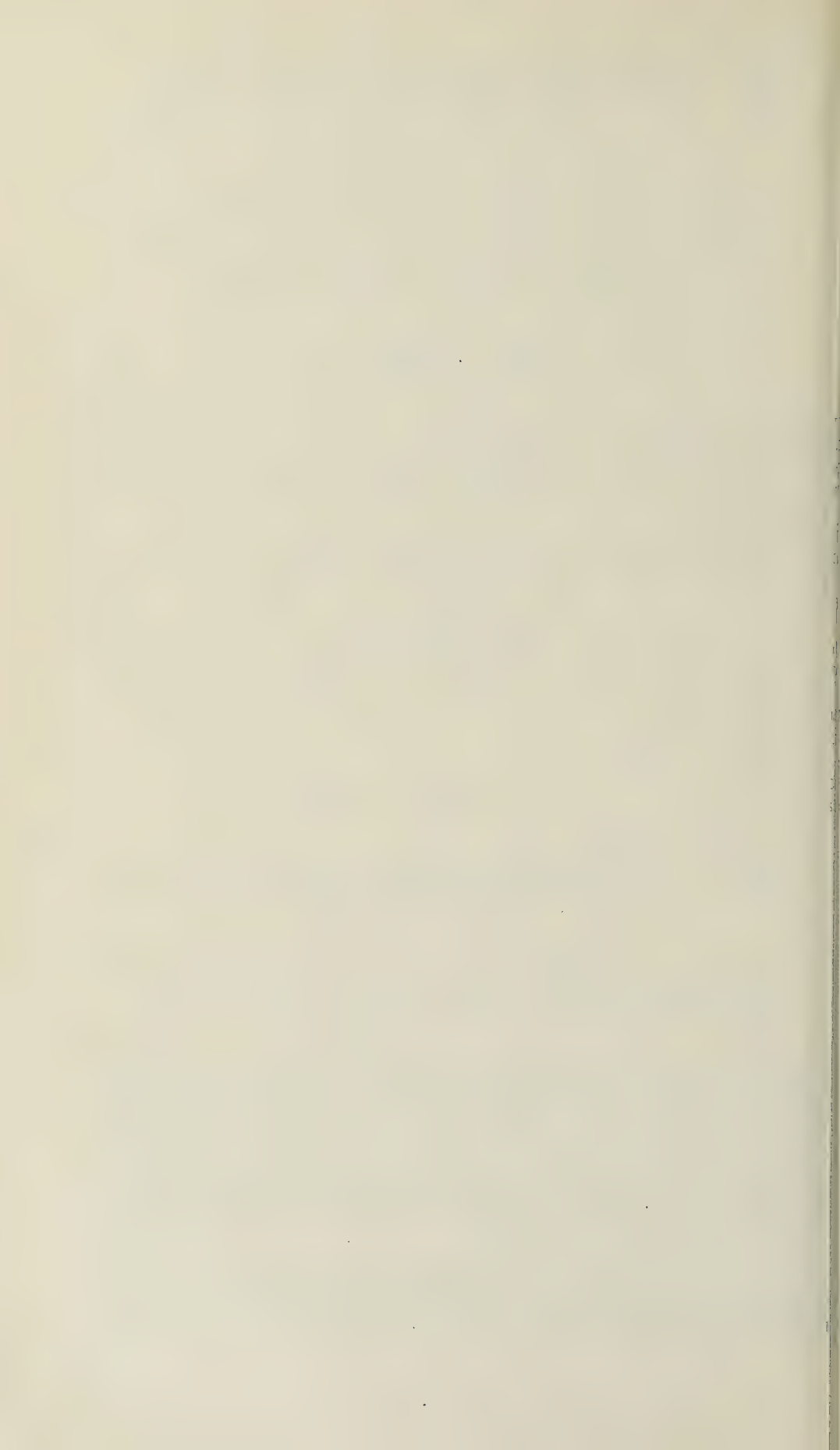
Полученные в статье формулы (15) ÷ (17) необходимы при подготовке уравнений указанных статических элементов, входящих в электрическую систему, для которой предстоит рассчитать переходные электромеханические процессы. Ими нужно будет прямо воспользоваться при подготовке уравнений всей системы в целом — в наиболее простом виде, если решаться уравнения будут на интеграторе. Ими же следует пользоваться и при аналитическом решении задачи, например, с помощью любого из численных методов решения системы нелинейных интегро-дифференциальных уравнений.

Московский энергетический институт

Поступило  
6 II 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> С. В. Страхов, Тр. Моск. энергетич. инст., в. 14 (1953). <sup>2</sup> С. В. Страхов, Электричество, № 6 (1954). <sup>3</sup> R. H. Park, Trans A. J. E. E., p. I, 48, 716 (1929); II, 52, 352 (1933).



Е. Н. ЗИЛЬБЕРМАН и М. М. СМЕРНОВА

# О МЕХАНИЗМЕ ОКСИМИРОВАНИЯ ЦИКЛОГЕКСАНОНА ГИДРОКСИЛАМИНМОНОСУЛЬФОНАТОМ НАТРИЯ

(Представлено академиком Б. А. Казанским 15 V 1957)

Для оксимирования альдегидов и кетонов принято пользоваться солями гидроксиламина. Однако в промышленности <sup>(1)</sup> для оксимирования циклогексанона иногда, вместо соли гидроксиламина, применяют кислый раствор гидроксилминмоносульфата — промежуточный продукт синтеза гидроксилминсульфата по Рашигу <sup>(2)</sup>.

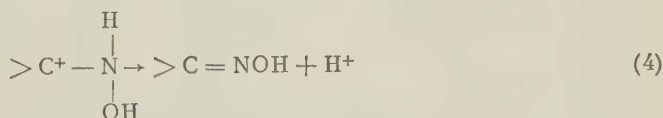
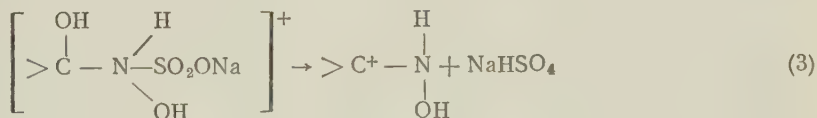
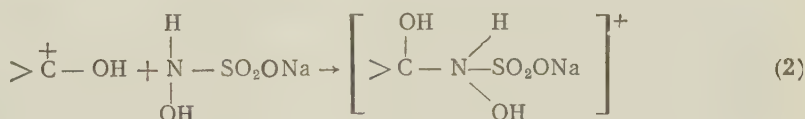
Механизм оксимирования гидроксилминмоносульфатами в литературе не описан. Для взаимодействия циклогексанона с гидроксилминмоносульфатом натрия характерно следующее:

1) В отличие от гидроксиламина, гидроксилминмоносульфат в щелочной среде не реагирует с циклогексаноном.

2) Гидроксилминмоносульфат при комнатной температуре в слабых растворах серной кислоты (т. е. в условиях, в которых проводились наши опыты) практически не гидролизуются.

3) При совместном присутствии циклогексанона и кислоты гидроксилминмоносульфат легко вступает в реакцию с образованием циклогексаноноксида и также гидроксиламина.

Для объяснения особенностей взаимодействия гидроксилминмоносульфата натрия с циклогексаноном в кислой среде нами предложена следующая схема реакции:



Согласно предполагаемому механизму первичным продуктом реакции является ион карбония, который далее образует координационную связь за

счет неподеленной электронной пары атома азота в нуклесфильном гидроксилламинмоносульфонате. Из образовавшегося сложного комплекса последовательно отщепляются молекула бисульфата и протон и образуется оксим. В кислой среде устанавливается равновесный гидролиз оксима приводящий к образованию исходного кетона и соли гидроксилламина. В описанной схеме наиболее быстрыми являются реакции (3) и (4). Скорость уменьшения концентрации гидроксилламинмоносульфоната (или оксимирования кетона) должна зависеть в первую очередь от бимолекулярных реакций (1) и (2), т. е. от концентрации кетона, ионов водорода и гидроксилламинмоносульфоната. Наличие водородных ионов обуславливает гидролиз циклогексаноноксида с образованием циклогексанона и иона гидроксилламиния.

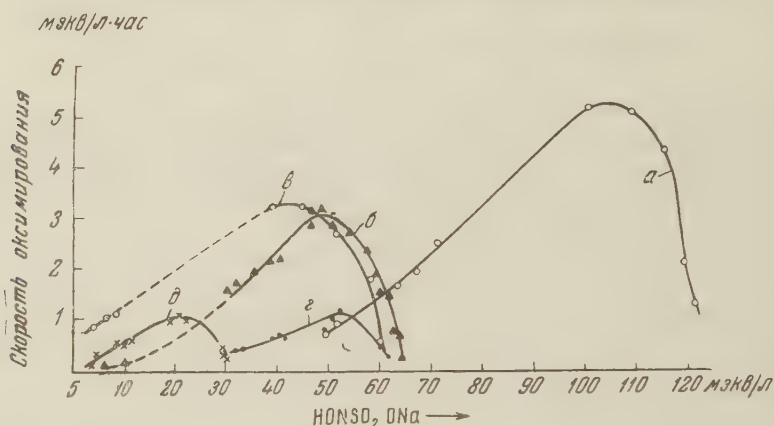


Рис. 1. Оксимирование циклогексанона гидроксилламинмоносульфонатом натрия при 22°. Исходные растворы (в мэкв/л):

	HONHSO <sub>2</sub> ONa	C <sub>6</sub> H <sub>10</sub> O
а	124	62
б	64,8	65
в	62	124
г	62	31
д	31	62

и поэтому вторичные реакции (5)—(7) также оказывают влияние на макрокинетику суммарной реакции.

С помощью кинетических данных о реакции оксимирования циклогексанона гидроксилламинмоносульфонатом натрия подтвержден приведенный выше механизм реакции. Из рис. 1 видно, что с увеличением исходной концентрации циклогексанона при прочих равных условиях растет скорость оксимирования. Влияние концентрации гидроксилламинмоносульфоната на скорость реакции подчиняется той же закономерности. Во всех опытах, изображенных на рис. 1, в начальный период взаимодействия между исходными веществами реакция самоускоряется. Кроме того, из наклона кривых на этих же рисунках вытекает, что чем больше концентрация кетона или гидроксилламинмоносульфоната, тем быстрее растет скорость реакции.

Это заставляет предположить, что автокаталитический характер процесса обусловлен ростом концентрации одного из продуктов взаимодействия гидроксилламинмоносульфоната и циклогексанона. Из опытов видно, что в ходе реакции увеличивается кислотность системы.

Однако часть образовавшихся протонов должна взаимодействовать с оксимом и гидроксилламином, благодаря чему на скорость оксимирования могут оказать влияние только свободные ионы водорода, т. е. изученная реакция представляет, по-видимому, случай специфического кислотного катализа.



Для дополнительного подтверждения предложенного нами механизма взаимодействия циклогексанона с гидроксилламинмоносульфонатом в кислой среде проведены опыты по определению порядка реакции. При расчете константы скорости от концентрации гидроксилламинмоносульфоната ( $C_1$ )

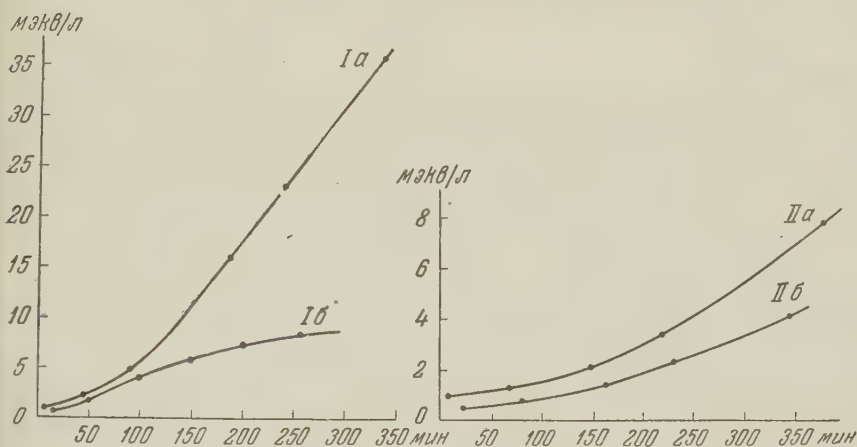


рис. 2. Оксимиrowание циклогексанона (I — 95,6, II — 62 мэкв/л) гидроксилламинмоносульфонатом натрия (I — 96, II — 62 мэкв/л). а — Общая кислотность, б — концентрация водородных ионов

о скорости оксимиrowания мы судили по увеличению общей кислотности системы. Содержание циклогексанона ( $C_2$ ) в реакционной смеси в начале опыта (т. е. при большом избытке циклогексанона по отношению к циклогексаноксиму, когда можно пренебречь гидролизом оксима) рассчитано по увеличению общей кислотности стoхически концентрации гидроксилламинмоносульфоната. В предыдущих определениях учитывали также количество циклогексанона, образующегося при гидролизе оксима. Для этого пользовались константами равновесия (3) реакции (6), условно допуская, что этой реакции состояние равновесия достигнуто. Концентрация водородных ионов ( $C_3$ ) рассчитывалась из рН среды. Экспериментальные данные (общая кислотность и концентрация ионов водорода) приведены на рис. 2.

На основании данных рис. 2 по уравнению для реакций третьего порядка  $V = k C_1 C_2 C_3$  рассчитано (табл. 1), что константа скорости в среднем равна  $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ л}^2/\text{час} \cdot \text{мэкв}^2$ . Без упущения об участии в реакции ионов водорода не удалось получить сколько-нибудь сходящихся результатов для константы скорости. Таким образом, скорость оксимиrowания изменяется пропорционально концентрации гидроксилламинмоносульфоната натрия, циклогексанона и ионов водорода, что согласуется с предложенным в данной статье механизмом реакции.

Таблица 1

Расчет константы скорости оксимиrowания циклогексанона гидроксилламинмоносульфонатом натрия при 22°

Время, мин.	Общая кислотность, мэкв/л	Концентрация компонентов, мэкв/л			Скорость, мэкв/л·час	Константа скорости, $k \cdot 10^4$
		$C_1$	$C_2$	$C_3$		
4	0,88	94,6	94,2	1,02	1,61	1,77
24						
44	1,95	92,8	92,4	2,40	3,23	1,55
67						
91	4,48	86,1	87,2	5,37	6,54	1,63
141						
191	15,4	76,9	80,0	7,6	8,5	1,83
217						
243	22,8	66,8	75,1	8,5	7,6	1,77
293						
343	35,5					

Среднее... 1,71

## Экспериментальная часть

Для синтеза гидроксиламинмоносульфоната натрия брали 500 мл те  
 нического раствора гидроксиламиндисульфоната  $\text{NON} \begin{matrix} \nearrow \text{SO}_2\text{ONa} \\ \searrow \text{SO}_2\text{ONH}_4 \end{matrix}$  с ко

центрацией 396 г/л, полученного из нитрита натрия, бисульфита амм  
 ния и сернистого газа, приливали к нему 61 мл 40% NaOH для удален  
 аммиака и затем 250 мл метанола для осаждения гидроксиламиндисуль  
 фата натрия. Полученный осадок дважды переосаждали метанолом из 9  
 раствора NaOH. Последующая обработка гидроксиламиндисульфоната н  
 трия велась по прописи Наста с сотрудниками<sup>(4)</sup> для получения гидрокс  
 аминмоносульфоната калия. Выход гидроксиламинмоносульфоната на  
 рия (с содержанием основного вещества 98—100%) составляет 10—20

Продажный циклогексанон очищали через бисульфитное соединени  
 полученный продукт имел  $d_4^{20}$  0,9454,  $n_D^{20}$  1,4495.

Опыты проводили при  $22 \pm 0,05^\circ$ . Начальная кислотность реакционн  
 смесей соответствовала pH 3,6—3,2. Для определения общей кислотнос  
 периодически отбираемые пробы титровали 0,01 N NaOH по фенолфталеин  
 pH определяли с помощью лампового потенциометра ЛП-5 со стеклянно  
 электродом.

Выражаем свою благодарность проф. Г. А. Разуваеву за ценн  
 советы и проявленный им интерес к работе.

Поступило  
19 VII 1956

### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Е. Н. Зильберман, Хим. пром., № 5, 277 (1955). <sup>2</sup> F. Raschig, Schw  
 fel und Stickstoffstudien, Leipzig — Berlin, 1924. <sup>3</sup> Z. V od r a ž k a, Chem. listy,  
 № 7, 996 (1953). <sup>4</sup> R. N a s t, K. N y u l, E. G r z i w o k, Zs. anorg. allgem. Chem  
 267, 304 (1952).

Академик А. В. ТОПЧИЕВ, С. Д. МЕХТИЕВ и А. Ш. НОВРУЗОВА

## ИССЛЕДОВАНИЕ РЕАКЦИИ НИТРОВАНИЯ ИЗОПРОПИЛЦИКЛОГЕКСАНА АЗОТНОЙ КИСЛОТОЙ

В работе (<sup>1</sup>) были изложены основные литературные данные по нитро-  
ванию циклановых углеводов, опубликованные до 1948 г. После этого  
были опубликованы исследования, посвященные механизму нитрования  
циклогексана (<sup>2,4</sup>) и реакции взаимодействия циклогексена с разбавленной  
азотной кислотой (<sup>4</sup>).

Настоящая работа посвящена результатам нашего исследования ре-  
акции нитрования изопропилциклогексана азотной кислотой при раз-  
личных условиях ведения процесса.

### Экспериментальная часть

Исходное сырье и методика. Исходным продуктом для  
нитрования служил изопропилциклогексан, т. кип. 152—154°,  $d_4 =$   
0,8006,  $n_D^{20} = 1,4410$ . В качестве нитрующего агента была использована  
азотная кислота удельного веса 1,3; 1,2 и 1,075 (концентрация, соответст-  
венно, 48, 28 и 11%). Процесс нитрования проводился в круглодонной кол-  
бе емкостью 500 мл с пришлифованным к ней обратным холодильником,  
оборуженной термометром, опущенным в жидкость. Нагрев реакционной кол-  
бы производился на глицериновой бане.

В реакционную колбу помещались рассчитанные количества углеводо-  
да и азотной кислоты. Реакционная смесь нагревалась при определенной  
температуре в течение заданной продолжительности опыта. После окон-  
чания опыта верхний слой реакционной смеси, состоящий из смеси нитро-  
продукта и непрореагировавшего углеводорода, промывался, высушивался  
и подвергался разгонке на вакуумной колонке. Освобожденный от непре-  
реагировавшего исходного сырья сырой нитропродукт отдельно подвергался  
фракционированию на той же колонке, но при значительно меньшем оста-  
точном давлении. Затем выделенные фракции подвергались анализу.

Для установления структуры продуктов реакции часть полученных фрак-  
ций нитропродуктов восстанавливалась в соответствующие аминопроиз-  
водные. Восстановление производилось в автоклаве конструкции И. А. Му-  
рова и в присутствии никеля Ренея под высоким давлением водорода. По-  
лученные при этом аминосоединения подвергались анализу.

Опыты нитрования изопропилциклогексана проводились при темпера-  
турах 50—55; 80—85 и 105—110°. Длительность опыта была выбрана 5;  
15 и 20 часов, а концентрация азотной кислоты 11% ( $d = 1,075$ ), 28%  
( $d = 1,2$ ) и 48% ( $d = 1,3$ ). Молярные отношения углеводорода к азотной  
кислоте варьировались от 1 : 1,25 до 1 : 2,5. Всего было проведено более  
20 опытов. Ниже мы остановимся на результатах исследования влияния  
основных факторов на процесс нитрования.

Влияние температуры. На рис. 1 приведены результаты  
опытов, в которых нитрование проводилось кислотой уд. веса 1,3 при мо-  
лярном соотношении углеводорода к кислоте 1 : 2,5.

Из характера кривых рис. 1А видно, что с повышением температуры реакции процент превращения исходного сырья сильно возрастает, достигая 60,8% при температуре 105°; увеличение же выходов сырого нитропродукта и моноснитропродукта при этом замечается только до температуры 80° после чего дальнейшее повышение температуры приводит к снижению выхода. Следовательно, оптимальной температурой реакции нитрования изопропилциклогексана в условиях наших опытов является 80—85°, при кото-

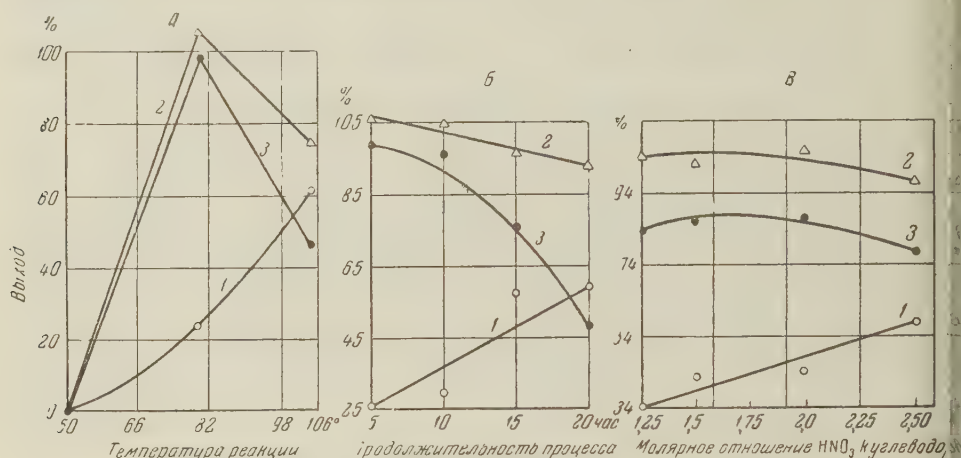


Рис. 1. Зависимость реакции нитрования изопропилциклогексана от температуры (А) и от продолжительности процесса (Б) и от относительного количества азотной кислоты (В). 1 — превращение углеводорода, 2 — выход сырого нефтепродукта в процентах на превращенный углеводород, 3 — выход моноснитросоединения в процентах на превращенный углеводород.

рой выход моноснитропродукта доходит до 72,8% от теории (хотя процент превращения составляет 25,1%). Это следует, очевидно, объяснить развитием при данных условиях реакции окисления, а также и углублением реакции нитрования с образованием ди- и полинитропродуктов.

Таким образом, в реакции нитрования цикланов азотной кислотой изменение температуры реакции влияет не только на количественную сторону превращения, но и в сильной степени определяет направления реакции и природу ее конечных продуктов.

**Влияние продолжительности процесса.** В этой части исследования нами был предпринят ряд опытов по нитрованию изопропилциклогексана азотной кислотой уд. веса 1,3 при температуре 80—85° и молярном соотношении углеводорода к кислоте 1:2,5. Продолжительность времени реакции была принята 5, 10, 15 и 20 часов. Результаты экспериментов представлены на рис. 1Б.

Рассмотрение характера кривых рис. 1Б показывает, что в условиях проведенных нами опытов оптимальной продолжительностью реакции нитрования является 15 часов. С увеличением продолжительности процесса удельное значение реакции окисления растет.

**Влияние молярного соотношения реагирующих компонентов.** Для выяснения этого вопроса был проведен ряд опытов по нитрованию изопропилциклогексана азотной кислотой удельного веса 1,3 при температуре 80—85° и продолжительности процесса 15 час., причем молярное отношение углеводорода к азотной кислоте колебалось в пределах от 1:1,25 до 1:2,5. Результаты опытов показаны на рис. 1В. Характер кривых рис. 1В показывает, что с уменьшением относительного количества азотной кислоты процент превращения исходного углеводорода снижается, выход же сырого нитропродукта и моноснитросоединения



ния в процентах на превращенное сырье сохраняется почти без изменения. Таким образом, в условиях наших опытов оптимальным молярным отношением углеводорода к азотной кислоте является 1 : 2,5.

Влияние концентрации азотной кислоты. Проведенные нами опыты показали, что при одинаковой относительной массе азотной кислоты процесс нитрования в сильной степени зависит от концентрации последней. Так, если при нитровании азотной кислотой удельного веса 1,3 превращение изопропилциклогексана составляет 61%, а выход сырого нитропродукта и моонитросоединения (в процентах на превращенный углеводород) составляет в среднем, соответственно, 76,1 и 46,8%, то при прочих равных условиях, и даже при трехкратной продолжительности, действие азотной кислоты удельного веса 1,075 приводит к образованию лишь следов нитропродукта.

Резюмируя, можно отметить, что оптимальными условиями реакции нитрования изопропилциклогексана азотной кислотой в жидкой фазе являются: температура 80—85°, продолжительность — 15 часов, концентрация азотной кислоты 48% ( $d = 1,3$ ) и молярное соотношение углеводорода к азотной кислоте, равное 1 : 2,5. При этих условиях превращение углеводорода составляет 57%, а выходы сырого нитропродукта и моонитроизопропилциклогексана в процентах на превращенный углеводород — соответственно 98,3 и 78,6.

Установленную зависимость течения реакции нитрования изопропилциклогексана от различных факторов, нам кажется, можно объяснить динамикой количества образовавшейся из азотной кислоты двуокиси азота при различных условиях, ибо понижение температуры и уменьшение продолжительности реакции, а также концентрации и относительной массы азотной кислоты снижает способность разложения азотной кислоты на окислы азота. Для подтверждения последнего нами был предпринят специальный опыт по нитрованию изопропилциклогексана в присутствии небольшого количества сернистого аммония. Для этого смесь 43,6 г изопропилциклогексана, 9 г сернистого аммония и 113,5 г азотной кислоты удельного веса 1,3 нагревалась при 80—85° в течение 8 час. Несмотря на то, что процесс проводился при условиях, оказавшихся оптимальными для реакции нитрования изопропилциклогексана, опыт не привел к образованию даже следов нитропродукта.

Институт нефти  
Академии наук АзербССР

Поступило  
13 VII 1956

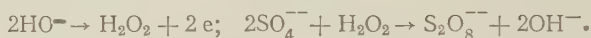
#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> А. В. Топчиев, Нитрование углеводородов и других органических соединений, изд. АН СССР, 1949. <sup>2</sup> А. И. Титов, М. К. Матвеев, ДАН, 83, № 1, 101 (1952). <sup>3</sup> А. И. Титов, М. К. Матвеева, ЖОХ, 23, № 2, 238 (1953).  
А. В. Топчиев, Е. А. Фанталова, ДАН, 88, № 1, 83 (1953).

Член-корреспондент АН СССР А. И. БРОДСКИЙ, И. Ф. ФРАНЧУК  
и В. А. ЛУНЕНКО-БУРМАКИНА

## ИЗУЧЕНИЕ МЕХАНИЗМА ЭЛЕКТРОЛИТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ И ГИДРОЛИЗА ПЕРСУЛЬФАТА ИЗОТОПНЫМ МЕТОДОМ

Разные механизмы, которые предлагались для анодного образования персульфатов при электролизе сульфатов, можно отнести к двум типам. Согласно распространенным представлениям (<sup>1,11</sup>) персульфат образуется путем непосредственной рекомбинации разряжающихся ионов сульфата (или бисульфата), например,  $2\text{SO}_4^{--} \rightarrow \text{S}_2\text{O}_8^{--} + 2\text{e}$  или в две ступени:  $\text{SO}_4^{--} \rightarrow \text{SO}_4^- + \text{e}$ ;  $2\text{SO}_4^- \rightarrow \text{S}_2\text{O}_8^{--}$ . По другим предположениям (<sup>2,3</sup>), на аноде или в прианодном слое электролита первично образуются продукты окисления воды ( $\text{H}_2\text{O}_2$ ,  $\text{OH}$ ,  $\text{OH}^-$ , поверхностные окислы и т. д.), которые затем окисляют сульфат путем переноса электронов или атомов кислорода. В частности широкое признание получил механизм Глесстона и Гиклинга (<sup>3</sup>) с промежуточным образованием перекиси водорода:



Эти авторы распространяют его на процессы анодного окисления вообще. Большинство других предлагавшихся механизмов принадлежит к одному из обоих типов с разной детализацией промежуточных ступеней.

А. Н. Фрумкин с сотрудниками (<sup>4</sup>) нашли, что при электролизе раствора  $\text{K}_2\text{SO}_4$  в  $\text{H}_2\text{O}^{18}$  в кислой, нейтральной или слабо-щелочной среде, кислород получаемого персульфата свободен от избыточного тяжелого кислорода. Это позволяет снять с обсуждения все механизмы, в которых предполагается участие кислорода воды в образовании персульфата.

Мы применили тяжелый изотоп кислорода для выяснения возможности участия перекиси водорода в анодном образовании персульфата и для изучения механизма его гидролиза. Из прежних данных (<sup>4,5,10</sup>) известно, что  $\text{H}_2\text{O}_2$  и  $\text{K}_2\text{S}_2\text{O}_8$  не обменивают кислорода с водой.

Электролизу подвергались растворы 40 г  $\text{KHSO}_4$  в 200 мл воды током 3 а между платиновыми электродами при 10—15°. Для отбора проб анодного кислорода и для лучшего перемешивания электролита проволочный анод в 0,8 см<sup>2</sup> помещался в открытой внизу трубке между двумя вертикальными катодными пластинками. Содержание  $\text{O}^{18}$  определялось в масспектрометре МС-2 в анодном кислороде — непосредственно, а в воде — по работанному в нашей лаборатории способу (<sup>6</sup>) в виде  $\text{CO}_2$  после обмена ее с парами исследуемой воды. Сульфат осаждался в виде  $\text{PbSO}_4$ , который переводился в  $\text{CO}_2$  прокаливанием с обезгаженным водородным углем. Из персульфата кислород выделялся нагреванием. Для изотопного анализа перекиси водорода, она разлагалась раствором  $\text{KMnO}_4$  непосредственно в электролите после его обезгаживания откачкой или, при малых ее концентрациях — после извлечения эфиром. Все эти методики были проверены контрольными опытами. Определение перекиси водорода производилось титрованием перманганатом, а персульфата — йодометрически в присутствии  $\text{Sn}^{2+}$  в качестве катализатора (<sup>7</sup>). При электролизе не образовывалось значительных количеств кислоты Каро. Ниже сообщаются результаты окончательных опытов.

1. В опытах без применения изотопных индикаторов к электролиту до

влялось 10—20 г/л  $\text{H}_2\text{O}_2$ . При этом выход персульфата резко падал сравнению с опытом без добавки  $\text{H}_2\text{O}_2$  (кривая 1) и затем возрастал по мере уменьшения разложившегося остатка  $\text{H}_2\text{O}_2$ . На рис. 1 кривые 2 показывают увеличение концентрации  $\text{K}_2\text{S}_2\text{O}_8$ , кривые 3 — уменьшение концентрации  $\text{H}_2\text{O}_2$  в электролите. В двух опытах а и б с начальным содержанием  $\text{H}_2\text{O}_2$  12 и 20 г/л. Электролиз во всех трех случаях велся до выпадения твердого  $\text{K}_2\text{S}_2\text{O}_8$ . Из этих данных видно, что оба анодных процесса — разложения  $\text{H}_2\text{O}_2$  и образования  $\text{K}_2\text{S}_2\text{O}_8$  — идут, по-видимому, независимо один от другого с большим преобладанием первого, если концентрация  $\text{H}_2\text{O}_2$  достаточно велика, так что наличие перекиси мешает образованию персульфата. Это само по себе вызывает под сомнение теорию промежуточного образования перекиси водорода. Качественно те же результаты и такие же выводы получил Гайсинский<sup>(8)</sup> при образовании перкарбоната электролизом  $\text{K}_2\text{CO}_3$  в присутствии  $\text{H}_2\text{O}_2$ . Независимость

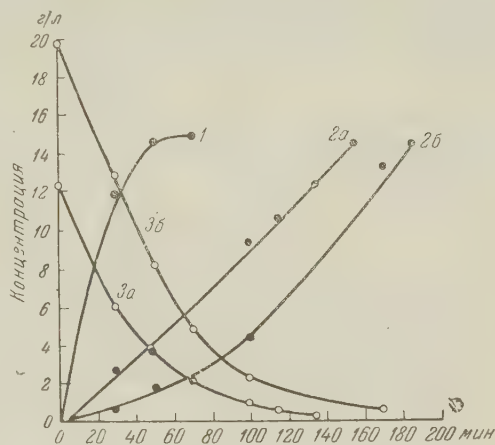


Рис. 1. Зависимость выхода персульфата от концентрации перекиси водорода. 1 — без добавки  $\text{H}_2\text{O}_2$ ; 2а и 2б — с начальным содержанием  $\text{H}_2\text{O}_2$  в 12 и 20 г/л; 3а и 3б — уменьшение содержания  $\text{H}_2\text{O}_2$  в электролите в тех же опытах

Таблица 1

Изотопный состав анодного кислорода при электролизе  $\text{KHSO}_4 + \text{H}_2\text{O}_2$  в  $\text{H}_2\text{O}^{18}$

Время, мин.	10	30	60	90	120
$\text{H}_2\text{O}_2$ , г/л	21,9	16,2	8,9	4,1	1,46
$\text{O}^{18}$ в $\text{H}_2\text{O}_2$ , %	0,309	0,353	0,495	0,679	0,851

обоих анодных процессов подтверждается следующими опытами электролиза раствора  $\text{KHSO}_4 + \text{H}_2\text{O}_2$  в  $\text{H}_2\text{O}^{18}$  с изотопным анализом анодного

Таблица 2  
содержание  $\text{O}^{18}$  в  $\text{H}_2\text{O}_2$  при электролизе  $\text{KHSO}_4 + \text{H}_2\text{O}_2$  в  $\text{H}_2\text{O}^{18}$

№ опыта	Катодн. плотн. тока, а/см <sup>2</sup>	Концентрация $\text{H}_2\text{O}_2$ , г/л	$\text{O}^{18}$ в $\text{H}_2\text{O}_2$ , %	$\text{O}^{18}$ в воде, %
I	0,05	0,26 0,13	0,459 0,635	0,831
II	0,10	0,78 0,26 0,13	0,209 0,243 0,455	0,745
III	0,17	0,42 0,26 0,07	0,229 0,288 0,401	1,100
IV	0,75	0,49 0,26	0,199 0,204	0,920
V	1,00	1,05 0,42 0,16	0,209 0,213 0,213	0,920

добавленной  $\text{H}_2\text{O}_2$ , смешиваясь с последней. При катодной плотности тока 0,05—0,17 а/см<sup>2</sup> мы действительно находили в остатке  $\text{H}_2\text{O}_2$  несколько по-

кислорода (табл. 1). В нем содержание  $\text{O}^{18}$  вначале было близко к тому, которое имела перекись (природное: 0,20%), и постепенно приближалось к его содержанию в воде в согласии с кривыми рис. 1. Из этих данных также видно, что анодное окисление перекиси водорода происходит без участия кислорода воды.

2. Для окончательного прямого доказательства неучастия перекиси водорода в анодном образовании персульфата мы применили метод изотопного разбавления. В опытах, аналогичных только что описанным, производился изотопный анализ остатка  $\text{H}_2\text{O}_2$  в электролите после того, как он падал ниже 1 г/л. Если бы на аноде образовывалась  $\text{H}_2\text{O}_2$  из воды, то она должна была бы содержать избыточный  $\text{O}^{18}$  и вводить его в остаток заранее



вышенное содержание  $O^{18}$ , которое было тем большим, чем меньше плотность тока (табл. 2). Оно вызвано катодным образованием перекиси по brutto-реакции  $O_2 + 2H^+ + 2e \rightarrow H_2O_2$ , которая не имеет отношения к анодному процессу и, как известно, идет с тем лучшим выходом, чем ниже катодная

Таблица 3

Гидролиз персульфата в присутствии  $HClO_4$  при  $70^\circ$  (содержание  $O^{18}$  в процентах)

Вода	$K_2S_2O_8$	$H_2O_2$	$KHSO_4$
1,096	0,204	0,204	1,093
	0,204	0,207	1,088
0,204	0,733	0,736	0,313
	0,741	0,730	0,224

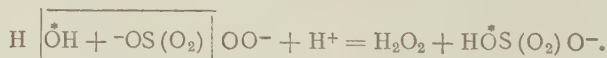
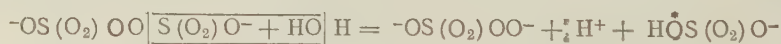
плотность тока. Действительно, когда мы повысили плотность тока до  $0,75-1,0$  а/см<sup>2</sup>, даже последние остатки  $H_2O_2$  не содержали избыточного  $O^{18}$ , тогда как по механизму Глестона и Гиклинга содержание  $O^{18}$  в нем должно было приближаться к его содержанию в воде.

Из всех этих данных ясно, что перекись водорода не может быть промежуточным продуктом образования на аноде персульфата. По-видимому, им также не могут быть радикалы  $OH$  (по схеме  $2SO_4^{--} + 2OH \rightarrow S_2O_8^{--} + 2OH^-$ ), так как они быстро обмениваются

кислород с водой (<sup>9</sup>) и легко рекомбинируются в  $H_2O_2$ .

3. Гидролизу подвергалась смесь  $1,5-4$  г  $K_2S_2O_8$  с  $1-3$  г  $70\%$   $HClO_4$  или  $50\%$   $H_2SO_4$  при  $70^\circ$ , пропуская через нее паров воды при давлении  $30$  мм рт. ст. Изотопный состав кислорода из  $H_2O_2$  в отгоне и бисульфата в остатке определялся, как указано выше. При опытах с  $K_2S_2O_8 + H_2O^{18}$  и  $K_2S_2O_8^{18} + H_2O$  (тяжелый персульфат получался электролизом  $KHSO_4^{18}$ , приготовляемого из  $H_2SO_4 + H_2O^{18}$ ) перекись водорода имела состав воды, как видно из табл. 3. Тот же результат давал гидролиз в условиях нагревания раствора  $K_2S_2O_8$  с кислотой без отгонки перекиси. Таким образом, весь кислород перекиси происходит из кислорода персульфата без участия кислорода воды. Эти данные находятся в согласии с прежними работами по разложению  $H_2O_2$  и некоторых других перекисей в воде с другим изотопным составом кислорода (<sup>11</sup>). Во всех случаях было найдено, что перекисный мостик не разрывается и что кислород воды не внедряется в продукты распада этих перекисей (другие перекисные соединения или  $O_2$ ). Это нашли, в частности, Бантон и Ллуэллин (<sup>10</sup>) для разложения кислоты Каро.

Сопоставление этих данных с нашими показывает, что в последовательности превращений  $S_2O_8^{--} \rightarrow SO_5^{--} \rightarrow H_2O_2 \rightarrow O_2$  перекисная группа  $-O-O-$  переходит, не разрываясь из персульфата в конечный продукт его распада — кислород. Так как в условиях наших опытов гидролиз персульфатов происходит с промежуточным образованием кислоты Каро (<sup>12</sup>), то простейший его механизм следующий:



Согласно этому механизму бисульфат должен содержать  $3/4$  кислорода из персульфата и  $1/4$  из воды. Кислород от разложения персульфата имел изотопный состав, отвечающий этой схеме, но в бисульфате его состав был близок к составу воды (табл. 3), очевидно из-за довольно быстрого обмена между  $HSO_4^-$  или образующейся из него  $H_2SO_4$  и водой. Для того, чтобы по возможности устранить этот побочный обмен, мы поставили опыты с добавлением  $Pb(ClO_4)_2$ , так что образующийся сульфат немедленно выпадал в виде  $PbSO_4$ . Это сильно уменьшило обмен, но не устранило его полностью. В двух опытах при  $70^\circ$  и начальном содержании  $1,17\%$   $O^{18}$  в воде сульфат содержал  $0,412\%$  (при продолжительности опыта 1 час) и  $0,492\%$  (2 часа)  $O^{18}$  вместо требуемых схемой  $0,44\%$  или несколько меньше, учитывая перво-



мачальное разбавление легкой водой, введенной с  $\text{HClO}_4$ . При увеличении температуры гидролиза до  $100^\circ$  содержание  $\text{O}^{18}$  увеличивалось до 0,635%. Эти данные несомненно указывают на то, что значительное количество  $\text{O}^{18}$  входит в образующийся бисульфат путем вторичного обмена. Они согласуются с приведенной схемой, хотя не дают окончательного количественного подтверждения.

Институт физической химии им. Л. В. Писаржевского  
Академии наук УССР

Поступило  
13 III 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> K. Elbs, O. Schönherr, Zs. Elektrochem., **1**, 417, 468 (1894); O. Essin, Elektrochem., **32**, 267 (1926); W. D. Bancroft, Trans. Elektrochem. Soc., **71**, 195 (1927). <sup>2</sup> M. Le Blanc, Zs. phys. Chem., **8**, 299 (1891); **12**, 333 (1893); F. Foerster, Electrochemie nichtwässriger Lösungen Leipzig, 1922; O. A. Есин, Е. Алфилова, ЖФХ, **3**, 439 (1932). <sup>3</sup> S. Glasstone, A. Hickling, Electrolytic Oxidation and Reduction, London, 1935; Chem. Rev., **25**, 407 (1939). <sup>4</sup> А. Н. Фрумкин, И. Каганович, М. А. Герович, Р. Н. Васильев, ДАН, **102**, 981, (1955). <sup>5</sup> E. R. S. Winter, H. V. A. Briscoe, J. Am. Chem. Soc., **75**, 496, (1953); A. E. Cahill, H. Taube, J. Am. Chem. Soc., **74**, 2312 (1952); P. Baerghi, Experientia, **7**, 215 (1952). <sup>6</sup> А. И. Бродский, С. Г. Демиденко, Л. Стрижак, В. Р. Лечехлеб, Журн. анал. хим., **10**, 256 (1955). <sup>7</sup> М. А. Бодин, Зав. лаб., **11**, 1248 (1938). <sup>8</sup> M. Haissinsky, Trans. Farad. Soc., Discuss. № 1, 254 (1947). <sup>9</sup> O. R. Forscheimer, H. Taube, J. Am. Chem. Soc., **74**, 3705 (1952); **76**, 2099 (1954); И. А. Казарновский, Н. П. Липин, М. В. Тихомиров, ЖФХ, **30**, 1429 (1956). <sup>10</sup> C. A. Bunton, D. R. Jewell, Res., **5**, 142 (1952). <sup>11</sup> W. C. Schumb, Ch. N. Satterfield, L. Wentworth, Hydrogen Peroxyde, N. Y., 1955. <sup>12</sup> H. Palme, Zs. anorg. Chem., **112**, 97 (1920). <sup>13</sup> I. M. Kolthoff, I. K. Miller, J. Am. Chem. Soc., **3055** (1951); L. S. Lewitt, Canad. J. Chem., **31**, 915 (1953).

С. П. ЖДАНОВ

# АДСОРБЦИЯ ВОДЫ НА КВАРЦЕ, ДРОБЛЕННОМ В ВАКУУМЕ

(Представлено академиком М. М. Дубининым 21 III 1957)

Известно, что в обычных условиях поверхность частиц кремнезема в кристаллических и аморфных его состояниях гидратирована и несет группы  $\text{OH}$ , валентно связанные с поверхностными атомами кремния. В силу этого, при исследовании адсорбции на  $\text{SiO}_2$  всегда приходится иметь дело с поверхностью в той или иной мере гидратированной. Более или менее полная дегидратация поверхности может быть достигнута лишь путем прокалки при высоких температурах, около  $1100\text{--}1200^\circ$ . Однако при такой обработке вместе с удалением остаточных гидроксидов может произойти не только существенная перестройка структуры поверхностного слоя (в случае непористых порошков  $\text{Si}_2\text{O}$ ), но и полное исчезновение всей развитой внутренней поверхности (в случае силикагелей и пористых стекол).

Исследования адсорбции воды на силикагеле и пористых стеклах показывают, что величина адсорбции при малых упругостях пара весьма существенно зависит от степени гидратации поверхности. В дегидратированном состоянии, полученном путем прокалки в вакууме при  $600\text{--}650^\circ$  поверхность аморфного кремнезема оказывается мало активной по отношению к парам воды и весьма слабо адсорбирует последние при низких значениях  $P/P_s$  (1). Представляло интерес получение поверхности  $\text{SiO}_2$ , лишенной гидроксидов без использования термической обработки при высоких температурах, и сопоставление адсорбционных свойств такой поверхности со свойствами поверхности, дегидратированной прокаливанием.

Исследования в этом направлении могли бы дать некоторые сведения, относящиеся к строению поверхности кремнезема в разных ее состояниях.

Одним из возможных путей получения свободной от гидроксидов поверхности  $\text{SiO}_2$ , не требующим прокалки, является дробление в вакууме. В этих условиях исключается не только гидратация влагой воздуха, но и воздействие газов атмосферы на свежесформированную поверхность. В настоящей работе сообщаются результаты исследования адсорбции воды на порошке низкотемпературного  $\alpha$ -кварца, полученного путем дробления кристаллов

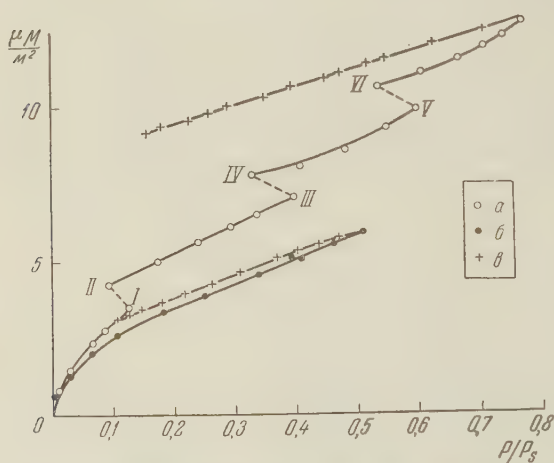


Рис. 1. Изотермы адсорбции воды на поверхности  $\alpha$ -кварца, полученной дроблением в вакууме.  $a$  — первая адсорбция,  $b$  — повторная адсорбция,  $c$  — десорбция. I—II — 15 час. III—IV — 17 час., V—VI — 45 час.

горного хрусталя в вакууме, а также сопоставляются адсорбционные свойства полученных в различных условиях поверхностей  $\text{SiO}_2$  по отношению к парам воды.

Дробление горного хрусталя производилось с помощью соленоида в яш-  
 овой ступке, помещенной в запаянном стеклянном цилиндре, сообщаю-  
 емся с ртутным диффузионным насосом через охлаждаемую жидким азо-  
 том ловушку, исключающую попадание паров вакуумной смазки и ртути  
 на свежеобразованную поверхность кварца. Откачка продолжалась в те-  
 чение всего периода дробления, вплоть до отпайки цилиндра со ступкой.  
 После отпайки порошок кварца из ступки пересыпался (в условиях ваку-  
 ума) в специальную ампулу, которая отпайвалась от цилиндра и припаива-  
 лась к адсорбционной установке. С помощью маленького стального стержень-  
 ка и соленоида разбивалась стеклянная перепонка и содержимое ампулы  
 сообщалось с откачанной до высокого вакуума измерительной частью  
 установки.

Адсорбция измерялась объемным методом при температуре 18°. Общая  
 поверхность порошка была определена по изотерме адсорбции аргона при  
 температуре —195,6° и по метиловому спирту при температуре 18°. В обо-  
 их случаях были получены близкие значения: 16,0 м<sup>2</sup> по аргону ( $\omega_0$  прини-  
 малось равным 15,5 Å<sup>2</sup>) и 15,5 м<sup>2</sup> по метанолу ( $\omega_0 = 23,7$  Å<sup>2</sup>). Измерения  
 адсорбции Ag и CH<sub>3</sub>OH производились после опытов с адсорбцией воды.

На рис. 1 приведены изотермы первой и повторной адсорбции и  
 десорбции воды, полученные на  $\alpha$ -кварце, дробленном в вакууме. Изотерма  
 первой адсорбции имеет не совсем обычный вид с характерными ступе-  
 нями, получающимися при дли-  
 тельном выдерживании адсорбента  
 в контакте с парами воды при  
 данном давлении\*. Появление та-  
 ких ступенек свидетельствует о  
 протекании, помимо чисто физиче-  
 ской адсорбции с быстроустанавли-  
 вавшимся равновесием, также и  
 медленного процесса поглощения,  
 связанного, очевидно, с химической  
 реакцией между водой и поверхно-  
 стью кремнезема. Это взаимодей-  
 стие должно приводить к гидрата-  
 ции поверхности, т. е. должно  
 сопровождаться необратимым по-  
 ложением воды, что и находит  
 подтверждение в положении де-  
 сорбционной ветви изотермы, ко-  
 торая располагается значительно  
 выше адсорбционной.

Повторная изотерма имеет уже  
 более обычный вид и характери-  
 зуется лишь незначительным ги-  
 гистерезисом. Наличие последнего  
 свидетельствует, однако, о про-  
 должающемся химическом вза-  
 имодействии воды с поверх-  
 ностью  $\alpha$ -кварца. Гидратация поверхности кварца полностью не закончи-  
 лась, хотя общее время нахождения адсорбента в атмосфере водяных паров  
 превышало 17 суток (время, протекшее между началом первого и повтор-  
 ного адсорбционного опыта). В то же время близость этой изотермы к изо-  
 терме адсорбции воды на  $\alpha$ -кварце с гидратированной поверхностью (см.  
 рис. 2) указывает на то, что перед началом повторного адсорбционного опыта  
 поверхность, полученная дроблением в вакууме, практически была уже  
 почти полностью гидратированной.

\* Продолжительность выдерживания указана на рис. 1.

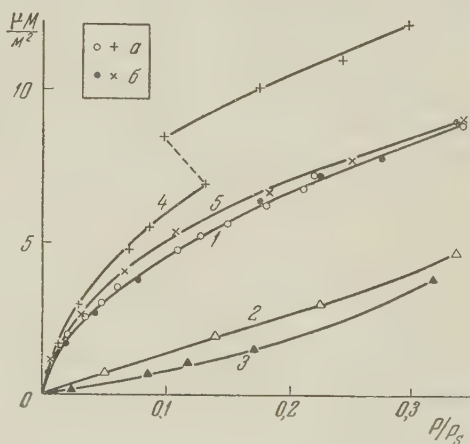
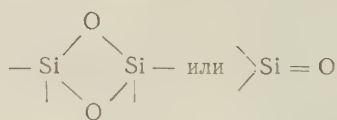


Рис. 2. Начальные участки изотерм адсорбции  
 воды на поверхности SiO<sub>2</sub>, полученной в  
 разных условиях. 1 —  $\alpha$ -кварц с гидратиро-  
 ванной поверхностью: а — первая адсорб-  
 ция, б — повторная адсорбция; 2 — силика-  
 гель, дегидратированный путем прокаливании  
 в вакууме при 650°; 3 — пористое стекло, де-  
 гидратированное в вакууме при 600°; 4 и 5 —  
 $\alpha$ -кварц, дробленный в вакууме

На рис. 2 сопоставляются начальные участки изотерм адсорбции воды на поверхностях кремнезема, полученных в разных условиях. Кварц с максимально гидратированной поверхностью получался путем длительной обработки порошка горного хрусталя водой при температуре около 100°. Термическая дегидратация поверхности  $\text{SiO}_2$  осуществлялась путем прокаливания в вакууме при 600—650°. Приведенные на рис. 2 изотермы относятся к ранее изученным образцам пористого стекла и силикагеля (1,2). При таких условиях прокаливания, как можно заключить по потерям воды на единицу поверхности остается только около 15% от количества гидроксильных групп, находившихся на поверхности в состоянии ее максимальной гидратации. Величины адсорбции во всех случаях рассчитаны на единицу поверхности и кривые рис. 2 описывают свойства адсорбентов, зависящие лишь от состояния и свойств их поверхности, но не от величины удельной поверхности.

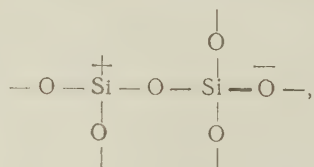
Обращают на себя внимание резкие различия в свойствах поверхности  $\text{SiO}_2$ , полученной прокаливанием и дроблением в вакууме. Свободная от гидроксидов поверхность  $\text{SiO}_2$ , образованная дроблением в вакууме, оказывается значительно более активной по отношению к парам воды, чем поверхность, дегидратированная прокаливанием. Эти различия не могут быть объяснены наличием остаточных гидроксидов на поверхности, дегидратированной прокаливанием. Они обусловлены, очевидно, другими особенностями строения поверхностей кремнезема, полученных в условиях вакуума дроблением и прокаливанием. Состояние поверхности кремнезема, дегидратированной прокаливанием, обсуждалось в работах (1-4,7).

Нам представляется, что выделение воды при прокаливании за счет поверхностных групп  $\text{OH}$  должно, в конечном счете, приводить к образованию на поверхности электростатически- и валентно-насыщенных кремнекислородных групп двух типов



в зависимости от того, образуется ли молекула воды из гидроксидов, принадлежащих двум или только одному атому кремния. Образование зарядов на поверхности при термической дегидратации гидратированной поверхности (силикагели, пористые стекла), как это допускается в работе (3), мало вероятно (2,4). Выделение воды в этом случае происходит, по-видимому, не путем разрыва, а путем перераспределения связей, обеспечивающей электрическую нейтральность поверхности и компенсацию валентностей, что облегчается в условиях нагревания.

При дроблении  $\alpha$ -кварца в вакууме состояние вновь образованной поверхности будет зависеть от направления поверхности раскола относительно граней и осей кристалла. Так как  $\alpha$ -кварц обладает спайностью (4,5), то раскалывание должно происходить преимущественно по плоскости спайности (10 $\bar{1}$ 1). Анализ структуры  $\alpha$ -кварца показывает, что в этом случае у каждой пары связанных вершинами тетраэдров рвется по одной связи  $\text{Si}-\text{O}$  и на поверхности должны образовываться заряженные группы типа



у которых заряды или места разрыва связей  $\text{Si}-\text{O}$  локализованы так, как



оказано здесь и на рис. 3\*. Такое расположение элементов структуры, несущих заряды или свободные валентности, не благоприятствует насыщению валентностей путем образования второй связи Si—O—Si, так как для этого требуется не только значительная деформация связей, но и перестройка структуры поверхностного слоя. Надо полагать, что для жестких связей Si—O—Si эти процессы весьма затруднены в условиях комнатной температуры. Поэтому образовавшиеся на поверхности кварца при его дроблении в вакууме заряды и ненасыщенные валентности в условиях вакуума могут оставаться нескомпенсированными в течение длительного времени.

Так как спайность кварца весьма несовершенна, то возможны, очевидно, и другие поверхности раскола, отличные от плоскостей ромбоэдров  $(10\bar{1}1)$ . Во всех таких случаях на поверхности раскола могут образовываться также и кремнекислородные группы, отличающиеся по своему строению от приведенных выше, например группы  $\text{Si}^+ - \text{O}^-$ , переходящие затем с компенсацией зарядов и валентностей в более устойчивые группы  $\text{Si} = \text{O}$  (?).

Наличие зарядов и ненасыщенных валентностей на поверхности дробленного в вакууме  $\alpha$ -кварца является одной из основных особенностей строения этой поверхности, отличающих ее от строения поверхности кремнезема, дегидратированного прокаливанием. Вероятно, именно в связи с этой особенностью строения поверхности  $\alpha$ -кварца, образованной дроблением в вакууме, находится ее высокая активность по отношению к адсорбции полярных молекул воды; она превышает таковую даже для предельно гидратированной гидрофильной поверхности кварца (кривая 1, рис. 2). Однако, как можно видеть из сопоставления изотерм 1 и 4 рис. 2, при малых упругостях пара активность единицы поверхности  $\alpha$ -кварца, дробленного в вакууме, лишь не на много превышает активность гидратированной поверхности. Это указывает на то, что количество первичных адсорбционных центров на единице поверхности в обоих случаях близко. Большой рост адсорбции с увеличением упругости пара в первом случае уже в самой начальной части изотермы, вероятно, находится в связи с наложением химического поглощения, обусловленного гидратацией. Возникновение зарядов на свежеразработанных поверхностях слюды при ее расщеплении в вакууме наблюдалось И. В. Обреимовым<sup>(6)</sup>.

В заключение считаю своим долгом поблагодарить акад. М. М. Дубинина и проф. А. В. Киселева за поддержку настоящей работы и проявленный к ней интерес.

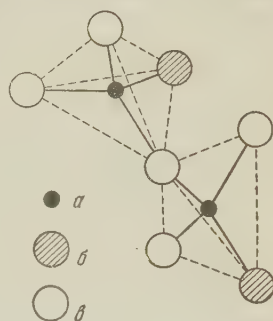


Рис. 3. Положение мест разрыва связей Si—O—Si у соседних поверхностных тетраэдров  $[\text{SiO}_4/2]$  при раскалывании по плоскости ромбоэдра  $(10\bar{1}1)$  а—Si; б—вершины тетраэдров, по которым рвутся связи Si—O—Si; в—вершины тетраэдров, остающихся связанными

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> С. П. Жданов, ДАН, 68, 99 (1949). <sup>2</sup> С. П. Жданов, ДАН, 100, 1115 (1955). <sup>3</sup> W. A. Weyl, Res., 3, 230 (1950). <sup>4</sup> W. Stöber, Koll. Zs., 145, 17 (1956). <sup>5</sup> А. Г. Бетехтин, Минералогия, 1950. <sup>6</sup> И. В. Обреимов, Proc. Roy. Soc., A, 127, 805 (1930). <sup>7</sup> С. П. Жданов, А. В. Киселев, ЖФХ, 31, в. 10 (1957).

\* Возможно, очевидно, образование также и одноименных зарядов у соседних кремнекислородных групп.

М. М. КУСАКОВ и Л. И. МЕКЕНИЦКАЯ

## ПЛЕНОЧНАЯ И КАПИЛЛЯРНО-УДЕРЖАННАЯ ВОДА В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

(Представлено академиком А. В. Топчиевым 13 II 1957)

В работах (1-4) была изучена толщина полимолекулярных слоев водных растворов электролитов на внутренней поверхности единичного капилляра на различных границах раздела. Для выяснения вопроса о том, насколько выводы о свойствах тонких слоев, полученные для единичных капилляров, могут считаться справедливыми в применении к пористой среде и, следовательно, могут служить для характеристики состояния связанной воды в газоносных и нефтеносных зонах нефтяного коллектора, эти свойства были изучены на образцах кварцевого песчаника Туймазинского месторождения.

Связанная вода в образцах песчаника (кернах) моделировалась водой, остающейся в пористой среде после вытеснения азотом водной фазы через малопроницаемую перегородку (5). Вытеснение водной фазы происходило при давлении  $p = 700$  мм рт. ст., что превышало капиллярное давление в самых малых порах керна и отвечало той области, в которой остаточная водонасыщенность керна практически уже не зависела от давления вытеснения.

Было показано, что метод вытеснения воды из кернов через малопроницаемую перегородку может быть использован и для характеристики свойств тонких слоев водных растворов в пористой среде.

Если в качестве остаточной воды применяется дистиллированная вода, то после вытеснения ее азотом она находится в кернах не только в капиллярно-удержанном, но и в пленочном состоянии, так как дистиллированная вода на стекле и на кварце на границе с газом может существовать в виде равновесных смачивающих тонких слоев (6,7).

Следует ожидать, что если влияние концентрации электролита на толщину тонких слоев водных растворов в пористой среде носит тот же характер, что и в единичных капиллярах (т. е. с увеличением концентрации электролитов толщина тонких слоев уменьшается, а при очень высокой минерализации воды может даже обращаться в нуль), то с увеличением концентрации электролита количество жидкости, вытесняемой из керна через малопроницаемую перегородку, должно возрастать.

На рис. 1 приведены результаты исследования влияния концентрации NaCl на остаточную водонасыщенность (выраженную в процентах от объема пор) для трех различных по проницаемости кернов. Из графика (рис. 1) видно, что с увеличением концентрации NaCl количество остающейся в кернах жидкости уменьшается.

Причем, начиная с некоторой концентрации  $C'$  (различной для кернов с разной проницаемостью), количество жидкости, остающейся в кернах, при дальнейшем увеличении содержания электролита практически не изменяется (5N раствор NaCl является уже почти предельной концентрацией соли, соответствующей образованию насыщенного раствора при комнатной температуре). Аналогичная картина наблюдалась и при вытеснении растворов  $AlCl_3$  различной концентрации.

Уменьшение остаточной водонасыщенности кернов, вызванное добавлением электролита и увеличением его концентрации, связано, очевидно, тем, что для той части остаточной воды, которая находится в пленочном состоянии, толщина тонких слоев с повышением концентрации электролита уменьшается. При этом количество вытесненной из кернов жидкости увеличивается. При высоких концентрациях электролита за счет десольватирующего действия ионов (<sup>6,7</sup>), тонкие слои прорываются (<sup>1,2</sup>). Это обстоятельство позволяет понять, почему, начиная с некоторой концентрации электролита, дальнейшего изменения остаточной водонасыщенности в кервах практически не происходит. По-видимому, в этом случае почти вся жидкость, оставшаяся в керне, находится в капиллярно-удержанном состоянии (в очень мелких, субкапиллярных порах, великом заполненных водой, в альвеолярных менисках, образующихся в узких местах контакта зерен, в тупиковых порах), а также в виде отдельных капелек, отрывающихся после разрыва пленки.

Следовательно, можно считать, что если концентрация электролита меньше  $C'$ , жидкость находится и в капиллярно-удержанном и частично в пленочном состояниях. Уменьшение остаточной водонасыщенности кернов с возрастанием концентрации электролита не может быть связано с присутствием глинистых частиц в кервах или с изменением краевого угла смачивания.

Присутствие глинистых частиц в кервах не могло вызвать эти изменения, так как содержание их невелико (песчаник содержит 97% кварца и 3% глинистых минералов), а кроме того, об этом свидетельствуют опыты, проведенные на кервах, практически не содержащих глинистых частиц. Уменьшение остаточной водонасыщенности кернов не могло быть вызвано и изменением краевого угла смачивания растворов электролитов, так как на основании опытов по пропитке кернов в приборе З. В. Волковой (<sup>8,9</sup>) дистиллированной водой и 5N раствором NaCl было установлено, что значения кинетических краевых углов смачивания в обоих случаях практически совпадают, достигая 89°. Значения краевых углов смачивания, измеренные для обеих жидкостей в статических условиях (на парафине), оказались также практически одинаковыми, равными 108–110°.

Таким образом, на основании данных, полученных при исследовании влияния концентрации электролита на остаточную водонасыщенность кернов (в результате которого был установлен характер влияния содержания электролита в растворе на толщину тонких слоев, установленный ранее (<sup>1,2</sup>) для единичных капилляров), было определено количество

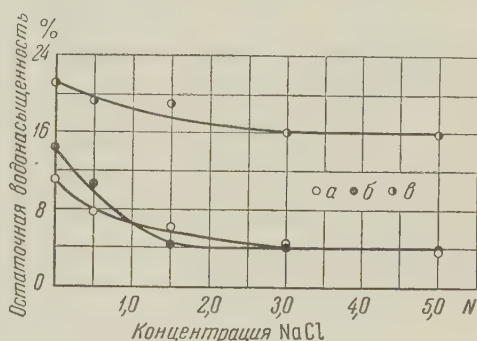


Рис. 1. Зависимость остаточной водонасыщенности кернов от концентрации электролита (NaCl): а —  $K = 860$  мда, б —  $K = 430$  мда, в —  $K = 39$  мда

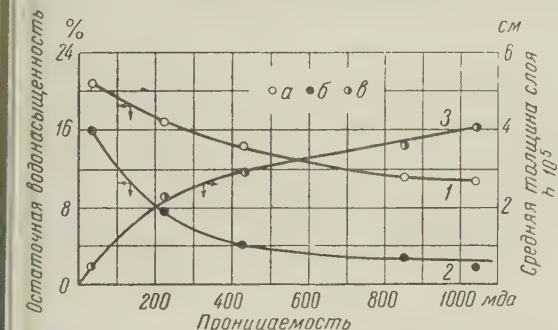


Рис. 2. Зависимость остаточной водонасыщенности и средней толщины пленки от проницаемости кернов: — 5N раствор NaCl, б — дистиллированная вода, — толщина тонкого слоя дистиллированной воды



жидкости, остающейся в пористой среде в капиллярно-удержанном состоянии.

На рис. 2 изображены кривые, выражающие зависимость остаточной водонасыщенности для дистиллированной воды и для 5N раствора NaCl от проницаемости кернов. Из рис. 2 видно, что при проницаемости пористой

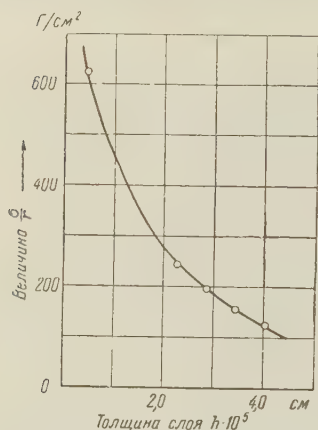


Рис. 3. Зависимость средней толщины пленки дистиллированной воды в пористой среде от величины  $\sigma/r$

нов по П. Карману <sup>(11)</sup>. Из литературных данных известно, что величины удельной поверхности, вычисленные этим методом, ниже действительных <sup>(12-14)</sup>. Исходя из этих соображений следует считать, что результаты вычисления толщины пленок в пористой среде должны быть несколько меньшими, и тогда они будут согласовываться с результатами, полученными ранее для равновесных слоев на простых геометрических системах <sup>(6,7)</sup>. График зависимости  $h = f(k)$  изображен также на рис. 2.

Из рис. 3, где приведена зависимость средней толщины пленки воды (дистиллированной) в пористой среде от величины  $\sigma/r$ \*\*, пропорциональной расклинивающему давлению цилиндрического тонкого слоя, видно, что в пористой среде, так же, как это было показано на плоской твердой поверхности <sup>(6,7)</sup> и в капиллярных системах <sup>(1-4)</sup>, средняя толщина слоя при прочих равных условиях определяется его расклинивающим давлением.

По величине остаточной водонасыщенности кернов было проверено также влияние валентности катионов электролита на толщину тонких слоев водных растворов в пористой среде.

\* Как установлено в работе <sup>(10)</sup>, зависимость остаточной водонасыщенности от проницаемости кернов для различных месторождений разная.

\*\* За величину радиуса  $r$  пор принимался средний радиус, вычисленный из соотношения  $r = \sqrt{8K/m}$ , где  $m$  — пористость кернов.

среды 800—1000 мда и более количество остающейся жидкости не зависит от проницаемости\*. Кривая 2 на рис. 2 показывает зависимость количества капиллярно-удержанной жидкости в пористой среде от ее проницаемости. Из табл. 1 видно, что количество капиллярно-удержанной жидкости в пористой среде практически не зависит от природы электролита.

Дистиллированная вода в виде остаточной жидкости в пористой среде состоит из пленочной, и из капиллярно-удержанной воды. По разности между общим количеством остаточной жидкости в керне и количеством капиллярно-удержанной жидкости и по величине удельной поверхности кернов можно оценить среднюю толщину  $h$  пленок дистиллированной воды в керне различной проницаемости.

Величины удельной поверхности вычислены по проницаемости и пористости кернов, вычисленные этим методом, ниже действительных.

Таблица 1

Зависимость количества капиллярно-удержанной жидкости в пористой среде от природы электролита

№ керна	Проницаемость $K$ , мда	Остаточная водонасыщенность $S$ , %			
		5N раствор NaCl	4N раствор KCl *	5N раствор CaCl <sub>2</sub>	5N раствор AlCl <sub>3</sub>
13	39	15,7	15,0	15,0	13,3
27	430	4,0	3,8	4,0	3,9
29	850	3,2	3,3	3,0	4,0

\* 4 N раствор является предельной концентрацией KCl, выше которой образуется насыщенный раствор.



При сопоставлении остаточной насыщенности одних и тех же кернов водными растворами солей с одно- и с трехвалентными катионами ( $\text{NaCl}$  и  $\text{AlCl}_3$ ) одинаковых концентраций было установлено, что при сравнительно невысоких концентрациях раствора, для равных их значений, остаточная насыщенность кернов растворами  $\text{AlCl}_3$  меньше, чем растворами  $\text{NaCl}$ . Этот результат связан, очевидно, с тем, что для той части остаточной жидкости, которая при сравнительно невысоких концентрациях электролитов находится в пленочном состоянии, толщина тонких слоев растворов  $\text{AlCl}_3$  меньше, чем растворов  $\text{NaCl}$ . При высоких концентрациях этих солей различия в остаточной насыщенности растворами  $\text{AlCl}_3$  и  $\text{NaCl}$  практически не наблюдалось, что можно объяснить полным разрушением тонких смазывающих слоев при высоких концентрациях электролита, отмеченным выше.

Изложенные выше результаты экспериментов показывают, что свойства тонких слоев, изученные в единичных капиллярах на границе раздела: воздух | водный раствор электролита | стекло или кварц, полностью сохраняются и в пористых средах. Следовательно, остается справедливым сделанный ранее <sup>(1,4)</sup> вывод о том, что состояние связанной воды, в частности газодоступных коллекторов, представляющей собой растворы электролитов, определяется физико-химическими свойствами жидкости.

Московский нефтяной институт  
им. И. М. Губкина

Поступило  
11 II 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> М. М. Кусаков, Л. И. Мекеницкая, Докл. на 4 Междунар. нефт. конгр. в Риме. Изд. АН СССР, 1955; Proc. 4th World Petr. Congr., Rome, Sec. II, 1955, p. 593; Междунар. нефт. конгр., М., 3, 1956, стр. 261.
- <sup>2</sup> М. М. Кусаков, Л. И. Мекеницкая, ДАН, 107, № 4 (1956).
- <sup>3</sup> М. М. Кусаков, Л. И. Мекеницкая, ДАН, 107, № 5 (1956).
- <sup>4</sup> М. М. Кусаков, Л. И. Мекеницкая, Тр. Моск. нефт. инст., в. 16, 39 (1956).
- <sup>5</sup> O. F. Thornton, D. L. Marshall, Trans. AIME, Petr. Dev. Techn., 172, 69 (1947).
- <sup>6</sup> Б. В. Дерягин, М. М. Кусаков, Изв. АН СССР, отд. мат. и ест. наук, 5, 741 (1936).
- <sup>7</sup> Б. В. Дерягин, М. М. Кусаков, Изв. АН СССР, отд. мат. и ест. наук, 5, 1119 (1937); Acta Physicochim. URSS, 10, 25 (1939); 10, 53 (1939).
- <sup>8</sup> З. В. Волкова, Мин. сырье, 7, 34 (1934).
- <sup>9</sup> З. В. Волкова, Koll. Zs., 67, 280 (1934).
- <sup>10</sup> J. C. Calhoun, Oil and Gas J., 47, № 3, 241 (1948).
- <sup>11</sup> Р. С. Карман, J. Soc. Chem. Ind., 57, № 5, 225 (1938).
- <sup>12</sup> Б. В. Дерягин, Н. Н. Захаваева, М. В. Талалаев, ДАН, 61, 653 (1948).
- <sup>13</sup> Г. И. Логгинов, О. М. Хусинова, Информ. сообщ. НИИЦемента, 27, 29 (1956).
- <sup>14</sup> Г. И. Логгинов, О. М. Хусинова, Тр. Инст. физ. хим., АН СССР, Сборн. Новые методы исследования, 1957.

Л. А. ФЕЙГИН и В. Н. РОЖАНСКИЙ  
О ВЛИЯНИИ АДСОРБЦИОННЫХ СЛОЕВ НА ДИСПЕРГИРОВАНИЕ  
ГРАФИТА

(Представлено академиком П. А. Ребиндером 14 III 1957)

Вопросы физико-химического влияния среды на процессы диспергирования графита изучены совершенно недостаточно, что связано, прежде всего, с трудностями дисперсионного анализа в области коллоидных размеров частиц. В нашей работе мы применяли измерение удельной поверхности по методу низкотемпературной адсорбции азота (<sup>1</sup>), разработанным нами ранее рентгенографический метод (<sup>2</sup>) и электронно-микроскопическое исследование.

Вибрационное измельчение графита (<sup>2,3</sup>) позволяет получать весьма высокодисперсные коллоидно-графитовые препараты со средним размером первичных частиц 100 Å и менее; удельная поверхность достигает в этих случаях 600 м<sup>2</sup>/г. При этом тончайший вибрационный помол сухого графита протекает в 10—20 раз интенсивнее, чем измельчение в водной среде.

Важно отметить, что при вибрационном измельчении ряда твердых тел (кварц, цемент и др.) не удается превысить значения удельной поверхности порядка нескольких десятков м<sup>2</sup>/г. Поэтому естественно связать столь высокую дисперсность измельченных графитовых порошков со слоистой структурой решетки графита. Значительные расстояния между слоями атомов углерода (3,37 Å) по сравнению с соответствующим расстоянием в плоскости базиса (1,41 Å) обуславливают малую энергию связи слоев, что объясняет совершенную спайность графита, резкую анизотропию сил связи и легкое диспергирование по плоскостям базиса. Это подтверждается рентгенографическими и электронно-микроскопическими исследованиями, показывающими, что частицы графита являются чешуйками, размер которых в плоскости базиса значительно больше их высоты. На рис. 1 хорошо видны полупрозрачные (для электронного луча) частицы графита.

Для выяснения механизма диспергирования графита нами были поставлены опыты введения при помолу малых добавок воды, а также некоторых других веществ. Опыты проводились в основном на лабораторной мельнице\*, которая позволяет производить одновременное измельчение в совершенно одинаковых условиях в 4 камерах — барабанах емкостью 100 см<sup>3</sup> каждый. Барабаны тщательно герметизировались. Было показано (<sup>4</sup>), что в вибрационной мельнице создаются весьма небольшие средние давления, так что процесс диспергирования протекает в основном за счет поверхностного истирания частиц при их относительных перемещениях; следовательно, сила трения между частицами в значительной мере определяет степень измельчения.

На рис. 2 представлены кривые зависимости роста удельной поверхности графита от времени измельчения при различных добавках воды. Из этих данных видно, что диспергирование сухого графита протекает наиболее интенсивно: удельная поверхность растет с постоянной скоростью 30 м<sup>2</sup>/г·мин, вплоть до значения 300 м<sup>2</sup>/г. (Указанная скорость определялась выбором параметров вибрационной мельницы, изменение этих параметров

\* Мельница сконструирована М. И. Ароновым и Л. М. Моргулисом.

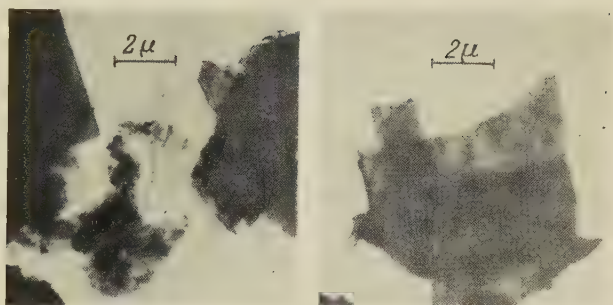


Рис. 1. Тонкие полупрозрачные чешуйки графита, измельченного в водной среде. Электронные микрофотографии





достаточно широких пределах существенно не влияет на установленные закономерности; при этом интенсивность диспергирования меняется в десятки раз.) С другой стороны, при добавках воды порядка 3% по отношению к графиту, рост удельной поверхности во времени протекает также линейно, но со скоростью в  $\sim 10$  раз меньше, т. е. около  $2 \text{ м}^2/\text{г} \cdot \text{мин}$ . При меньших добавках воды можно различить два участка, резко отличающихся по скорости образования новых поверхностей графитовых частиц.

Знание истинной величины удельной поверхности позволило нам рассчитать число насыщенных монослоев воды, образующихся на поверхности частиц графита, а также оценить уменьшение числа этих слоев в процессе диспергирования порошка с определенным количеством воды. (Ввиду гидрофобности графита говорить о слоях имеет смысл лишь тогда, когда их число не превышает 3—4, однако, как это будет ясно из дальнейшего, именно этот случай представляет для нас наибольший интерес.) При этом оказалось, что изменение скорости нарастания поверхности графита происходит при содержании воды, соответствующем образованию насыщенного адсорбционного монослоя. Это обстоятельство

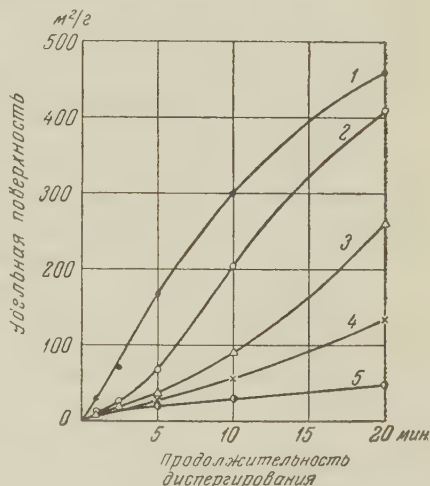


Рис. 2. Кинетика диспергирования графита при введении малых добавок воды. 1 — сухое диспергирование, 2 — 0,35% воды, 3 — 0,7% воды; 4 — 1% воды, 5 — 3% воды

следует отнести за счет резкого увеличения коэффициента трения чистых свежесформированных поверхностей частиц графита по сравнению с трением поверхностей графита, покрытых адсорбционной влагой. В свете этого кинетика диспергирования графита малыми добавками воды может быть объяснена следующим образом. В начале процесса диспергирования поверхность частиц графита мала, так что даже самые малые добавки воды обеспечивают достаточное число слоев адсорбированной влаги (при этом адсорбция молекул воды происходит из насыщенного пара), и скорость помола соответствует «влажному» режиму диспергирования. Затем, по мере увеличения поверхности, число слоев воды уменьшается и после того как имеющегося количества воды станет меньше, чем требуется для образования насыщенного монослоя, скорость помола приближается к таковой для случая «сухого» измельчения.

Из наших опытов отчетливо видно, что небольшие количества влаги или других веществ, всегда имеющих в поверхностном слое исходного образца графита, могут влиять на процесс диспергирования лишь в самой начальной стадии, так как в процессе вибрационного измельчения графита

его удельная поверхность возрастает в сотни (и даже тысячи) раз, и примеси, содержащиеся в графите, в ходе измельчения будут обладать ничтожной поверхностной плотностью. Это обстоятельство проверялось нами, в частности, путем различной сушки образца графита перед измельчением. Сушка графита при  $100^\circ$ , нагрев барабана с графитом до  $200^\circ$  непосредствен-

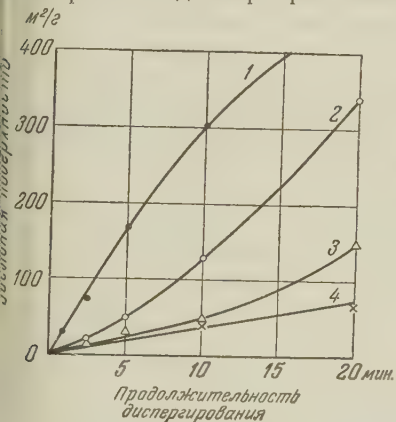


Рис. 3. Кинетика диспергирования графита при введении добавок бутилового спирта. 1 — сухое диспергирование, 2 — 0,8% бутилового спирта, 3 — 2,4% бутилового спирта, 4 — 8% бутилового спирта

но перед опытами и сушка графита при  $300^{\circ}$  в токе азота не привели к обнаружению заметного различия в ходе кривых измельчения, тогда как введение 1% воды снижало скорость диспергирования в несколько раз.

На рис. 3 приведены данные по кинетике измельчения графита с малыми добавками бутилового спирта, которые показывают такой же ход кривых, как и для случая воды. Расчет показывает, что образования монослоя бутилового спирта также достаточно для резкого уменьшения коэффициента трения. Опыты с введением паров бензола качественно подтверждают эту картину. Наши результаты показали идентичность влияния добавок воды на измельчение как природного графита, так и искусственного, полученного из антрацита при высокой температуре.

Полученные результаты согласуются с данными Боудена с сотрудниками<sup>(5)</sup>, установивших плавный рост коэффициента трения системы графит-графит при повышении температуры обезгаживания графита (в высоковакууме) до  $1000^{\circ}$ , а также с данными, полученными при изучении повышенного износа угольных и графитовых щеток электрических машин в сотнях условиях пониженной влажности атмосферы<sup>(6,7)</sup>.

Для сравнения мы провели подобные же опыты по диспергированию слюды (гидрофильный материал), кристаллическая решетка которой также обладает слоистой структурой. В этом случае мы обнаружили, напротив, повышение скорости измельчения в присутствии добавок воды (табл. 1).

Таблица 1

Влияние малых добавок воды на ускорение процесса диспергирования слюды (удельная поверхность в  $\text{м}^2/\text{г}$ )

Количество воды, %	Продолжительность помола, мин.			
	1	2	4	6
0,0	7,0	14,5	24,0	23
2,5	9,3	14	22	—
5,0	11,2	16	30	34

адсорбционно-активных веществ. Аналогичное явление наблюдалось также И. Л. Эттингером и М. М. Протодьяконовым<sup>(12)</sup>. Таким образом, полученные нами результаты свидетельствуют о ярко выраженной специфичности диспергирования графита и адсорбционным смазывающим действием молекулярных слоев.

В заключение авторы выражают искреннюю признательность П. А. Ребиндеру, А. А. Жуховицкому, В. И. Лихтману и Д. С. Соминскому за суждение результатов и ценные указания.

Всесоюзный институт новых проблем  
производства строительных материалов и  
Кафедра коллоидной химии  
Московского государственного университета

Поступило  
2 III 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> С. Брунауэр, Адсорбция газов и паров. М., 1948.
- <sup>2</sup> Л. А. Фейгин, В. Н. Рожанский, ДАН, 113, № 5, 1102 (1957).
- <sup>3</sup> Л. А. Фейгин, Химическая наука и промышленность, 1, 1956, стр. 210.
- <sup>4</sup> П. Д. Лесин, Научное сообщение ВНИИТИСМ, № 25, 1957.
- <sup>5</sup> F. P. Bowden, J. E. Young, G. Rove, Proc. R. Soc., A, 212, 485 (1952).
- <sup>6</sup> D. Ramadanoff, S. W. Glass, Electr. Eng., 825 (1944).
- <sup>7</sup> R. H. Savage, J. Appl. Phys., 19, 1 (1948).
- <sup>8</sup> П. А. Ребиндер, Доклады на 6 съезде русских физиков. М., 1928.
- <sup>9</sup> П. А. Ребиндер, посвящен. 30-летию Великой Октябрьской Социалистической Революции, Изд. АН СССР, 1947, стр. 533.
- <sup>10</sup> П. А. Ребиндер, Н. Н. Петрова, Сборн. Трение и износ машин, 1, Изд. АН СССР, 1940.
- <sup>11</sup> I. L. Eichborn, Koll. Zs., 149, (1956).
- <sup>12</sup> И. Л. Эттингер, И. М. Протодьяконов, ДАН, 84, 1235 (1957).

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Л. Д. ЮШИНА и М. В. СМЕРНОВ

**АНОДНОЕ РАСТВОРЕНИЕ ТОРИЯ В СОЛЕВЫХ РАСПЛАВАХ**

(Представлено академиком А. Н. Фрумкин 13 III 1957)

В литературе отсутствуют работы, посвященные изучению процессов анодного растворения металлов в солевых расплавах, которые представляют интерес для теории и практики электролиза расплавленных солей. В настоящем сообщении приводятся основные результаты по изучению процесса анодного растворения металлического тория в расплаве хлоридов щелочных металлов.

Опыты проводили в ячейке, устройство которой изображено схематически на рис. 1. Она представляла собой широкую кварцевую пробирку, накрываемую герметически сверху. Электролитом служила расплавленная эквимольная смесь хлоридов натрия и калия. Ее приготавливали сплавлением чистых солей в атмосфере сухого хлористого водорода, который в течение некоторого времени продували через расплав. Для того чтобы удалить растворенные газы, солевой расплав перед опытами выдерживали под уменьшенным давлением порядка 0,1 мм рт. ст. и все измерения проводили под атмосферой чистого аргона. Ториевый анод, геометрическая поверхность которого была около 1 см<sup>2</sup>, крепили на молибденовом токоподводе. В качестве катода использовали молибденовую проволоку, помещая ее в кварцевую пробирку, чтобы предотвратить проникновение щелочного металла на анод. На дне пробирки имелось небольшое отверстие. Ячейка находилась в массивном металлическом блоке, нагреваемом в электрической печи сопротивления с автоматическим регулированием температуры, которая поддерживалась при заданной величине постоянной в пределах  $\pm 1^\circ$ .

Опыты сводились к измерению ториевого анода в широком интервале плотностей тока (рассчитанных на геометрическую поверхность электрода) от  $2 \cdot 10^{-3}$  до 8 а/см<sup>2</sup> при 710 и 815°. При заданной силе анод поляризовали в течение 3—4 сек. Как показали предварительные опыты, этого времени было достаточно для установления стационарного потенциала. Величины потенциала ториевого анода измеряли относительно хлорного электрода с помощью шлейфного осциллографа в моменты прерывания электролиза специальным реле времени, которое подключало к ячейке осциллограф одновременно с выключением поляризующего тока. Хлорный электрод сравнения представлял собой трубку из спектрально чистого углерода, через которую непрерывно пропускали хлор, получаемый электролизом расплавленного хлорида свинца (1). Для того чтобы хлор не мог попадать на ториевый анод, хлорный электрод помещали в кварцевую пробирку с небольшим отверстием на дне, которое было закрыто асбестовой диафрагмой.

Измерения поляризации начинали после того, как ториевый электрод в исходной расплавленной эквимольной смеси хлоридов натрия и калия приобретал постоянный потенциал, равный  $-2,558$  в при 710° и  $-2,524$  в при 815°. Результаты измерений при указанных температурах представлены на рис. 2 в полулогарифмической системе координат ( $\lg i - \varphi$ ).

Как видно, при  $\bar{D}_a < 0,05$  а/см<sup>2</sup> потенциал ториевого анода мало меняется плотностью тока и по величине близок к потенциалу ториевого электрода в расплаве хлоридов щелочных металлов в отсутствие поляризации. Выше



0,05 а/см<sup>2</sup> потенциал анода возрастает линейно с логарифмом плотности тока:  $\varphi = a + b \lg i$ . Наклон поляризационных кривых (коэффициент перед логарифмом плотности тока), равный 0,095 при 710° и 0,105 при 815°, в пределах возможных ошибок измерений близок к  $2,3 RT/2F$ . Такой ход поляризационных кривых наблюдается примерно до 1 а/см<sup>2</sup>. При больших плотностях тока они отклоняются в сторону более положительных потенциалов. Когда плотность тока превышает 4 а/см<sup>2</sup> при 710°

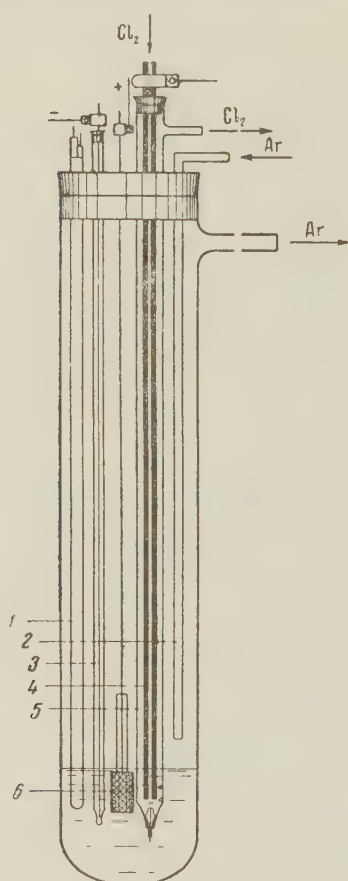


Рис. 1

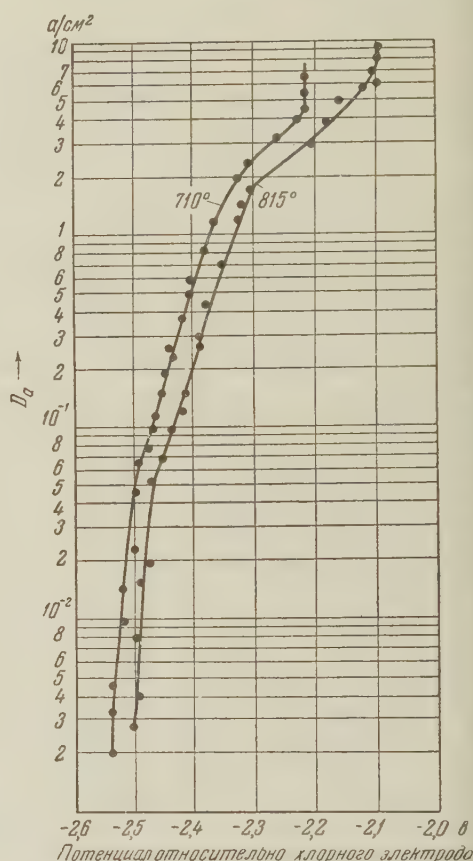


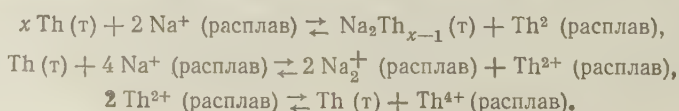
Рис. 2

Рис. 1. Ячейка. 1 — термopapa; 2 — трубка для ввода аргона; 3 — катод; 4 — хлорный электрод сравнения; 5 — кварцевая пробирка; 6 — ториевый анод.

Рис. 2. Поляризация ториевого анода в расплаве эквимольной смеси хлоридов кальция и натрия при 710 и 815°

6 а/см<sup>2</sup> при 815°, потенциал ториевого анода практически перестает меняться с дальнейшим повышением силы тока электролиза. По величине он приближается к значению равновесного потенциала тория в расплаве с высокой концентрацией  $\text{ThCl}_2$ .

Как и в случае катодной поляризации <sup>(2)</sup>, можно считать, что ториевый анод находится в равновесии с прилегающим к нему слоем солевого расплава. В расплаве хлоридов щелочных металлов, не содержащем ионов тория, потенциал ториевого электрода устанавливается тогда, когда достигается равновесие между поверхностными слоями металла и электролита:





Контактирующие друг с другом поверхностные слои электрода и электролита не находятся в равновесии с глубинными слоями соответствующих фаз. Поэтому образуемые ионы  $\text{Th}^{2+}$  и  $\text{Na}_2^+$  диффундируют в объем солевого расплава, а выделившийся щелочной металл — в глубь электрода, где их концентрации практически равны нулю. В отсутствие электролиза диффузионный ток ионов тория компенсируется током разряда и перезаряда ионов щелочного металла.

При электролизе с анодными плотностями тока ниже величины этого диффузионного тока ионов  $\text{Th}^{2+}$  по существу происходит замена разряда и перезаряда ионов щелочного металла непосредственной ионизацией металлического тория. Потенциал ториевого анода при этом меняется в пределах разности потенциалов между сплавом  $\text{Na}_2\text{Th}_{x-1}$  и  $\text{Th}$  (примерно на 0,058 в при  $710^\circ$  и на 0,049 в при  $815^\circ$ ).

Диффузия ионов тория начинает сказываться на поляризации анода при более высоких плотностях тока ( $D_a > 0,05$  а/см<sup>2</sup>), когда подавляется реакция вытеснения и восстановления ионов щелочного металла металлическим торием. В наших предыдущих работах было показано, что в равновесии с металлическим торием могут находиться расплавы, которые содержат в подавляющем количестве ионы  $\text{Th}^{2+}$ . Если учесть при этом еще то обстоятельство, что в хлоридных расплавах ионы  $\text{Th}^{4+}$  образуют с анионами менее подвижные комплексные группировки, чем ионы  $\text{Th}^{2+}$ , то можно считать, что переходящий в электролит торий диффундирует в объем расплава в основном в виде двухвалентных ионов. В пользу этого, в частности, говорит образование в электролите тонкой взвеси металлического тория, наблюдаемое при электролизе с ториевым анодом в закрытом электролизере, исключающем доступ кислорода воздуха. Взвесь металла образуется, очевидно, в результате частично идущей реакции диспропорционирования (до достижения равновесной концентрации ионов  $\text{Th}^{4+}$ ):



Таким образом, анодную плотность тока можно выразить уравнением

$$i = \frac{2F}{\delta} D_{\text{Th}^{2+}} [\text{Th}^{2+}]_s,$$

где  $\delta$  — толщина диффузионного слоя,  $D_{\text{Th}^{2+}}$  — коэффициент диффузии ионов  $\text{Th}^{2+}$  в солевом расплаве и  $[\text{Th}^{2+}]$  — стационарная мольно-долевая концентрация этих ионов в приэлектродном слое электролита, определяющая величину анодного потенциала:

$$\varphi = E_{\text{Th}/\text{Th}^{2+}}^0 + \frac{RT}{2F} \ln f_{\text{Th}^{2+}} [\text{Th}^{2+}]_s,$$

где  $f_{\text{Th}^{2+}}$  — коэффициент активности ионов  $\text{Th}^{2+}$  в расплаве. Как показали наши исследования, коэффициент активности дихлорида тория, а стало быть и ионов  $\text{Th}^{2+}$  в расплавленных смесях с хлоридами щелочных металлов мало меняется с концентрацией вплоть до чистой соли. Поэтому без большой ошибки можно положить

$$\varphi = E_{\text{Th}/\text{Th}^{2+}}^0 + \frac{RT}{2F} \ln [\text{Th}^{2+}]_s.$$

Подставляя сюда выражение  $[\text{Th}^{2+}]_s$  через диффузионный ток  $i$ , получаем

$$\varphi = \text{const} + \frac{2,3 RT}{2F} \lg i,$$

где

$$\text{const} = E_{\text{Th}_0/\text{Th}^{2+}}^0 + \frac{2,3 RT}{2F} \lg \frac{\delta}{2FD_{\text{Th}^{2+}}}.$$

С повышением температуры поляризационные кривые смещаются в сторону более положительных потенциалов, так как входящая в константу величина  $E^0\text{Th}/\text{Th}^{2+}$  имеет большой положительный температурный коэффициент ( $\sim 1,0 \cdot 10^{-3}$  в/град).

Выше  $1 \text{ а/см}^2$  при  $710^\circ$  и выше  $1,5 \text{ а/см}^2$  при  $815^\circ$  анодный потенциал достигнув, соответственно, величин  $-2,375$  в и  $-2,130$  в, начинает расти с плотностью тока значительно быстрее, чем следовало бы из выведенного нами уравнения, если предположить, что толщина диффузионного слоя остается неизменной при возрастании концентрации ионов тория в прианодном слое электролита. В действительности, как показывает опыт, это предположение оправдывается лишь при относительно невысоких концентрациях, верхний предел которых можно оценить из экспериментальных данных.

Ранее нами была найдена зависимость равновесного потенциала ториевого электрода на молибденовом токоподводе относительно хлорного электрода (включающая термоэлектродвижущую силу между молибденом и углем) от температуры и мольно-долевой концентрации ионов  $\text{Th}^{2+}$  в расплавленной эквимольной смеси хлоридов натрия и калия. Она выражается уравнением:

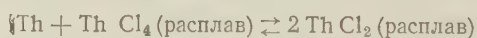
$$E = -3,199 + 10,60 \cdot 10^{-4} T + 0,992 \cdot 10^{-4} T \lg [\text{Th}^{2+}].$$

По этому уравнению можно рассчитать предельную мольно-долевую концентрацию ионов тория в прианодном слое электролита, при которой еще соблюдается линейная зависимость потенциала от логарифма плотности тока. Она получается равной  $5,81 \cdot 10^{-3}$  при  $710^\circ$  и  $3,59 \cdot 10^{-3}$  при  $815^\circ$ .

По-видимому, в области более высоких концентраций толщина диффузионного слоя перестает быть постоянной величиной и начинает быстро увеличиваться с плотностью тока, а это в свою очередь приводит к уменьшению скорости диффузии, т. е. к увеличению концентрации ионов тория в приэлектродном слое электролита и соответствующему возрастанию анодного потенциала.

Когда концентрация хлорида тория в прианодном слое расплава приближается к 100%, потенциал анода достигает величины, очень близкой к равновесному потенциалу тория в расплаве его хлорида, равному  $-2,204$  в при  $710^\circ$  и  $-2,089$  в при  $815^\circ$ .

Таким образом, при электролизе смешанных хлоридных расплавов с молибденным ториевым анодом в электролит переходят практически только ионы  $\text{Th}^{2+}$  даже при относительно высоких плотностях тока (порядка  $10 \text{ а/см}^2$ ). При этом наблюдается концентрационная поляризация. Иную картину мы имеем в случае электролиза расплавленного тетрахлорида тория, который обладает в основном анионной проводимостью. Здесь уже при относительно небольших анодных плотностях тока ( $\sim 0,1 \text{ а/см}^2$ ) подавляется реакция восстановления:



и растворение металла идет за счет образования ионов  $\text{Th}^{4+}$  без заметной поляризации. Это явление было использовано нами в одной из работ для определения напряжения разложения расплавленного тетрахлорида тория<sup>(3)</sup>.

\* Уральский филиал  
Академии наук СССР

Поступило  
13 III 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> М. В. Смирнов, С. Ф. Пальгуев, Л. Е. Ивановский, ЖФХ, 2774 (1955). <sup>2</sup> М. В. Смирнов, Л. Д. Юшина, Изв. АН СССР, ОХН, 1956, 128. <sup>3</sup> М. В. Смирнов, Л. Е. Ивановский, ЖФХ, 31, 140 (1957).

И. Л. ЭТТИНГЕР

## ИЗМЕНЕНИЕ СОРБЦИОННЫХ СВОЙСТВ В ГЕНЕТИЧЕСКИХ РЯДАХ ИСКОПАЕМЫХ УГЛЕЙ

(Представлено академиком А. А. Скочинским 19 III 1957)

Большинство угольных пластов насыщено газом. В установлении равновесия между углем и газом велика роль сорбционных сил, которые заставляют газ концентрироваться на поверхности угля. Во время процессов образования угольного вещества, протекавших в различных месторождениях неодинаково, изменялась сорбционная активность ископаемых углей. При этом изменялись характер связи между углем и газом и газонасыщенность угольных пластов, т. е. потенциальные факторы, определяющие выделение в шахтах. Поэтому установление закономерностей, связывающих изменения сорбционных свойств с происхождением каменных углей и их метаморфизмом, представляется весьма важным.

Нами были изучены около 250 образцов из наиболее важных угольных бассейнов СССР. Для всех исследованных углей был выполнен технический анализ и определена сорбционная емкость по метану при температуре  $30^\circ$  и давлении 1 атм. Метод определения сорбционной метаноемкости описан ранее <sup>(1)</sup>. Связь между величиной сорбционной емкости изученных углей и выходом летучих веществ изображена на рис. 1 (для  $\text{CН}_4$ ) и рис. 2 (для  $\text{CO}_2$ ).

Генетические процессы в ископаемых углях развиваются в различных направлениях, взаимно накладываясь друг на друга; так же изменяются сорбционные свойства углей. Все это вместе и создает большую разбросанность экспериментальных данных. Однако в генетическом ряду, упорядоченном по выходу летучих веществ, удается для изменения сорбционных свойств ископаемых углей наметить два основных направления.

Первое из них было намечено Коппенсом <sup>(1)</sup>, установившим, что сорбционная метаноемкость каменных углей возрастает с уменьшением выхода летучих веществ. Наши работы <sup>(3)</sup> подтвердили эту закономерность. Увеличение сорбционной емкости ископаемых углей, сопровождающее их метаморфизм, можно представить себе как их природную активацию. Известно, что технологическое превращение каменного или древесного угля в активный уголь достигается при помощи прокаливания, причем свойства активного угля определяются природой сырья, неорганическими веществами, которыми пропитывают уголь, продолжительностью и степенью обугливания, составом газа, в атмосфере которого производится обугливание и т. д.

Многие из этих факторов имеют аналогию в природных процессах. После стадии накопления органических остатков, когда имелись условия для осаживания совместно с ними и неорганических веществ, наступает фоссилизация прекращением доступа свободного кислорода из атмосферы. В газовой фазе появляются более или менее сильные активаторы угля ( $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{CН}_4$ ,  $\text{CO}_2$ ). В следующих стадиях диагенеза и метаморфизма на погребенное ископаемое действуют повышенные температуры, что аналогично, до известной степени, искусственному обгару активированного угля. В основе генетического ряда ископаемых углей лежит степень молекулярной ассоциа-



ции, вызванной метаморфизмом, а различия в исходном материале и первичных изменениях этого материала затушевываются последующими изменениями.

Сорбционные свойства ископаемых углей связаны с дисперсной структурой углей и с особенностями вещества в поверхностных слоях. Поверхностные явления вызываются очень небольшой долей вещества, находящейся в слоях раздела, причем они чрезвычайно зависимы от внешних воздействий. Поэтому наиболее чувствительными являются методы изучения свойств углей, связанные с поверхностными явлениями. Угли, имеющие весьма близкий химический состав, могут значительно отличаться друг от друга по своей сорбционной способности. В процессе метаморфизма сорбционно неактивные угли (марки Г) становятся высоко активными (антрациты). Природная активация углей, определяющая их газоемкость, связа-

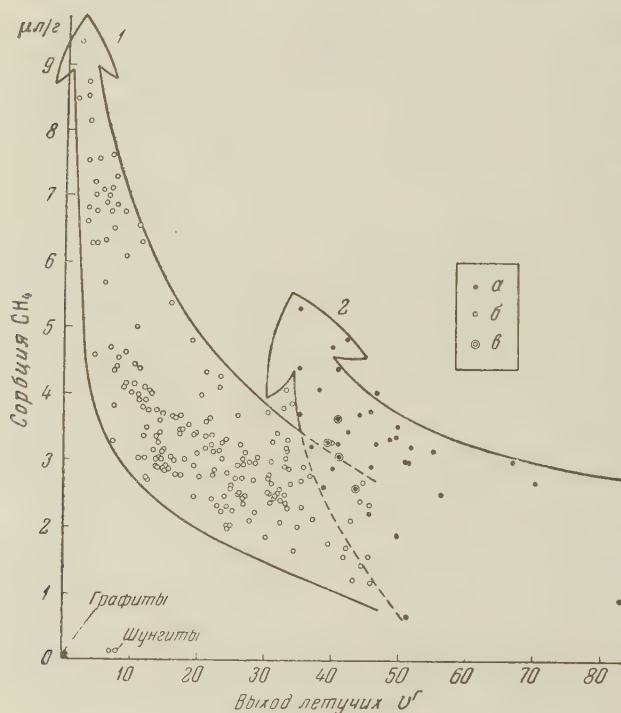


Рис. 1. Зависимость сорбции метана ископаемыми углями от выхода летучих ( $p = 760$  мм рт. ст.,  $t = 30^\circ$ ). а — угли с положительной щелочной реакцией, б — угли с отрицательной щелочной реакцией, в — длиннопламенные угли

на сорбционной активности с молекулярной упорядоченностью, либо оно имеет место независимо или даже вопреки росту этой упорядоченности. При рентгеновском исследовании углей кроме упорядоченной структуры была обнаружена также и неупорядоченная, дающая диффузный фон на дебаеграммах. Было предположено <sup>(5)</sup>, что неупорядоченная часть структуры ископаемых углей связана с графитоподобной решеткой как физическими (адсорбция), так и химическими силами (хемсорбция). При метаморфических процессах эта часть угольного вещества удаляется из угля в виде так называемых «летучих веществ». Очевидно, что сорбционную емкость определяет не только величина поверхности, но и ее доступность, которая возрастает с удалением из угля веществ, ранее занимавших эту поверхность. Поверхность угля освобождается и ее сорбционная газоемкость при этом повышается. При дальнейшем развитии метаморфизма (после анацитов) наблюдается

зана в основном с изменением величины и характера пористости углей. Результатируют направление процесса изменения пористости метаморфическом угольном ряду обозначено на рис. 1 и 2 цифрой 1.

С ростом метаморфизма каменных углей в их дебаеграммах замечается увеличение резкости и сужение интерференционных полос, приближающее молекулярную упорядоченность этих углей к наивысшей степени — к кристаллической решетке графитической решетки графита <sup>(4)</sup>. В процессе метаморфизма угольное вещество упорядочивается в виде гексагональных сеток ароматического характера, а помимо из боковых цепей и групп алифатического строения уменьшается. Весьма важным является вопрос о том, связан ли увеличение сорб-



резкий качественный скачок. У крайних представителей метаморфического ряда — шунгитов и графитов — почти полностью теряются боковые цепи. Создание молекулярного порядка кристаллического типа сопровождается падением сорбционной активности почти до нуля.

Таким образом, основное направление изменения сорбционных свойств каменных углей в метаморфическом процессе есть создание такой суммарной пористости, которая приближает природные угли к искусственно активированным. Вопрос об исходном материале каменных углей в этих изменениях имеет подчиненное значение. Это объясняется тем, что каменные угли не образуются непосредственно из органических остатков и даже не из продуктов их распада, а являются результатом биохимических процессов, осуществляемых микробами. На биохимическими процессами следуют коллоидные процессы уплотнения, дегидратации, минерализации, гидрофобизации и т. д. Все перечисленное настолько изменяет исходный материал каменных углей, что его влияние на сорбционные свойства углей становится минимальным.

На рис. 1 и 2 поле точек, объединяющее бурые и длиннопламенные угли и обозначенное цифрой 2, имеет другое направление изменения сорбционных свойств. Заметное увеличение сорбционной активности у углей с выходом летучих веществ около 35—40% невозможно объяснить лишь разбросом экспериментальных данных.

Для выделения бурых углей была применена реакция появления окраски при кипячении угля с 1% раствором едкой щелочи. В поле точек 2 кроме бурых углей имеются и длиннопламенные, также характеризующиеся положительной реакцией со щелочью и нарастанием сорбционной активности образцов с выходом летучих веществ около 35—40%. Образцы длиннопламенных углей по этим признакам совпадают с бурыми углями, составляющими основную массу углей поля 2.

При изучении сорбции паров метилового спирта (6) угли поля точек 2 еще более резко отличались от других. Характерным для них является несовпадение сорбционной и десорбционной ветвей почти на всем интервале относительных давлений метилового спирта. Последующие адсорбционные и десорбционные циклы также не дают обратимых участков изотерм. Это указывает на нежесткость скелета угольного сорбента (7) и возможность проникновения паров метилового спирта в сорбент путем растворения. Угли, являющиеся нежесткими по отношению к парам метилового спирта,

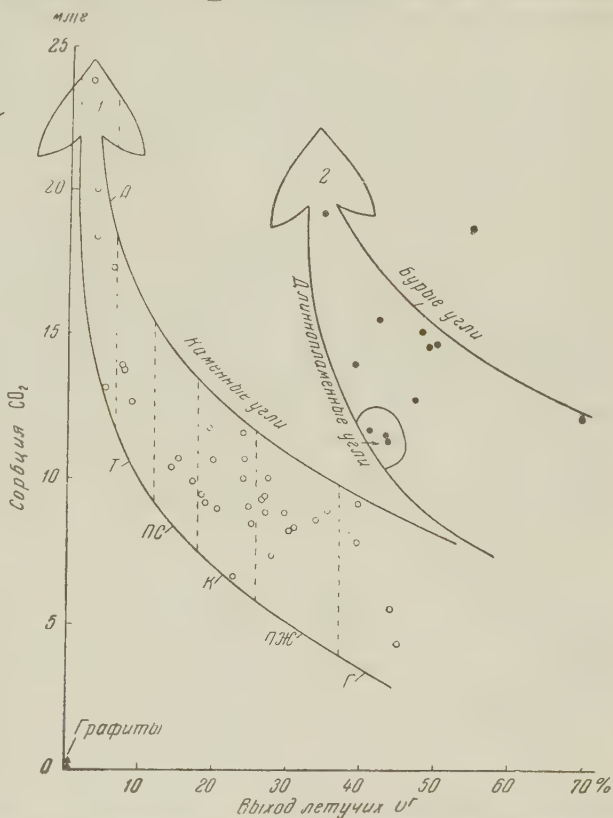


Рис. 2. Зависимость сорбции углекислого газа ископаемыми углями от выхода летучих ( $p = 760$  мм рт. ст.,  $t = 30^\circ$ )

обладают также и нежесткостью по отношению к метану и кроме обычного процесса поверхностной адсорбции для таких углей наблюдается объемное растворение метана.

Тот факт, что в поле точек 2 нарастание сорбционной активности идет независимо и параллельно основному направлению 1, совпадает с тем, что ряды молекулярной ассоциации подмосковных и среднеазиатских бурых углей идут параллельно ряду каменных углей, благодаря наложению фактора подземного окисления. Если определяющим в сорбционном процессе бурых и длиннопламенных углей является адсорбция, то природная активность для них должна определяться, в основном, изменениями химического состава.

Однако наличие двух направлений на диаграмме «выход летучих — сорбционная емкость» не объясняет большого разброса экспериментальных данных. Последнее можно объяснить лишь тем, что кроме природных факторов активизирующих уголь, имеются еще и факторы, дезактивирующие его.

Поступило  
19 III 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> И. Л. Эттингер, Изв. АН СССР, ОТН, № 7 (1949). <sup>2</sup> L. Correns, Ann. des Mines de Belgique, 35, № 1 (1934). <sup>3</sup> И. Л. Эттингер, Изв. АН СССР, ОТН, № 3 (1952). <sup>4</sup> В. И. Касаточкин, ДАН, 86, № 4 (1952). <sup>5</sup> C. G. Sapp, J. Inst. Fuel., 16, № 87 (1942). <sup>6</sup> В. В. Ходот, М. Ф. Яновская, Изв. АН СССР, ОТН, № 4 (1951). <sup>7</sup> А. В. Киселев, И. В. Смирнова, ЖФХ, 23, № 1 (1949).

А. Н. БЕЛОЗЕРСКИЙ и И. Б. НАУМОВА

О ПОЛИСАХАРИДНЫХ ФРАКЦИЯХ  
ACTINOMYCES GLOBISPORUS STREPTOMYCINI KRAS

(Представлено академиком А. И. Опариным 15 VI 1957)

До сих пор в литературе нет каких-либо определенных сведений относительно наличия в актиномицетах, и в частности в *Act. globisporus streptomycini*, углеводов полисахаридного типа. В некоторых работах указывается на отсутствие в актиномицетах хитина и целлюлозы (<sup>1,2</sup>). Биффи и др. (<sup>3</sup>) не обнаружили при микроскопическом исследовании актиномицетов сколько-нибудь значительных скоплений полисахаридов. Романо и Никерсон (<sup>4</sup>) считают, что клеточная стенка *Str. fradiae* содержит в своем составе мукополисахарид наряду с белковыми веществами. Демяновской (<sup>5</sup>) при изучении *Act. globisporus streptomycini* не удалось обнаружить редуцирующих веществ после гидролиза мицелия кислотами различных концентраций.

В настоящей работе описано выделение и представлена характеристика некоторых полисахаридных фракций, обнаруженных в *Act. globisporus streptomycini* при изучении «избыточного» фосфора кислотонерастворимой фракции.

Для исследования взяли 70-часовой мицелий *Act. globisporus streptomycini*, штамм ЛС-1, выращенный в колбах на качалках (200 об/мин) при температуре 26—28° на синтетической среде, описанной Северин и Горюхой (<sup>6</sup>). Посевным материалом служил двухсуточный мицелий, полученный на соевой среде с глюкозой. Мицелий отделяли от среды центрифугированием, промывали 3—4 раза водопроводной водой, затем спиртом и эфиром и, наконец, сушили в вакуум-экссикаторе.

В мицелии и полученных из него препаратах определяли: азот — по микрокьюлдалю, фосфор — по Фиске — Суббароу, сахара — по Хагедорн — Иенсену, гексозамин — по Эльсону и Моргану в модификации Гладышева (<sup>7</sup>) и нуклеиновые кислоты — спектрофотометрически. Фракционный анализ фосфорных соединений проводили по методу Шмидта и Тангаузера (<sup>8</sup>).

Таблица 1

Общий фосфор	Общий азот	Фосфор кислоторастворимой фракции				Фосфор кислотонерастворимой фракции			Нуклеиновые кислоты		«Избыточный» фосфор кислотонерастворимой фракции *
		общий	минеральный	7 мин.	1 час	общий	минеральный	«нуклеиновых кислот»	по фосфору	по спектрофотометрическому определению	
2,3	10,8	0,514	0,379	0,02	0,01	1,70	0,015	1,63	16,8	6,4	44,0

\* В процентах от общего фосфора.

В табл. 1 представлено количественное содержание фосфора в различных фракциях, полученных из мицелия, выраженное в процентах на сухой вес мицелия.



Из данных, представленных в табл. 1, следует, что свыше 70% фосфора имеющегося в мицелии, относится за счет фосфора кислотонерастворимой фракции. Фосфор кислоторастворимой фракции в значительной мере представлен ортофосфатом. Расчет нуклеиновых кислот по фосфору кислоторастворимой фракции дает величину, почти в три раза превышающую количество нуклеиновых кислот, определенное спектрофотометрическим методом. Это указывает на то, что в кислотонерастворимой фракции содержатся другие фосфорные соединения, не нуклеиновой природы, причем количество этого «избыточного» фосфора было довольно велико (44% от общего содержания фосфора в мицелии). Нам представлялось интересным выяснить природу фосфорсодержащих соединений, обуславливающих наличие «избыточного» фосфора в кислотонерастворимой фракции. Этот фосфор не может быть фосфором полифосфатов, так как после обработки кислотонерастворимой фракции горячей 5% трихлоруксусной кислотой были обнаружены в экстракте только следы минерального фосфата<sup>(9)</sup>. Точно так же исключается возможность наличия здесь сколько-нибудь значительных количеств фосфопротеидов, ибо при обработке щелочью по Шмидту и Тангаузеру не удалось отщепления ортофосфата. При обработке кислотонерастворимой фракции по Митчелу и Мойлю<sup>(10)</sup> с последующим хроматографированием на бумаге мы не могли обнаружить фитина и глицерофосфата.

Однако в результате ряда экспериментов нам удалось выделить почти весь «избыточный» фосфор в соответствующих фракциях в связи с полисахаридами. В окончательном виде метод выделения этих фракций сводится к следующему: 17 г сухого мицелия дважды обрабатывали на холоду 5% трихлоруксусной кислотой для извлечения кислоторастворимых фосфорных соединений. Остаток промывали три раза водой и спиртом, и затем липидный фосфор двукратно извлекали смесью хлороформа и спирта (3:1) по два часа при 65—67°. Оставшуюся массу мицелия промывали эфиром и высушивали в вакуум-эксикаторе. Нуклеопротеиды и нуклеиновые кислоты извлекали путем многократного экстрагирования сухой массы (5—6-кратное по 300 мл каждый раз в течение 30—40 мин.) 0,2% NaOH на холоду с последующим центрифугированием. В эти экстракты переходило не более 1/4 «избыточного» фосфора, имевшегося в исходном материале. Основная же часть этого фосфора оставалась в остатке и переходила в раствор при обработке остатка 1N КОН при 37° в течение 16 час. Щелочной раствор, содержащий «избыточный» фосфор, нейтрализовали HClO<sub>4</sub> и общую концентрацию кислоты доводили до 3—3,5% для осаждения ДНК. В осадке, содержащем ДНК, определяли общее количество фосфора, которое соответствовало фосфору ДНК, определенному спектрофотометрически. Таким образом, весь «избыточный» фосфор оказался в растворе. Последний (около 450 мл) после удаления ДНК и KClO<sub>4</sub>, нейтрализовали до pH 8 добавлением NaOH. К раствору приливали два объема крепкого спирта, тщательно перемешивали и оставляли на ночь в холодильнике. Выпавший осадок центрифугировали, промывали сначала 60% спиртом, затем крепким спиртом, эфиром и сушили в вакуум-эксикаторе. Таким образом, была получена I фракция. Центрифугат после удаления I фракции упаривали в вакууме до 100 мл и добавляли 8 объемов крепкого спирта. Образовавшийся вязкий, прилипающий к стенкам осадок после стояния в течение ночи в холодильнике отделяли центрифугированием, промывали спиртом, затем ацетоном и сушили в вакуум-эксикаторе. Этим путем была получена II фракция. В оставшемся растворе после удаления указанных двух фракций было обнаружено лишь небольшое количество «избыточного» фосфора. Таким образом, почти весь «избыточный» фосфор, имевшийся в кислотонерастворимой фракции, оказался в полученных двух фракциях. Обе эти фракции подвергали очистке путем многократного перерастворения в слабой HCl и переосаждения спиртом. В табл. 2 представлены данные, характеризующие оба выделенных препарата; аналитические показатели выражены в процентах на сухой и обеззоленный вес исследуемого препарата.



Обе фракции давали следующие положительные реакции на углеводы: полиша, с антроном, триптофаном и карбазолом.

Таблица 2

Фракции	Фосфор	Азот	РНК	Сахара	Гексоз-амин	Зола	Выход в % от исходного мицелия
I фракция							
неочищенная	3,9	0,27	0,1	11,4	1,0	36,0	3,9
очищенная	8,5	0,68	—	33,4	—	23,0	1,5
II фракция							
неочищенная	4,0	1,4	0,2	8,8	2,5	34,0	4,3
очищенная	8,6	2,13	—	15,3	5,1	34,0	1,4

Из данных, представленных в табл. 2, со всей очевидностью вышло, что полученные нами препараты содержали в своем составе полисахариды. Содержащийся в них азот, видимо, в значительной степени, должен быть отнесен к азоту аминсахаров. Что же касается фосфора, содержащегося в этих фракциях в довольно значительном количестве, то он никоим образом не может быть отнесенным к фосфору нуклеиновых кислот, так как последние в препаратах почти полностью отсутствуют.

Следует отметить, что фосфор обеих фракций является трудногидролизуемым фосфором, и он полностью минерализовался только после 5-часового гидролиза с  $12N$   $H_2SO_4$ . При действии на эти фракции специфической фосфомоноэстеразы, полученной из простаты человека, в ацетатном буфере при pH 5,5 отщеплялось 40% фосфора из I фракции и около 60% фосфора — из II фракции. Примерно те же количества фосфора отщеплялись при гидролизе препаратов более сильными кислотами. Эти данные могут указывать на то, что половина фосфора находилась в препаратах в виде фосфомоноэфирной связи, в то время как другая половина его была связана более прочно.

Для изучения качественного и количественного состава углеводов в полученных полисахаридных фракциях мы использовали метод количественной хроматографии на бумаге Баара в модификации Зайцевой (11).

Из хроматограммы (рис. 1) следует, что очищенные полисахариды I и II фракций различаются своим составом. Если в первом из них найдены галактоза, глюкоза, арабиноза, манноза и ксилоза, то во втором — только глюкоза, манноза и ксилоза. Что касается присутствия рибозы в полисахаридах II фракции, то весьма вероятно, что происхождение ее связано с наличием здесь небольших количеств РНК. Полученное смешанное пятно (3 +

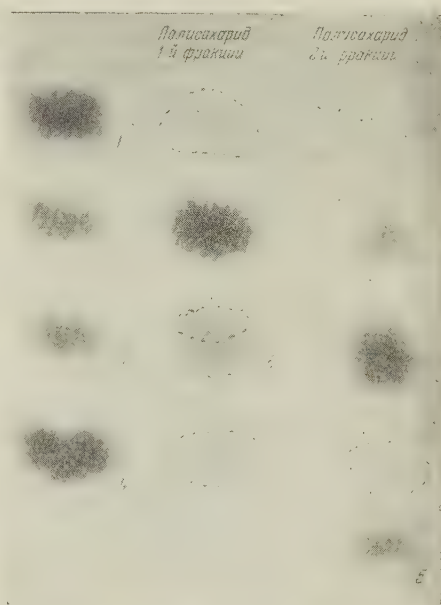


Рис. 1. Хроматограмма полисахаридных фракций *Actinomyces globisporus streptomycini* Kras. 1 — галактоза, 2 — глюкоза, 3 — манноза, 4 — ксилоза, 5 — рибоза, 6 — арабиноза

+ 6) в полисахариде I фракции было разделено в системе других растворов (11) на арабинозу и маннозу.

Из хроматограммы также следует, что одноименные сахара в этих полисахаридах сильно различаются и в количественном отношении. Последнее отчетливо видно из данных по количественному определению отдельных сахаров в расчете на общую редуцирующую способность полисахаридных фракций, представленных в табл. 3.

Таблица 3

Сахар	В % от общ. редуцирующей способности		В % от навески полисахарида	
	I фракция	II фракция	I фракция	II фракция
Глюкоза	76,0	29,6	25,4	4,5
Манноза	мало	72,0	мало	11,0
Галактоза	7,5	нет	2,5	нет

а в другом — маннозы. Обнаружение особого полисахарида, состоящего в своей значительной части из маннозы, представляет, как нам кажется, интерес, так как это может указывать на наличие у данного организма обмена маннозного типа, что в свою очередь возможно связано с образованием в определенных условиях маннозидострептомицина. Что касается наличия фосфора в обнаруженных нами полисахаридах, то вопрос об этом в природе должен быть решен особо.

Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова

Поступило  
13 VI 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> R. Avery, F. Blank, *Canad. J. Microbiol.*, **1**, 140 (1954).
- <sup>2</sup> A. Rippe, P. Wilter, *Arch. f. Mikrobiol.*, **5**, 24 (1934).
- <sup>3</sup> G. Biffi, G. Boretto, A. Di Marco, P. Penello, *Appl. Microbiol.*, **2**, 288 (1954).
- <sup>4</sup> A. Roman, W. Nickerson, *J. Bacteriol.*, **72**, 478 (1956).
- <sup>5</sup> А. А. Прокофьев, Бельговская, Н. С. Демяновская, *Микробиология*, **26**, 22 (1957).
- <sup>6</sup> В. А. Северин, С. В. Горская, *Антибиотики*, **2**, 26 (1957).
- <sup>7</sup> Б. Н. Галдышев, *Биохимия*, **21**, 227 (1956).
- <sup>8</sup> А. Н. Белозерский, Н. И. Проскураков, *Практическое руководство по биохимии растений*, 1951.
- <sup>9</sup> А. Н. Белозерский, И. С. Кулаев, *Биохимия*, **22**, 29 (1957).
- <sup>10</sup> P. Mitchell, I. Moy, *J. Gen. Microbiol.*, **5**, 966 (1951).
- <sup>11</sup> Г. Н. Зайцева, Т. П. Афанасьева, *Биохимия*, **22**, в. 6 (1957).

Н. И. ДАЛЕНКО и В. Л. КРЕТОВИЧ

## О НЕПОСРЕДСТВЕННОМ ВОЗДЕЙСТВИИ ВОССТАНОВИТЕЛЕЙ НА БЕЛКИ КЛЕЙКОВИНЫ

(Представлено академиком А. И. Опариным 21 V 1957)

Общеизвестно, что восстанавливающие вещества, особенно сульфгидрильные соединения, оказывают «расслабляющее» действие на клейковину. Однако по вопросу о сущности действия этих веществ нет единого мнения.

Начиная с 1935 г. Х. Йёргенсенom был проведен ряд исследований, посвященных механизму действия так называемых «хлебопекарных улучшителей» (1). Йёргенсен развил представление о том, что сульфгидрильные соединения активируют латентные протеиназы муки, в результате чего усиливается протеолиз и происходит «расслабление» клейковины и теста. Это представление получило широкое распространение, причем рядом работ было экспериментально подтверждено активирование протеаз муки сульфгидрильными соединениями (2,3).

Однако еще в 1938 г. Форд и Майден (4), изучавшие с помощью фаринографа действие глютатиона на пшеничное тесто, пришли к заключению, что глютаион действует непосредственно на белки клейковины. Эта точка зрения далее экспериментально развивалась рядом исследователей (5). Пенс Олькотт (6), растворяя клейковину в 0,1 М уксусной кислоте и прогревая затем раствор при 95°, для того чтобы разрушить протеазы, подвергали затем полученный раствор действию восстановителей. При этом наблюдалось снижение вязкости раствора; на этом основании авторы заключают, что восстановители действуют непосредственно на белки клейковины. Аналогичные опыты с теми же результатами были проведены Юди (7). Однако совершенно очевидно, что растворение белка в 0,1 М уксусной кислоте и последующее прогревание раствора при 95—96° является слишком драстической процедурой, вызывающей необратимые денатурационные изменения в белке.

За последние годы работы, имевшие целью экспериментально доказать непосредственное воздействие восстановителей на белки клейковины, были проведены Р. Декеном с сотрудниками (8). В этих работах растворение лиофилизированной клейковины достигалось при 0° доведением рН до 11 в присутствии восстановителей. Однако и при этих условиях не исключена возможность необратимого расщепления белков под действием столь щелочной среды. Особенно легко при этом могут подвергаться необратимым изменениям серусодержащие аминокислоты.

С целью экспериментального исследования вопроса о воздействии восстановителей непосредственно на белки клейковины нами была предпринята настоящая работа.

В качестве показателей, характеризующих физические свойства клейковины, мы пользовались ее растворимостью в воде и фосфатном буфере пластическими свойствами, определяемыми в пластометре АВ.

Влияние восстановителей на эти показатели исследовалось нами при 0°, когда действие протеолитических ферментов исключено.

Клейковина отмывалась из товарной муки высшего сорта, т. е. была хорошего качества. Отмывание проводилось холодной дистиллированной



водой с температурой 0—2°. Тотчас же после отмывания клейковина подвигалась лиофилизации. Сухая клейковина растиралась в ступке и просеивалась через шелковое сито № 32. Сухая клейковина содержала 15,18 азота, т. е. 86,36% белка ( $N \times 5,7$ ).

Таблица 1

Изменение качества лиофилизированной клейковины под влиянием восстановителей при температуре 0°

Добавка	Концентрация восстановителя	Показания пластометра			
		через 1 час	через 2 часа	через 3 часа	через 4 часа
Вода		0'44"	1'08"	1'25"	1'30"
Вода + цистеин	0,1		определить нельзя		
	0,01		определить нельзя		
	0,001	0'45"	0'30"	0'23"	определить нельзя
Вода + аскорбиновая кислота	0,1	0'20"	0'50"	0'51"	1'02"
	0,01	0'42"	0'57"	1'20"	1'21"
	0,001	1'19"	1'27"	1'25"	1'26"

0° и хорошо перемешивалась через каждые 15 мин. Затем суспензия отфильтровывалась через сухой складчатый фильтр.

В табл. 1 приведены результаты опытов по влиянию цистеина и аскорбиновой кислоты на физические свойства лиофилизированной клейковины.

Из данных табл. 1 очевидно, что при добавлении 0,1—0,001 М цистеина при 0°, когда действие протеолитических ферментов исключен, определить качество клейковины не представляется возможным — это связано с тем, что она очень быстро превращается в сметанообразную массу. Только при очень малой концентрации цистеина (0,001 М) удалось определить ее качество. Вместе с тем, из данных табл. 1 видно, что все образцы клейковины, кроме тех, к которым добавлялся цистеин, пристоянии «укреплялись».

Таким образом, совершенно ясно, что цистеин оказывает непосредственное действие на белки клейковины, вызывая глубокое изменение ее физических свойств.

Специальный опыт был поставлен для выяснения действия цистеина на клейковину при различной реакции среды. Цистеин, растворенный в воде или фосфатном буфере, был взят в концентрации 0,01 М. Охлажденные на льду растворы добавлялись к стоящей в холодильнике сухой клейковине, хорошо перемешивались стеклянной палочкой, и через 1 час стояния в холодильнике качество клейковины определялось в пластометре.

Полученные данные представлены в табл. 2.

Таким образом, при добавлении цистеина, независимо от реакции среды, клейковина полностью теряла свои упругие свойства, превращаясь

Опыты проводились навесками сухой клейковины по 100 мл и по 10 мл растворителя (1:100). В качестве растворителей не менялись: дистиллированная вода (рН 6,0) или фосфатный буфер. Восстанавливающие вещества добавлялись из расчета конечной концентрации 0,01 М. Цистеин применялся свободный. Аскорбиновая кислота доводилась до соответствующего рН добавлением  $\text{NaHCO}_3$ . Клейковина в течение всего опыта (1,5 ч) стояла в холодильнике.

Таблица 2

Изменение качества клейковины в зависимости от реакции среды и добавок цистеина при температуре 0°

Добавки	рН	Показания пластометра			
		через 1 час	через 2 часа	через 3 часа	через 4 часа
Вода	6,0	0'42"	0'59"	1'26"	2'00"
Вода + цистеин	6,0	0'03"	определить нельзя		
Фосф. буфер	5,0	0'56"	1'18"	1'51"	2'10"
Фосф. буфер + цистеин	5,0	0'05"	определить нельзя		
Фосф. буфер	6,0	0'47"	1'09"	1'37"	2'00"
Фосф. буфер + цистеин	6,0	0'05"	определить нельзя		
Фосф. буфер	8,0	3'35"	3'45"	3,56"	3'56"
Фосф. буфер + цистеин	8,0	0'03"	определить нельзя		



лейкую массу, тогда как без цистеина она постепенно укреплялась, особенно в щелочной среде. По этой же схеме при 0° были поставлены опыты с иофилизированной клейковиной, в которых об изменении белков клейковины судили по изменению ее растворимости, выраженной количеством обесцвеченного азота, перешедшего в раствор. В этих опытах клейковина, замешанная в воде или фосфатном буфере, выдерживалась в холодильнике 1,5 часа и при перемешивании через каждые 15 мин.

Таблица 3

Растворимость клейковины в зависимости от реакции среды и добавок цистеина при температуре 0°

Добавка	pH	Растворимый азот	
		В % к общему	Разница под влиянием добавки
фосф. + буфер	5,0	6,3	
фосф. буфер + цистеин	5,0	16,9	+10,6
фосф. буфер	6,0	6,3	
фосф. буфер + цистеин	6,0	14,3	+ 8,0
фосф. буфер	8,0	5,7	
фосф. буфер + цистеин	8,0	17,0	+11,3

Таблица 4

Растворимость клейковины в присутствии цистеина бромата и бромидов калия

Добавка	Растворимый азот	
	В % к общему	Разница под влиянием добавки
Вода	9,3	
Вода + KBr	8,7	— 0,6
KBrO <sub>3</sub>	12,7	+ 3,4
Вода + цистеин	34,9	+25,6
Вода + цистеин + KBr	27,5	+18,2
Вода + цистеин + KBrO <sub>3</sub>	55,7	+46,4

Из данных, приведенных в табл. 3, очевидно, что при 0° цистеин заметно повышает растворимость клейковины. Согласно гипотезе Йёргенсена, так называемые «хлебопекарные улучшители», например KBrO<sub>3</sub> и KJO<sub>3</sub>, резко замедляют действие в тесте протеолитических ферментов, окисляя активирующий их глутатион и тем самым предотвращая разжижение клейковины. С целью проверки этого предположения был поставлен опыт с добавлением бромата одновременно с цистеином. В параллельном опыте вместе с KBrO<sub>3</sub> вносилось эквивалентное количество KBr. Соли были в концентрации 0,01 М. Результаты опыта, проведенного при продолжительности 1,5 часа, представлены в табл. 4.

Из данных табл. 4 видно, что при совместном действии цистеина и бромата особенно резко повышается количество перешедшего в раствор азота. Этот факт был нами многократно проверен в ряде опытов, давших однозначные результаты.

Таким образом, если цистеин вызывает существенную перегруппировку связей в белках клейковины, приводя к глубокому изменению ее состояния и растворимости белков, то бромат усиливает это действие цистеина, являясь в этом отношении как бы его синергистом.

Московский технологический институт  
пищевой промышленности

Поступило  
16 V 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> H. Jørgensen, Studies on the Nature of the Bromate Effect, London, 1945.
- <sup>2</sup> И. И. Проскуряков, А. А. Бундель, Биохимия хлебопечения, в. 1, 75 (Изд. АН СССР (1938)).
- <sup>3</sup> Л. Я. Ауэрман, Биохимия хлебопечения, в. 1, 109, Изд. АН СССР (1938).
- <sup>4</sup> W. P. Ford, A. M. Maiden, J. Soc. Chem. Ind., 57, № 8, 18 (1938).
- <sup>5</sup> Enzymes and their Role in Wheat Technology, ed. by J. A. Anderson, N. Y., 1946.
- <sup>6</sup> J. W. Pence, H. S. Olcott, Cereal Chem., 29, 292 (1952).
- <sup>7</sup> D. C. Udy, Cereal Chem., 30, 288 (1953).
- <sup>8</sup> R. H. De Deken, A. Mortier, M. Wiame, Biochim. et Biophys. Acta, 16, 354 (1955); R. H. De Deken, A. De Deken-Grenson, Biochim. et Biophys. Acta, 16, 566 (1955).
- <sup>9</sup> S. Goldstein, Schweiz. Landw. Monatschr., 34, 47 (1956).

1. The first part of the paper is devoted to a general discussion of the problem of the existence of solutions of the system of equations

2. The second part of the paper is devoted to a detailed study of the case of the system of equations

3. The third part of the paper is devoted to a study of the case of the system of equations

4. The fourth part of the paper is devoted to a study of the case of the system of equations

С. И. БАЛАСАНЫН

## ПРЕРЫВИСТОСТЬ ИНТРУЗИВНЫХ ИЗВЕРЖЕНИЙ И ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИСТОРИИ ТЕКТОНИЧЕСКИХ ДВИЖЕНИЙ (НА ПРИМЕРЕ АРМЕНИИ)

(Представлено академиком Д. С. Коржинским 9 XI 1956)

Динамика магматических процессов определяется тектоническими движениями. На больших глубинах земной коры магматические очаги, находясь в более или менее спокойных условиях, подвергаются дифференциации. Извержение магмы каждый раз соответствует тектоническим движениям. В промежутках между отдельными проявлениями тектонических движений в магматическом очаге продолжается процесс дифференциации, во время же тектонических движений имеет место вторжение новых порций магмы. Состав каждой внедрившейся порции магмы в значительной мере зависит от промежутка времени между отдельными проявлениями тектонических движений. Однако для интрузивных извержений одних тектонических движений недостаточно, для этого необходимо и наличие магматических очагов, возникающих в результате геохимических процессов. Известно, что даже самые интенсивные движения иногда не сопровождаются интрузивной деятельностью. Об этом свидетельствуют также пространственное размещение интрузий на определенных участках земной коры и факт неоднократного возобновления отдельных магматических очагов во времени.

Тщательное изучение интрузивных пород Армении позволило установить, что из глубинных магматических очагов внедрение магмы происходило прерывисто. Формирование интрузивных комплексов Армении связано с четырьмя тектоническими фазами: каледонской, предоксфордской, австрийской и пиренейской. В течение каждой тектонической фазы имело место несколько прерывистых интрузивных извержений, вследствие чего в определенных районах образовались полифазные интрузии и различные по составу обособленные тела в вулканогенноосадочных породах. Так, в Центральной Армении в течение пиренейской фазы из одного магматического очага интрузивное извержение происходило 10 раз, в Алавердском районе в течение австрийской фазы — 6 раз и т. д. Большинство наиболее крупных интрузий Армении являются полифазными, поэтому слагающие их главнейшие петрографические разности пород характеризуются определенным пространственным распределением внутри массивов. Например, Банушская интрузия складывается из шести последовательно внедрившихся разностей, Шамшидинская интрузия из четырех, Мегринский плутон из четырех и т. д.

Прерывистое внедрение магмы находится в причинной зависимости от тектонических движений, которые также имеют прерывистый характер. При прочих равных условиях сильные и продолжительные движения должны сопровождаться внедрением большой массы интрузивных пород, поэтому количественные соотношения последовательных дифференциатов магмы и в некоторых случаях их состав могут в грубом приближении дать представ-

ление об интенсивности и длительности имевших место тектонических движений.

Исходя из того, что породы последовательных интрузивных извержений каждого района одной и той же тектонической фазы принадлежат к одному и тому же магматическому очагу, так как они обладают общими петрохимическими особенностями и эволюция их составов характеризуется определенной направленностью — от основных к кислым, а иногда от последних к щелочным, мы составили диаграмму, показывающую последовательность

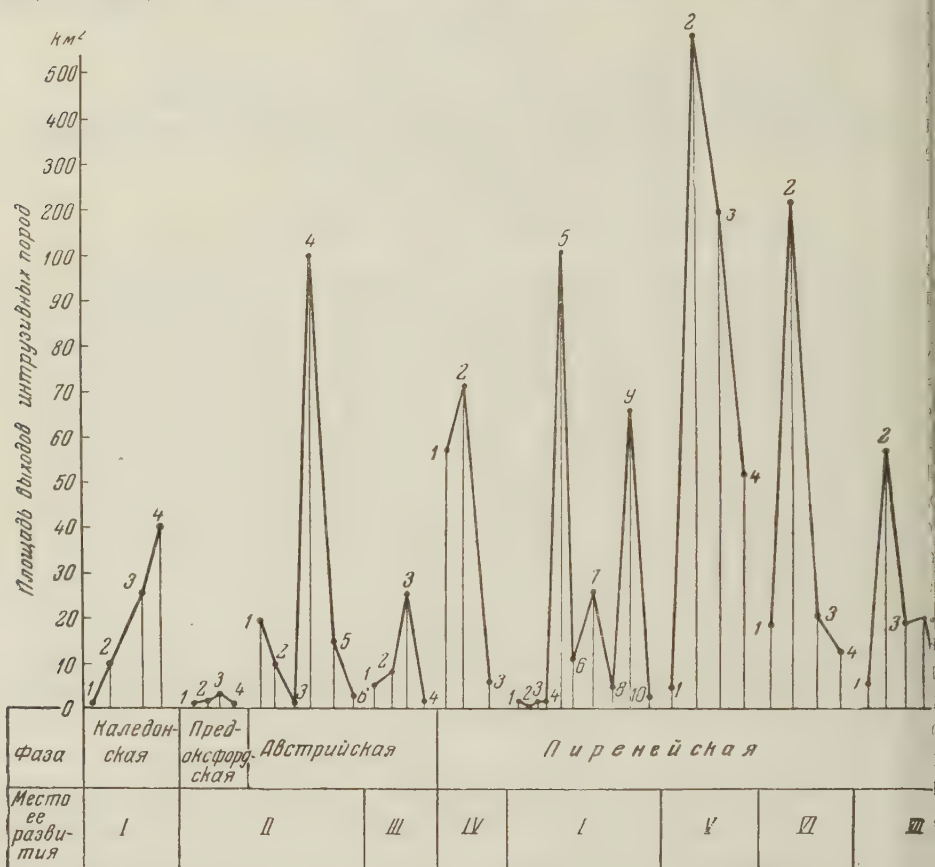


Рис. 1. Характер тектонических движений на территории Армянской части Малого Кавказа. Районы: I — Центральная Армения, II — Алаверди, III — Шамшадин, IV — Бабек, V — Мегри, VI — Баргушат, VII — Даралагяз

изменения интенсивности интрузивных извержений (по площади выходов соответствующих интрузивных пород) и тектонических движений в районе Армении. Вертикальные линии на диаграмме показывают интенсивность интрузивных извержений и тектонических движений, а число их соответствует числу извержений и проявлений каждой отдельной тектонической фазы соответствующем районе. Порядковая нумерация линий отвечает последовательности интрузивных извержений в каждом районе.

Как видно из рис. 1, интенсивность тектонических движений и связанных с ними проявлений интрузивного магматизма возрастает во времени, достигая максимума в течение пиренейской фазы в районе Мегри. В разных районах одна и та же тектоническая фаза проявлялась с различной силой. Между интенсивностью и числом проявлений тектонических движений закономерной связи не наблюдается. Например, в пиренейскую фазу наиболее интенсивные интрузивные извержения отмечались в Мегри, где число извержений от



мнилось четыремя, а в Даралагязе, где интенсивность проявления этой фазы минимальная, — пять извержений. Интенсивность австрийской фазы в Шамшадине, предоксфордской фазы в Алавердах и каледонской — в Центральной Армении совершенно различна, число проявлений тектонических движений во всех этих районах одинаково. Таким образом, прерывистый характер и продолжительность тектонических движений не зависят от их интенсивности.

Из рис. 1 видно, что каледонская фаза отличается от остальных прогрессивным увеличением силы тектонических движений во времени. Интенсивность тектонических движений остальных фаз прерывисто изменялась во времени и пространстве. Степень ломанности кривых на схеме дает представление о степени изменчивости тектонических движений. В различных районах каждая фаза имеет один максимум (наиболее сильное проявление тектонических движений), но два или даже более минимумов. Исключение составляют каледонская фаза, имеющая один минимум, и пиренейская фаза Центральной Армении, имеющая два максимума. Минимумы приурочены к началу и концу фаз, т. е. они ограничивают тектонические фазы. Это объясняется тем, что минимумы отвечают началу проявления и моменту затухания фазы тектонических движений. Максимумы предоксфордской и австрийской фаз расположены близко к концу фазы, а максимумы пиренейской фазы — к началу. Как становится ясным, пиренейская фаза после первых толчков проявилась с наибольшей силой, а затем она прерывисто затухла. В большинстве случаев сила тектонических фаз прерывисто увеличивается, доходит до своего максимума, а затем падает. Однако в Алавердах австрийская фаза проявилась сначала с достаточно большой силой, потом почти потухла, а затем вспыхнула с наибольшей силой и снова потухла. Интересен характер тектонических движений пиренейской фазы в Центральной Армении. В начале фазы тектонические движения проявлялись неоднократно с незначительной силой, потом сменились волной резких всплесков (до максимума) и затуханий, с резким затуханием к концу фазы. В Центральной Армении пиренейская фаза характеризуется также наибольшим числом тектонических проявлений. Нам кажется, что высокая степень дифференциации верхнеэоценовой магмы в Центральной Армении, достигающей до своих крайних пределов (от ультраосновных до нефелиновых сиенитов), объясняется, в частности, именно неоднократно продолжительными тектоническими движениями, которые могут каждый раз перемещать дифференцированные порции магмы в верхние горизонты из единого магматического очага.

Рассмотренный пример показывает, что при исследовании интрузивных извержений можно проследить изменение тектонических движений во времени и пространстве. Затрагиваемый вопрос имеет большое значение не только для петрогенезиса и тектогенеза, но и для рудогенеза.

Выше было отмечено, что интрузивные извержения в связи с тектоническими движениями носят прерывистый характер. Поскольку внедрение каждой порции магмы часто сопровождается образованием определенных комплексов рудных компонентов, то, по-видимому, рудообразование также имеет прерывистый характер. Видимо, во многих случаях возникновение различных рудных формаций обусловлено скорее неоднократно интрузивными извержениями, чем пульсирующей деятельностью рудоносных растворов. При выяснении соотношения различных рудных формаций нужно в первую очередь исследовать порождающие их интрузивные породы, определить количество извержений и выяснить генетическую связь различных по составу рудных формаций с различными по времени интрузивными извержениями. К сожалению, вследствие отсутствия детальных петрологических исследований полифазные интрузивные породы обычно рассматриваются как единовременные образования.

Ю. М. ВАСИЛЬЕВ и Б. К. ПРОШЛЯКОВ

## ПЕТРОГРАФИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ КАРБОНА ЮЖНО-ЭМБЕНСКОГО ПОДНЯТИЯ

(Представлено академиком Д. И. Щербаковым 28 II 1957)

В последнее время усиленно обсуждается вопрос о характере и генезисе каменноугольных отложений, вскрытых скважинами в пределах Южно-Эмбенского поднятия (<sup>1,3,7</sup>). Высказано мнение, что осадки карбона извещанного района являются типичными платформенными образованиями весьма близкими по своему составу отложениям карбона Московской синеклизы (<sup>7</sup>). Выполненные нами петрографические исследования пород карбона с Южной Эмбы дали дополнительный материал, который заставляет критически подходить к приведенному выше заключению.

Даже при беглом макроскопическом изучении известняков верхнего и среднего карбона Южно-Эмбенского поднятия обращает на себя внимание тот факт, что они являются крайне сильно перекристаллизованными и в высшей степени уплотненными. В большей части разреза, особенно его нижних горизонтах, известняки настолько уплотнены и раскристаллизованы, что свободно просвечивают в тонких изломах и по своей структуре могут быть отнесены в разряд мраморовидных известняков. Встречающиеся в толще известняков в виде тонких линз и примазок глины также весьма сильно видоизменены и почти полностью утратили свою способность к пластическим деформациям. Это, как правило, исключительно плотные с блестящей поверхностью темно-серые, черные, зеленые или фиолетовые разности, приближающиеся по своей структуре к аргиллитам.

Еще более интересный материал дает микроскопическое изучение отложений карбона Южной Эмбы и сравнение их с одновозрастными образованиями Подмосковья.

Известняки среднего карбона, взятые из Подольского карьера, являются слабо уплотненными с пористостью, соответствующей в среднем 10—20%. Поры (рис. 1) в основном изолированные, довольно крупные, преобладающий размер их 0,1—0,2 мм. Известняки Южно-Эмбенского поднятия, отобранные из различных горизонтов верхнего и среднего карбона, исключительно плотные, поры с помощью микроскопа даже при 160-кратном увеличении здесь не обнаруживаются (рис. 2).

В структуре известняков также наблюдаются существенные различия. Подольские известняки являются главным образом органогенно-шламовыми, основная масса кальцита в этих породах пелитоморфная (рис. 3 а). Мелкокристаллическими зернами выполнены лишь фаунистические остатки и отчасти наиболее плотные разности доломитизированных известняков из горизонта, известного в Подмосковье под именем подольского мрамора. В последнем на фоне пелитоморфного кальцита в количестве до 20% присутствуют зонарные кристаллики доломита (рис. 3 б) правильной ромбической формы, размером до 0,1 мм, в центре которых имеются сгустки пелитоморфного кальцита. Структура доломитизированных известняков порфириобластическая.

Известняки с Южной Эмбы имеют мозаичную структуру, по величине зерен (0,08—0,25 мм) они могут быть названы среднекристаллическими



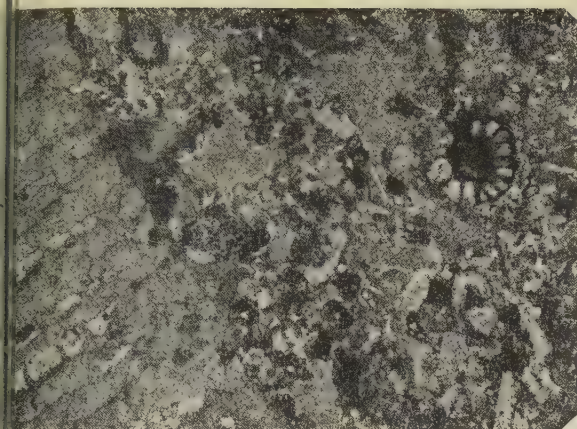


Рис. 1

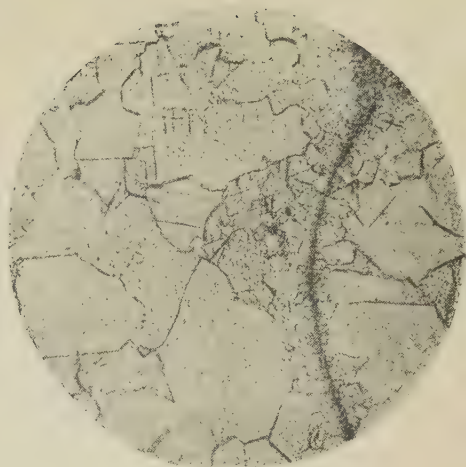
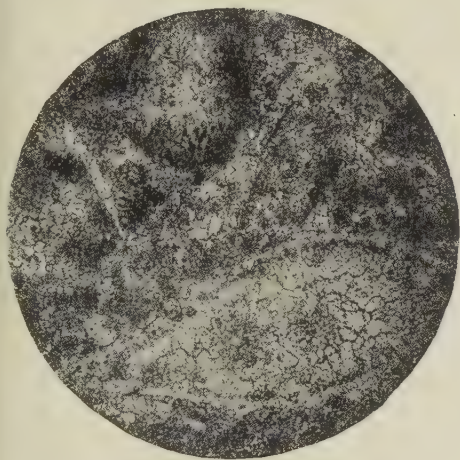
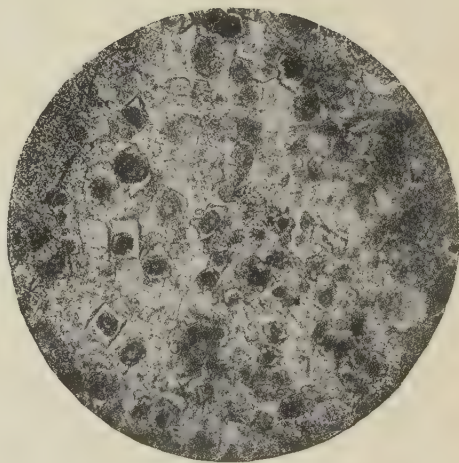


Рис. 2



*a*



*б*

Рис. 3

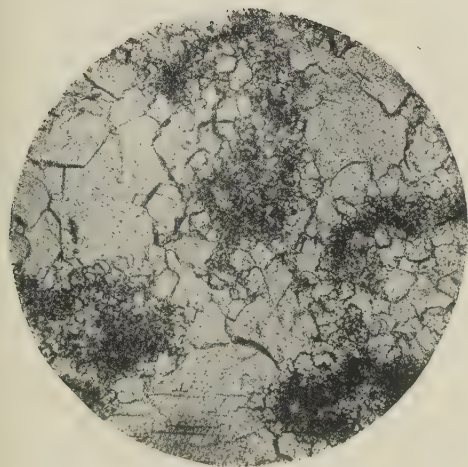


Рис. 4

Рис. 1. Известняк из Подольского карьера (Московская область) — подольский горизонт среднего карбона. Хорошо видны поры и фаунистические остатки (белое — поры). В проходящем свете; 20 × (белое — поры)

Рис. 2. Мраморовидный известняк с Южно-Эмбенского поднятия — подольский горизонт среднего карбона (скважина № 3, интервал 2408—2413 м). Структура среднекристаллическая, поры отсутствуют, фаунистических остатков нет. 70 ×

Рис. 3. *a* — Известняк из Подмосковья — мячковский горизонт среднего карбона. Структура пелитоморфная, видны обильные фаунистические остатки. 70 ×. *б* — Доломитизированный известняк из Подольского карьера — подольский горизонт среднего карбона. Структура порфиروбластическая. 70 ×

Рис. 4. Мраморовидный известняк с Южно-Эмбенского поднятия — мячковский горизонт среднего карбона (скважина № 3, интервал 2293—2395 м). Мозаичная среднекристаллическая структура с реликтами пелитоморфной и скрытокристаллической структуры и неясными следами фауны. 70 ×





рис. 2). На фоне среднекристаллической массы местами выделяются реликты пелитоморфной и скрытокристаллической структуры (рис. 4). Последние имеют размеры до 1—2 мм и составляют до 20% породы, доходя лишь в отдельных случаях до 30—40%.

В известняках обоих районов присутствуют фаунистические остатки. В подольских известняках — это скелеты кораллов, раковины фораминифер, обломки панцирей иглокожих, раковинки остракод и др. (рис. 3 а). Все они имеют хорошую сохранность и легко определяются. Остатки эти весьма и весьма обильны. В эмбенских известняках (рис. 4) остатки живых организмов присутствуют в несравненно меньшем количестве. Вследствие сильной перекристаллизации форма их оказалась сильно нарушенной, что в значительной степени затрудняет, а часто и делает невозможным установление их видовой принадлежности. Возможно, что количество фаунистических остатков в известняках Южной Эмбы первоначально было значительно большим, но вследствие интенсивной перекристаллизации породы они перестали быть различимыми.

Из сопоставления петрографических особенностей карбонатных толщ названных районов нетрудно сделать заключение, что известняки Подмосковья не претерпели больших изменений после того, как порода была сформирована. Свидетельством этому служит отличная сохранность фаунистических остатков и структура самих известняков. К этому следует добавить, что пелитоморфная структура цементирующей части подольских известняков не является результатом химического выветривания, поскольку в противном случае выщелачиванию были бы подвергнуты в первую очередь раковинки и другие фаунистические остатки. В эмбенских же известняках имеет место интенсивная перекристаллизация материала, налицо следы упорядочения первоначально случайной ориентировки частиц, уплотнение и уменьшение объема, сильная деформированность фауны и т. п.

Все это свидетельствует о своеобразной, хотя и не в полной мере проявившейся, метаморфизации каменноугольных отложений района Южно-Эмбенского поднятия. Ведущим фактором в существенном преобразовании этих пород следует считать повышенное давление. Именно оно могло привести к подобной перекристаллизации и уплотнению описанных пород.

Таким образом, сравнение известняков верхнего и среднего карбона Подмосковья и Южной Эмбы показало существенное различие в отношении их петрографической характеристики. Вероятно и условия их образования, а в особенности последующая палеотектоническая обстановка того и другого районов были существенно различными. Отложения карбона Подмосковья являются типичными платформенными осадками. Синхронные же им образования Южно-Эмбенского поднятия носят иные черты. Перечисленные выше петрографические особенности, наряду с тем фактом, что в разрезе Южно-Эмбенского карбона, и особенно его нижнего отдела, появляются мощные (до нескольких сот метров) пачки терригенных осадков с гальками метаморфических пород, с учетом доводов, приведенных М. П. Казаковым и В. В. Знаменским<sup>(2)</sup>, не позволяют считать их типично платформенными. Это — образования, переходные от платформенных к геосинклинальным, образования краевых прогибов.

Следовательно, и само Южно-Эмбенское поднятие нельзя считать типично платформенным, так как образование его более тесно было связано со складчатостью в находящейся по соседству зоне погребенных герцинид, чем с процессами, развивавшимися в то время во внутренних частях Русской платформы. Поэтому правильнее его рассматривать как своеобразный тектонический элемент, располагающийся в пределах краевого прогиба.

Такой вывод можно сделать по тем единичным скажинам, которые в настоящее время вскрыли отложения карбона. С увеличением числа последних, вероятно, удастся установить, к какому именно борту краевого прогиба тяготеет Южно-Эмбенское поднятие — платформенному или геосинклинальному.

Еще один важный практический вывод можно сделать из описанных в петрографических особенностях карбонатных толщ последней Южно-Эмбенской зоны. Поскольку карбонатные толщи последней оказываются исключительно сильно уплотненными и перекристаллизованными, простота их, а следовательно, и коллекторские свойства, вряд ли могут быть благоприятными для обнаружения в них промышленных залежей нефти. Возможно, здесь придется иметь дело с такими же условиями, какие имеют место в Актюбинском Приуралье, где при наличии всех других благоприятных факторов уплотненность карбонатных и артинско-сакмарских пород является настолько высокой, что все усилия получить из них промышленную нефть оказываются пока безрезультатными. Очевидно, при поисково-разведочных работах в Южно-Эмбенской зоне основное внимание следует обращать не на карбонатные, а на терригенные толщи карбона.

Московский нефтяной институт  
им. И. М. Губкина

Поступило  
27 II 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Г. Е.-А. Айзенштадт, Тр. ВНИГРИ, нов. сер., в. 96 (1956). <sup>2</sup> М. П. Узаков, В. В. Знаменский, Тр. Моск. нефт. инст., в. 19 (1957). <sup>3</sup> Н. А. Глинин, Нефт. хоз., № 10 (1954). <sup>4</sup> М. В. Муратов, Сов. геол., сборн. (1955). <sup>5</sup> А. Л. Яншин, Изв. АН СССР, сер. геол., № 5 (1948). <sup>6</sup> А. Л. Яншин, Сборн. памяти акад. А. Д. Архангельского, 1951. <sup>7</sup> А. Л. Яншин, Бюлл. МОИП, сер. геол., № 5 (1955).

А. И. ВЕРТЕ

## О ЛЯМИНАРИТОВЫХ И НАДЛЯМИНАРИТОВЫХ СЛОЯХ НИЖНЕГО КЕМБРИЯ В ЭСТОНСКОЙ ССР

(Представлено академиком Д. В. Наливкиным 28 XII 1956)

Некоторыми геологами (<sup>5,7</sup>), занимавшимися в последнее время исследованием палеозоя Прибалтики, отрицается наличие ляминаритовых и надляминаритовых слоев в нижнем кембрии ЭстССР.

Эти утверждения не соответствуют действительности по следующим данным и соображениям.

Имевшиеся еще к 1940 г. материалы позволили Б. П. Асаткину (<sup>1</sup>) прийти к выводу о существовании в ЭстССР свиты ляминаритовых глин, не имеющей, правда, по его мнению, столь широкого распространения и установленного положения, как в Ленинградской области. Б. П. Асаткин пишет, что по устному сообщению А. Эпика ляминаритовые глины встречены буровыми скважинами в некоторых разрезах кембрийских глин в ЭстССР, но в разрезах буровых скважин в районе Таллина—Палдиски они отсутствуют.

Однако еще в 1939 г. П. Кентс (<sup>4</sup>) отметил, что некоторые скважины в г. Таллине в песчаной толще ниже синих глин с *Platysolenites antiquissimus* встретили пачку фиолетово-красной и голубовато-зеленой глины мощностью 1—3 м, в которой также были найдены *Platysolenites antiquissimus*; вопрос о стратиграфическом положении ее он оставил открытым.

Полученные после Великой Отечественной войны данные разведочных и буровых скважин на воду\* позволяют теперь уже более уверенно утверждать о существовании ляминаритовых и надляминаритовых слоев в ЭстССР, в том числе и в разрезах г. Таллина. В доказательство приведем разрезы нижнекембрийских отложений, начиная с толщи синих глин до кристаллического фундамента по буровым скважинам, расположенным от Ленинградской области до Балтийского моря в ЭстССР (рис. 1 и 2).

На приведенных разрезах выявляется ритмическое строение отложений нижнего кембрия и продвижение этих ритмов от Ленинградской области в ЭстССР. Число ритмов достигает трех. Ритмы начинаются снизу грубообломочными и заканчиваются вверх мелкообломочными породами (глинами).

В основании нижнего ритма  $A_{1a} + A_{1b}$  залегают аркозы, переходящие в гравелистые и грубозернистые песчаники красных тонов, сменяющиеся вверх мелкозернистыми желтовато-белыми и светло-серыми кварцево-полевошпатовыми песчаниками. Последние путем чередования с глинами переходят в лилово-красные, зеленоватые и синеовато-серые глины, на которых местами залегают зеленовато-желтые сланцы. Песчаники косослоистые и палеонтологически немые; в глинах отмечены ходы червей. Указанные глины получили название ляминаритовых (<sup>8,9</sup>), благодаря присутствию

\* При бурении скважин на воду в большинстве случаев тщательно фиксируются глины, являющиеся водоупорами и подлежащие, как слабые породы, обсадке трубами. Поэтому эти данные можно считать достаточно достоверными.

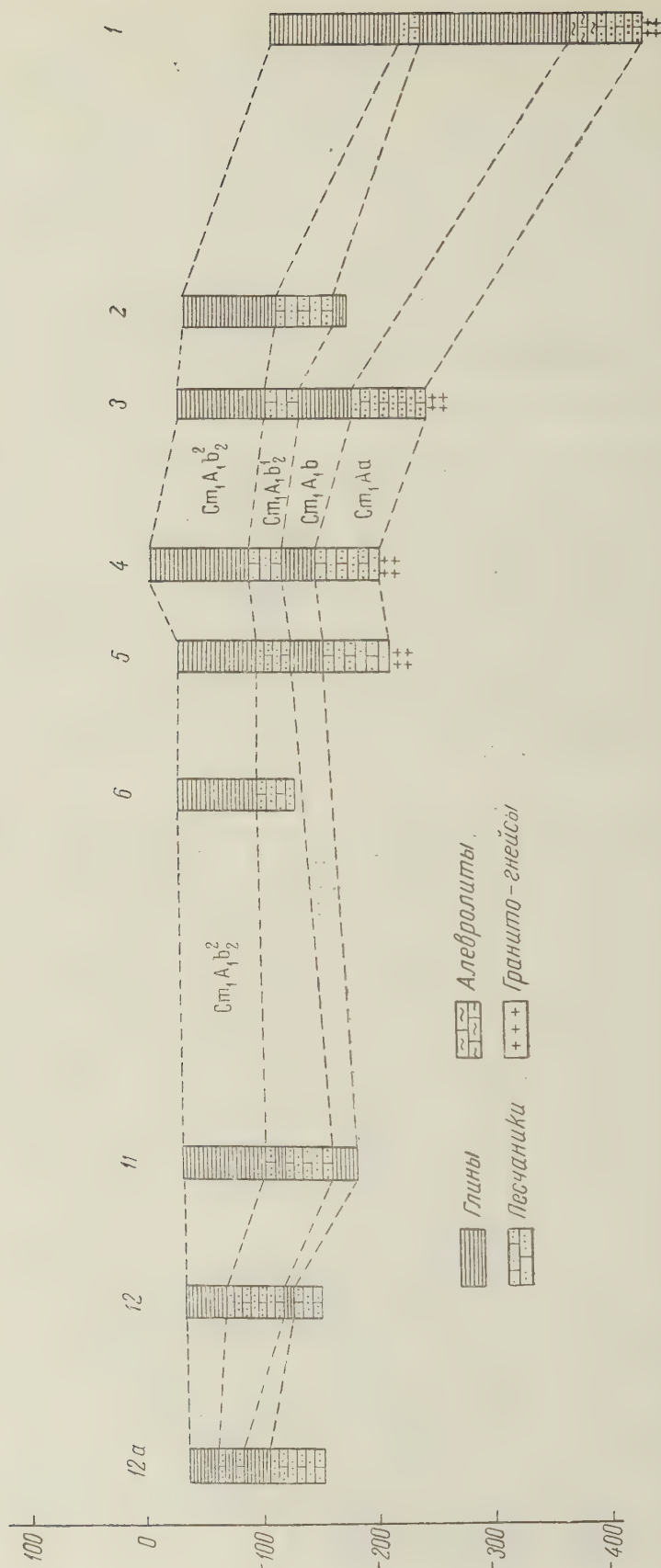


Рис. 1. Широтный разрез нижнекембрийских отложений в Эстонской ССР и в Ленинградской обл. 1 — Сиверская (Ленинградская обл.), 2 — Кингиссеп (Ленинградская обл.), 3 — Нарва, 4 — Йыхви-Тойла, 5 — Пюсси, 6 — Раквере, 11 — Саку, 12 — Палдиски, 12a — Осмуссаар



остатков водорослей *Laminarites antiquissimus* Eichw., оказавшихся, по данным Б. П. Асаткина <sup>(1)</sup>, пленками сапропеля.

Средний ритм ( $A_1b_1^1 + A_1b_1^2$ ) начинается крупнозернистыми, красновато-бурыми, коричневыми, а местами и мелкозернистыми белыми и серыми кварцевыми песчаниками, и заканчивается коричневыми и сероватыми глинами. Иногда этот ритм представлен чередованием алевролитов с прослойками глин, а иногда и вовсе отсутствует.

Верхний ритм ( $A_1b_2^1 + A_1b_2^2$ ) начинается в большинстве случаев зеленовато-серыми мелкозернистыми, а местами серыми крупнозернистыми карцевыми песчаниками, переходящими в мелкозернистые песчаники, чередующиеся с зеленовато-серыми глинами, местами с прослойками черных сланцев. Заканчивается он мощной пачкой фиолетово-красных, зеленовато-серых и синевато-серых глин. Среди толщи глин, в особенности в северной части побережья Финского залива, наблюдаются прослои песчаника, включения пирита и кристаллы гипса. Эти глины в геологической литературе <sup>(3,9)</sup> получили название синих глин, а подстилающие их песчаники часто называются надляминаритовыми слоями. Зона переслаивания глин с песчаниками особенно богата *Platysolenites antiquissimus* <sup>(4)</sup>.

В толще синих глин, кроме *Platysolenites antiquissimus* Eichw., по данным А. Эпик <sup>(11)</sup>, встречаются *Pleurotomaria* (?), *Kunda Öpik*, *Hyolites Mickwitzi Öpik*, *Linguaella*, *Volborthella tenuis Öpik* и др. и упомянутые выше *Laminarites antiquissimus* и пленки сапропеля.

Нижний ритм в северной части ЭстССР характеризуется сравнительно мощной пачкой песчаников (до 60 м) и менее мощной пачкой глин (от 10 до 30 м). Верхний ритм характеризуется менее мощной пачкой глин (от 5 до 40 м). Средний ритм характеризуется небольшими мощностями пачки песчаников от 5 до 10 м и пачки глин от 4 до 8 м. Местами песчаники и глины среднего ритма в разрезе нижнего кембрия не выделяются.

Мощность пачек песчаников и глин увеличивается с запада на восток. В том же направлении резче дифференцируются в разрезе нижнекембрийских отложений ламинаритовые и синие глины. В северо-западной краевой зоне склона Балтийского кристаллического щита, примерно с широты Галлина и севернее ее, ламинаритовые и надляминаритовые слои начинают выклиниваться, и в разрезах нижнекембрийских отложений в Кунда,

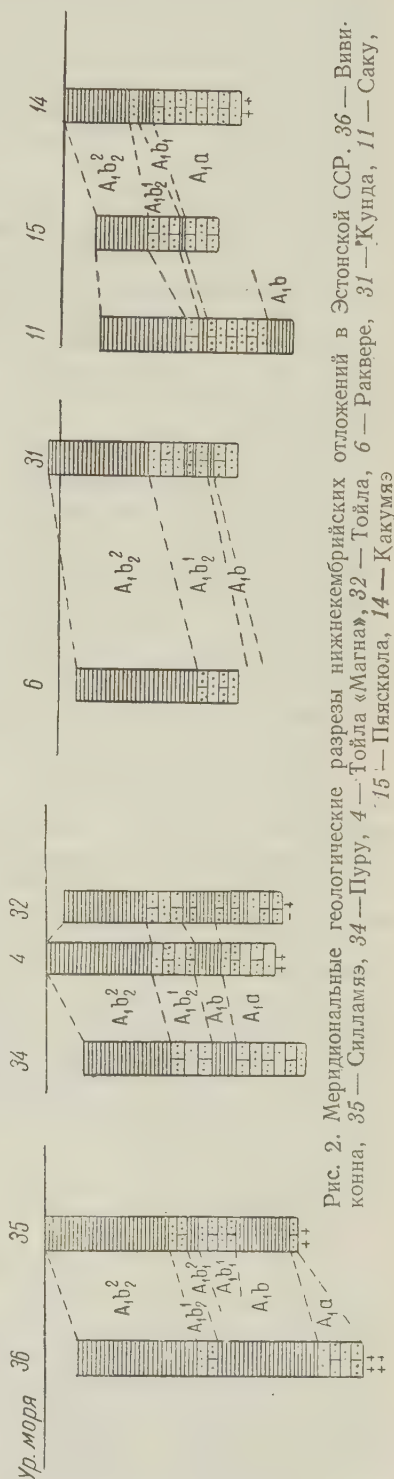


Рис. 2. Меридиональные геологические разрезы нижнекембрийских отложений в Эстонской ССР. 36 — Вивиконна, 35 — Силламяэ, 34 — Пуру, 4 — Тойла «Магна», 32 — Тойла, 6 — Раквере, 31 — Кунда, 11 — Саку, 15 — Пяскюла, 14 — Какумяэ

Вязна-Йыесуу и др. наблюдается лишь частое чередование небольшой мощности слоев песчаников и глин, отнесение которых к тем или другим стратиграфическим слоям затруднительно. Местами же выпадают из разреза нижнего кембрия пачки ламинаритовых глин, как, например, в некоторых разрезах скважин г. Таллина, в общем же они здесь еще имеются.

Для разрешения вопроса о причинах колебаний числа ритмов от 1 до 3, обратимся к рассмотрению разреза нижекембрийских отложений в тех местах ЭстССР и пограничных с нею областей, где кристаллический фундамент заведомо приподнят. В Локно (на границе Псковской обл. и ЭстССР) в разрезе нижнего кембрия наблюдаются как ламинаритовые, так и надляминаритовые слои, а также синие глины.

В Мынисте, где кристаллический фундамент залегает всего на глубине 295 м от поверхности земли, кембрийские отложения отсутствуют.

На северном склоне Хаанья-Локновского поднятия кристаллического фундамента (Выру) наблюдается 3 ритма.

На местах подъема кристаллического фундамента наблюдается сильное сокращение пачек песчаников и глин отдельных ритмов и появление в них песчаных пачек глин, а в глинистых пачках — алевролитов.

В Выхмаской скважине, принимая во внимание, что она пробурена в области повышенного положения кристаллического фундамента, можно различить как ламинаритовые, так и надляминаритовые слои.

Таким образом, количество ритмов и мощность их отдельных пачек в нижнем кембрии объясняется мобильностью и положением кристаллического фундамента в Прибалтике во время осадконакопления. Эти ритмы по сообщению Л. Б. Паасикиви, прослеживаются на обширной площади Русской платформы (Москва, Орша, Невель, Локно, Плявинас и Выру), причем нижний и средний относятся к валдайскому, а верхний ритм — к баггскийскому комплексу Б. С. Соколова (<sup>10</sup>).

Красная окраска и косяя слоистость низов песчаников нижнего ритма и залегание их на кристаллическом фундаменте дают повод считать, что они представляют собой континентальные образования, на что, впрочем, еще в 1940 г. обратил внимание Б. П. Асаткин (<sup>1</sup>). Судя по литологической характеристике, верхняя часть низов песчаников и перекрывающих их глин являются морскими образованиями. На это указывают содержание в песчаниках глауконита и наложение на глины глинистых сланцев.

Отсутствие в глинах перекрывающих так называемые гдовские песчаники остатков водорослей *Laminarites antiquissimus* и сапропелитовых пленок не является доказательством отсутствия ламинаритовых глин как определенной стратиграфической единицы. Эти остатки водорослей и пленки могут в них присутствовать или отсутствовать, или же встречаться, как сообщает А. Эпик (<sup>11</sup>), в более высоких горизонтах. Наличие и стратиграфическое положение ламинаритовых и надляминаритовых слоев в ЭстССР поэтому более убедительно (с учетом фациального изменения) доказывает

методом прослеживания и сопоставления аналогичных литологических толщ.

Институт геологии  
Академии наук ЭстССР

Поступило  
18 XII 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Б. П. Асаткин, Геологическая карта СССР, масштаб 1 : 1 000 000, Объяснительная записка к листам 0—34 вост. пол., 0—35. <sup>2</sup> А. Н. Гейслер, Новые данные по стратиграфии и тектонике нижнепалеозоя Северо-западной части Русской платформы, Докл. АН, 1956. <sup>3</sup> Н. Л. Дилакторский, Л. С. Архангельская, ДАН, 88, № 1 (1953). <sup>4</sup> P. Kents, Eesti Loodus, № 4/5 (1939). <sup>5</sup> В. А. Котлуков, Б. Б. Митгарц, Структурно-тектонические особенности северной части Прибалтики в пределах листа 0—35, 1955. <sup>6</sup> P. Lannus, Eesti Loodus, № 2/3 (1939). <sup>7</sup> A. Lannus, Eesti maavarad, Tartu, 1946. <sup>8</sup> Fr. Schmidt, Mém. Acad. Sci. St. Petersburg, 1888. <sup>9</sup> Fr. Schmidt, Mém. Acad. Sci. St. Petersburg, 1888. <sup>10</sup> Б. С. Соколов, Стратиграфическая схема нижне-палеозойских (додевонских) отложений северо-запада Русской платформы, М., 1953. <sup>11</sup> А. Эпик, Studien über das estnische Unterkambrium (Estnium), № 15, Tartu, 1929.

Д. А. ВИТАЛЬ

# ДВА ТИПА СВЯЗЕЙ КАРБОНАТНЫХ КОМПОНЕНТОВ В КОНКРЕЦИЯХ РУССКОЙ ПЛАТФОРМЫ

(Представлено академиком Н. М. Страховым 13 III 1957)

Изучено два типа карбонатных диагенетических конкреций Русской платформы, содержащих углекислое железо: I. Конкреции морских терригенных отложений нижнего мела Среднего Поволжья (Саратов, Кашпир, Ульяновск); II. Конкреции континентально-озерных терригенных отложений Кировской области (Омутнинский район, рудник Старая Половинка) и приокского рудного района (к югу от г. Муром, Выксинский район, р. Мотмос). Возраст этих немых отложений не установлен; залегают они между породами Казанского и Юрского возрастов.

I. Химико-минералогический состав конкреций морских отложений весьма разнообразен, и они могут быть разделены на три группы (табл. 1).

Таблица 1

Химический анализ нижнемеловых конкреций Среднего Поволжья (в процентах)

Химико-минералогическая группа	№ анализа	Минералы, нераствор. остаток	CaCO <sub>3</sub>	FeCO <sub>3</sub>	MgCO <sub>3</sub>	MnCO <sub>3</sub>	MgO сильн.	FeO сильн.	В пересчете на Σкарб			
									CaCO <sub>3</sub>	FeCO <sub>3</sub>	MgCO <sub>3</sub>	MnCO <sub>3</sub>
Сидерито-кальцитовая	1	16,51	71,72	1,68	2,41	0,86	0,62	1,04	93,58	2,11	3,18	1,13
	2	19,38	68,14	0,74	0,57	0,41	0,43	1,26	97,58	1,06	0,77	0,59
Смешанная сидерито-кальцитовая	3	9,47	33,09	41,36	6,47	2,95	0,18	0,40	39,75	49,32	7,71	3,52
	4	18,50	55,03	12,30	2,93	1,91	0,65	1,16	76,25	17,04	4,06	2,65
Сидеритовая	5	21,16	6,53	51,15	9,60	5,72	0,99	1,76	8,95	70,07	13,15	7,83
	6	19,36	7,16	54,26	9,87	2,29	0,50	0,91	9,73	73,74	13,42	3,11

После пересчета карбонатных компонентов конкреций этих групп на 100 карбонатов, принимаемую за 100, были построены графики их соотношения.

Рис. 1 показывает, что CaCO<sub>3</sub> и FeCO<sub>3</sub>, как основные компоненты, находящиеся в конкрециях, находятся в обратных соотношениях (а). В таких же, обратных, соотношениях находятся MgCO<sub>3</sub> и CaCO<sub>3</sub>, т. е. чем больше одного, тем меньше другого (б). Напротив, соотношения MgCO<sub>3</sub> и FeCO<sub>3</sub> прямые — чем больше FeCO<sub>3</sub>, тем больше и MgCO<sub>3</sub> (в).

II. Химико-минералогический состав конкреций континентально-озерных отложений менее разнообразен — все они относятся к группе сидеритовых (табл. 2).



Химические анализы континентальных сидеритовых конкреций в (процентах)

Месторож- дение	№ ана- лиза	Мине- ральн. нера- створ. остаток	CaCO <sub>3</sub>	FeCO <sub>3</sub>	MgCO <sub>3</sub>	MnCO <sub>3</sub>	MgO	FeO	В пересчете на $\Sigma_{\text{карб}}$			
									CaCO <sub>3</sub>	FeCO <sub>3</sub>	MgCO <sub>3</sub>	MnCO <sub>3</sub>
Старая	1	16,46	2,96	70,59	2,64	2,14	0,03	0,05	3,78	90,12	3,37	2,14
Поло- винка	2	20,58	2,78	67,66	1,27	1,99	0,59	1,06	3,77	91,81	1,72	2,50
Мотмос	3	6,67	0,73	84,56	0,73	3,05	—	—	0,82	94,94	0,82	3,40

После пересчета карбонатных компонентов этих конкреций на сумму карбонатов также были построены графики их соотношений (рис. 2).

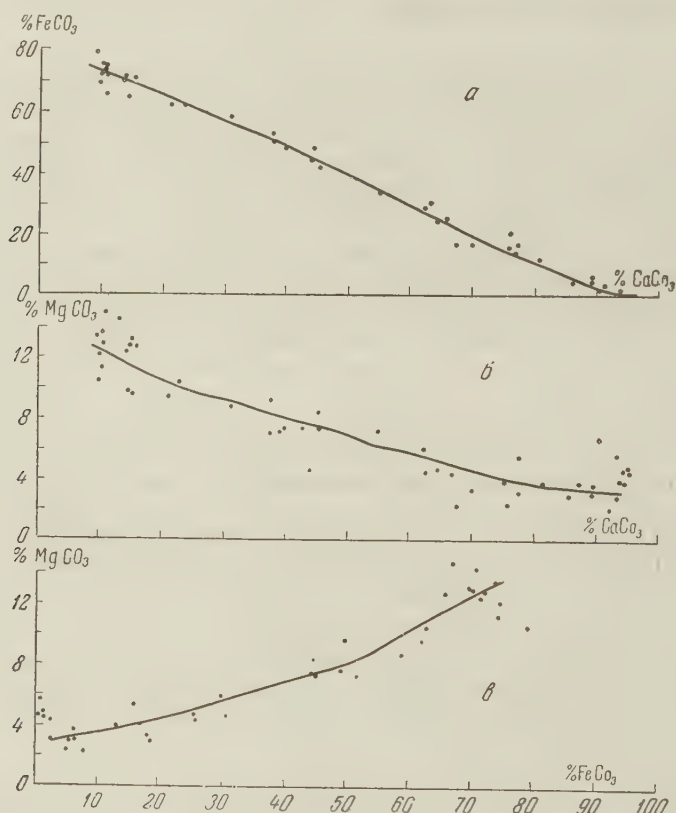


Рис. 1

Как и в первом случае, соотношения  $\text{CaCO}_3$  и  $\text{FeCO}_3$  оказываются здесь обратными (а). Соотношения же  $\text{MgCO}_3$  и  $\text{CaCO}_3$  в противоположность морскому типу, оказались прямыми (б), а  $\text{MgCO}_3$  и  $\text{FeCO}_3$  — обратными (в).

Таким образом, конкреции морских отложений нижнего мела Среднего Поволжья и конкреции континентально-озерных отложений неопределенного возраста резко различны по типу связей карбонатных компонентов. В то время как в конкрециях Среднего Поволжья магний связан с железом, и, вероятно, входит в состав железистых минералов из группы брейнерита, сидероплезита и др., в конкрециях континентального типа магний связан с карбонатом кальция, т. е. с минералами из группы доломита, анкерита



По-видимому, последнее стоит в связи с размывом и сносом в котловины доломитного материала подстилающих пород. В процессе диагенеза этот

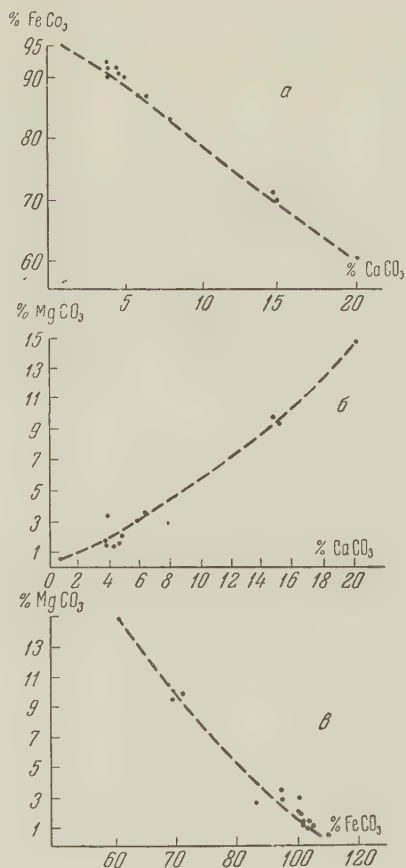


Рис. 2

материал был перераспределен и ассимилирован конкрециями сидерита, которые и вошел в качестве изоморфной подмеси в первичных соотношениях, отвечающих доломиту.

Геологический институт  
Академии наук СССР

Поступило  
11 III 1957

И. А. ВОЙТОВИЧ

## К ВОПРОСУ О ВОЗРАСТЕ ПАШИЙСКИХ И ЧИБЬЮСКИХ СЛОЕВ ЮГО-ВОСТОЧНОГО ПРИТИМАНЬЯ

(Представлено академиком Д. В. Наливкиным 1 III 1957)

В 1951 и 1953 гг. методом спорово-пыльцевого анализа производилось изучение керн девонских отложений из различных скважин восточного склона Южного Тимана.

По существующим представлениям, девонские отложения на Южном Тимане начинаются чибьюскими слоями верхнеживетского подъяруса среднего девона, включающими пласты III, II и IIa. Выше лежат пашийские слои нижнефранского подъяруса верхнего девона, содержащие пласты Ib, Ib и Ia, затем кыновские и саргаевские слои того же подъяруса. Кроме того, в составе девонских отложений выделены среднефранские, вернефранские и фаменские отложения, которых мы здесь касаться не будем. В чибьюских и пашийских слоях были выявлены комплексы спор, которые по возрасту оказались отличными от возраста, принятого для этих отложений по унифицированной схеме.

Пашийские отложения Тимана анализировались в основном в нижней части, вмещающей продуктивный пласт Ib.

Комплекс спор нижней части пашийских слоев состоит исключительно из спор группы *Triletes* R., типа *Pterydophyta* и *Bryophyta*, среди которых преобладающее значение имеют крупные споры с пленчатым периспорием подгруппы *Tegmenozonotriletes* Naum. Споры простой структуры — такого крупного размера и представлены главным образом подгруппами *Leiotriletes* Naum. и *Retusotriletes* Naum.

В комплексе преобладают следующие виды спор: *Leiotriletes atarctus* Naum., *Hymenozonotriletes rugosiusculus* Naum., *Hym. polyacanthus* Naum., *Hym. proteus* Naum., *Stenozonotriletes stenoloncus* Naum.

Этот комплекс спор впервые был обнаружен С. Н. Наумовой на Тимане в пижемских слоях, являющихся аналогами наровских слоев в Центральном девонском поле и относимых к нижнеживетскому подъярусу. Это обстоятельство позволило нам нижнюю часть пашийских слоев Тимана, а вместе с тем и нижнюю часть пласта Ib относить к нижнеживетскому подъярусу среднего девона, а не к нижнефранскому, как это было принято.

В вышележащих отложениях пашийских слоев Тимана, из средней части пласта Ib, комплекс спор, так же как и в предыдущем случае, состоит исключительно из спор группы *Triletes* R., но в отличие от описанного выше в комплексе присутствуют споры, характерные для нижне- и для верхнеживетских отложений. В комплексе преобладают: *Lophotriletes rugosus* Naum., *Archaeozonotriletes pustulatus* Naum., *Hymenozonotriletes polymorphus* Naum., *Stenozonotriletes stenoloncus* Naum., *Retusotriletes devonicus* Naum. Этот комплекс позволил нам считать исследованный интервал пашийских слоев переходным от нижнеживетских отложений к верхнеживетским (т. е. к векам старооскольских слоев).

В верхней части пласта Ib, преобладали нижнефранские формы спор, среди которых доминирующими были споры с плотным мелкобугорчатым периспорием подгруппы *Archaeozonotriletes* Naum.

Таким образом, подводя итог исследованию пашийских слоев Тимана, можно сказать следующее: данные спорово-пыльцевого анализа позволили изменить имевшуюся стратиграфическую привязку пашийских слоев и нижнюю их часть отнести к нижнеживетскому подъярису, среднюю — к верхнеживетскому, а верхнюю — к нижнефранскому подъярусам.

В ряде скважин восточного склона Южного Тимана, вскрывших большую мощность отложений пласта Ів, часто хорошо выражен постепенный переход карбонатных живетских отложений в песчано-глинистые отложения пласта Ів, что характеризует, возможно, конец цикла осадконакопления. Выше, в средней части пласта Ів, появляются конгломераты и гравелиты, сменяющиеся выше более тонкозернистым материалом. Возможно, что этим прослоям грубообломочных пород и соответствует истинная граница живетских и франских отложений.

На основании изложенного мы считаем, что пашийскую свиту Тимана следует делить на две разновозрастные части: 1) нижнепашийскую (живетского возраста) и 2) верхнепашийскую (нижнефранского возраста).

Нижнечибыюские и верхнечибыюские слои, вмещающие на Южном Тимане пласты III, II и IIa, относятся к верхнеживетскому подъярису среднего девона.

Наши работы по спорово-пыльцевому анализу показали иной возраст чибыюских слоев. Из III пласта нижнечибыюских слоев среднего девона на Южном Тимане были выделены споры, среди которых преобладали *Acanthotriletes perpusillus* Naum., *Lophotriletes rugosus* Naum., *Hymenotriletes rugosiusculus* Naum., *Hym. polymorphus* Naum., *Hym. proteus* Naum., *Retusotriletes devonicus* Naum.; особенно много среди указанных спор мелких форм с простой скульптурой — *Acanthotriletes perpusillus* Naum. В верхнечибыюских слоях, содержащих пласты II и II-a, выявлен комплекс, аналогичный предыдущему.

Согласно данным спорово-пыльцевого анализа возраст и нижнечибыюских, и верхнечибыюских слоев не может быть верхнеживетским в связи с тем, что в выявленном комплексе среди спор живетского возраста присутствуют споры, встреченные С. Н. Наумовой в вагранской свите восточного склона Урала, возраст которой определяется как нижний девон — низы Эйфеля.

Таким образом, результаты спорового анализа не позволяют согласиться с отнесением возраста чибыюских слоев к верхнеживетскому подъярису прежде всего потому, что доминирующие в этих слоях формы не являются верхнеживетскими; к тому же вышележащие слои пашийской свиты в нижней своей части, по нашим данным, относятся к нижнеживетскому подъярису.

Хотя возраст чибыюской свиты по споровому анализу точно не устанавливается в связи с небольшим объемом исследованного материала, условно мы считаем его не моложе нижнеживетского. Весьма вероятно, что исследование большого материала даст возможность отнесения всей мощной толщи осадков чибыюской свиты, вмещающей пласты III, II и IIa, к нижнему девону — Эйфелю.

Государственный союзный Ухтинский комбинат  
Министерства нефтяной промышленности СССР

Поступило  
27 II 1957

Г. А. ДМИТРИЕВ

## КЛАСТИЧЕСКИЕ ЖИЛЫ И ДАЙКИ В УГОЛЬНЫХ ПЛАСТАХ И ВМЕЩАЮЩИХ ПОРОДАХ ИНТИНСКОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ

(Представлено академиком Д. В. Наливкиным 18 III 1957)

При документации горных выработок, проходящих по пласту каменного угля, иногда приходится встречаться с песчаниками, заключенными в пласте в виде тел различной формы, размера и протяженности. В руководствах по шахтной геологии и в специальной литературе посвященной вопросам генезиса угольных пластов, песчаниковые включения трактуются как аллювиальные образования болотных рек и ручейков, протекавших через торфяники во время их накопления. Покрытые торфяной массой они образуют якобы «ископаемые русла» в угольных пластах<sup>(1)</sup>. Поэтому, как правило, шахтные геологи относят песчаниковые включения к аллювиальным образованиям и строят на этой основе более общие выводы об условиях образования пластов каменного угля. Между тем, этот взгляд глубоко ошибочен и базируется лишь на умозрительных представлениях, не согласуясь с рядом фактических данных. Многие из рисунков, приводимых в руководствах как иллюстрации несомненных русловых образований являются не чем иным, как кластическими дайками песчаника и ничего общего с условиями отложения угольного пласта не имеют.

За несколько лет работы автора в угольных шахтах Интинского месторождения Печорского угленосного бассейна включения песчаника в пласты угля встречались неоднократно. Без преувеличения можно сказать, что в таких случаях было не менее многих десятков в пределах одного шахтного поля и сотни — в пределах месторождения. В большинстве случаев всегда удавалось найти признаки, отрицающие аллювиальное происхождение включений, и убедиться, что мы имеем дело не с чем иным, как с кластическими жилами и дайками. Всегда, если позволяли условия горных работ, удавалось установить, что это явление не связано с фацальной обстановкой, а воцело зависит от иных эпигенетических факторов. Ниже приводится обобщенный фактический материал.

Все пласты Интинского месторождения являются сложными, состоящими из нескольких угольных пачек, разделенных породными прослоями. В непосредственной кровле пластов залегают слоистые аргиллиты мощностью 0 до 2—3 м, а над ними обычно с хорошо выраженной поверхностью размыва лежат полимиктовые песчаники основной кровли.

В непосредственной почве обычно залегает неслоистый аргиллит несколько более светлый, чем в кровле (так называемая стигмариевая глина и «кучерявчик»), а ниже идут слои аргиллитов, мергелистых пород и песчаников.

В некоторых пластах наблюдаются эпигенетические размывы (см. рис. 1, пласты 7, 9, 10). В этом случае песчаники основной кровли ложатся непосредственно на угольный пласт или даже на средние или нижние пачки. В последнем случае пласт из мощного (2—3 м) становится тонким и нерабочим за счет размыва верхних пачек угля.



Обычно горные выработки идут по пласту. Сечение выработок полностью выписывается в пласт. Поэтому при встрече песчаниковых включений не удается проследить их поведение за пределами пласта во вмещающих породах. Горные выработки в зонах размыва и в маломощных пластах обычно проходятся с поддиркой почвы и добором кровли пластов, поэтому-то именно здесь и были получены наиболее интересные данные, говорящие об условиях происхождения кластических жил и даек.

На рис. 1 даны сводные материалы об условиях взаимоотношения кластических жил, угольного пласта и вмещающих пород. Ниже приводятся основные данные.

1. Наиболее часто кластические жилы песчаника наблюдаются в областях эпигенетического размыва пластов. Здесь хорошо видно, что они имеют непосредственную связь с песчаниками и состоят из него. Форма контакта с углем довольно четкая, но очень зазубренная, — это наводит на мысль, что песчаник в состоянии песчаноплывуна под давлением проникает в трещину разрыва, образовавшуюся еще вероятно в нелитифицированном торфяноугольном слое.

2. Иногда форма песчаникового внедрения при резких ограничениях не особенно сложна, но обнаруживает деформацию в виде гофрировки, говорящей о том, что после внедрения тело было деформировано в вертикальном направлении.

3. Не всегда тело песчаниковой жилы в забое или стенке выработки выглядит сплошной жилой. Довольно часты случаи прерывистого и довольно сложного очертания формы внедрения в наблюдаемом сечении. В этих случаях все же удается установить взаимосвязь отдельных видимых частей, что говорит о сложной форме внедрения. Большей частью, тем не менее, наблюдается некоторая закономерность ориентировки и приуроченность внедрения к определенной линейной зоне (вероятно к ослабленной зоне разлома).

4. Не всегда жила песчаника сечет весь пласт от кровли до почвы. Довольно часто жила доходит до породного прослоя или оканчивается в средней части какой-либо пачки угля. Чаще же всего она доходит до глинистых пород самой почвы и не пересекает их. Это вероятно объясняется пластичностью стигмариевых глин, не дающих разрывов и трещин.

5. Не всегда источником кластического материала являются песчаники кровли. Отмечаются случаи, когда жилы имеют непосредственную связь с песчаниками, залегающими в слоях непосредственной почвы.

6. Жилы песчаника наблюдались не только в пластах угля, но и во вмещающих породах кровли. Правда, здесь они имеют наиболее правильную геометрическую форму и могут быть названы кластическими дайками, описанными Р. Широком <sup>(3)</sup>.

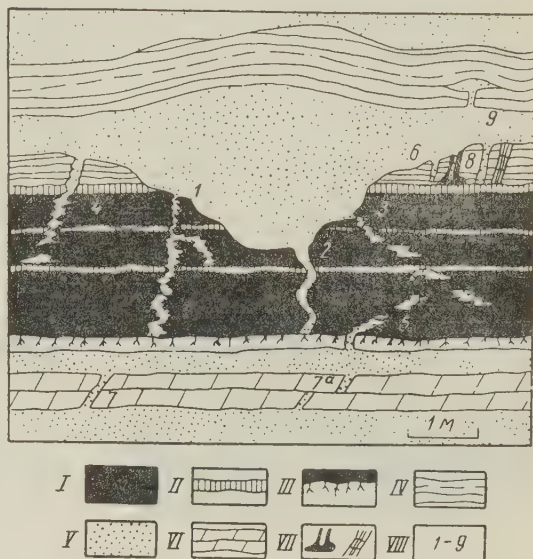


Рис. 1. Сводная схема условий взаимоотношения кластических жил и даек с вмещающими породами Интинского месторождения Печорского угольного бассейна. I — уголь, II — углистый аргиллит, III — стигмариевая почва, IV — слоистые аргиллиты и алевролиты, V — песчаники, VI — мергелистые породы, VII — остатки стволов деревьев и хвощей, VIII — номера случаев, описанных в тексте

7. В породах почвы также изредка появляются кластические дайки, особенно если между слоями песчаника залегает мергелистый слой. В этом случае песчаниковые дайки соединяют песчаники, разделенные слоем мергеля. Только наличие апофизов в верхнем или нижнем слое песчаника (рис. 1, 7) может дать точный ответ — какой из слоев песчаника является «материнским» для дайки песчаника.

8. Наблюдались случаи, когда песчаник выполнял внутренние полости

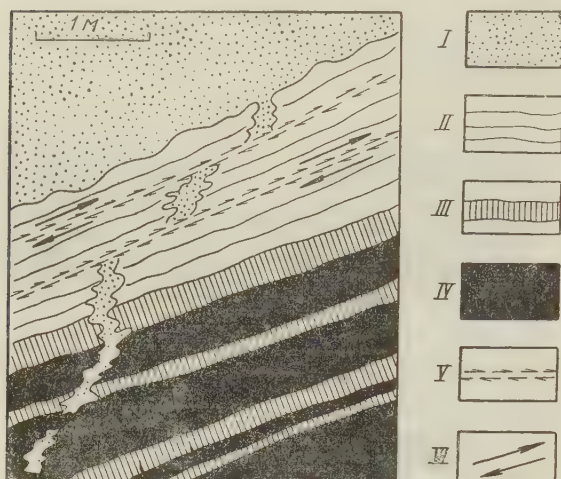


Рис. 2. Деталь строения непосредственной кровли 11 пласта. Судя по взаимоотношениям с тектонитами межпластовых подвижек, время внедрения песчаника относится к периоду до складчатости или к началу ее. I — песчаник, II — слоистые аргиллиты, III — углистые аргиллиты, IV — уголь, V — тектонит и межпластовые зеркала скольжения, VI — направление относительно перемещения блоков в процессе складчатости

образен. Наблюдались жилки менее 1 мм, выполненные тонкозернистым песком, и жилы мощностью 20—40 см и более. Протяженность в плане также варьирует в широких пределах от нескольких сантиметров до нескольких десятков и сотен метров. Иногда удавалось установить, что в плане отдельные жилы соединяются, образуя полигональную сетку с размерами ячеек от нескольких десятков сантиметров до нескольких метров.

11. Ни в одном из наблюдавшихся случаев не было обнаружено даже слабых признаков слоистости песчаника в жиле. Этот признак особенно убедительно отрицает мнение об аллювиальном происхождении включений.

12. Лишь в нескольких случаях во вмещающих породах были отмечены внедрения не песчаного, а алевролитового материала. Это говорит о том, что обычно глинистые осадки наиболее быстро уплотняются и редко находятся в состоянии подвижных плывунов.

13. Приведенные выше данные дают право сделать вывод о том, что внедрения песчаника не являются сингенетическими по отношению к пласту и вмещающим породам. Они являются образованиями эпигенетическими. О более точном времени образования внедрений можно судить на основании взаимоотношения их с явлениями межпластовых подвижек, происшедших в процессе складчатости. Несколько раз удавалось наблюдать, что жилы песчаника, идущие от песчаников основной кровли, рвутся зонам тектонитов межпластовых разрывов, проходящих в непосредственной кровле пласта (рис. 2). Итак, внедрение песчаника происходило в интервале между закончившимся процессом отложения толщи и началом складчатости

виренизированных стволов и стеблей хвощей. Это — как бы пассивное выполнение песком полостей в процессе отложения осадка. Такие образования генетически не связаны с образованием кластических жил и даек и только иногда по форме похожи на них. Наличие углистого вещества на контакте таких внедрений с вмещающими породами является их отличительным свойством.

9. Исключительно редкие во вмещающих породах наблюдались грибообразные (лакколитообразные) формы внедрений. Грибообразная форма видна лишь в разрезе. Фактически это комбинация дайки с межпластовым линзообразным внедрением.

10. Размер жил и даек песчаника весьма разнообразен.

Кластические жилы и дайки довольно часты не только в пластах угля вмещающих породах Интинского месторождения. Они неоднократно находились и в других каменноугольных месторождениях, но до сих пор относились в большинстве случаев к сингенетическим (аллювиальным) образованиям.

Кластические жилы говорят о том, что в некоторых случаях процессы дифференциации осадка не идут тотчас же за его отложением, а начинаются гораздо позже. В этом случае песчаные осадки, пропитанные водой, находятся в состоянии плывунов, которые до начала складчатости или в ее первых стадиях под большим давлением проникают в трещины, ослабленные зоны и разломы, аналогично тому, как внедряются изверженные породы. Конкретные причины образования трещин и разломов могут быть различны, но для образования кластических жил и даек необходимо наличие несцементированного осадка в состоянии плывуна.

Кластические жилы и дайки не являются характерной особенностью угленосных толщ. Они широко распространены во многих толщах земной коры. Г. Гарецкий<sup>(2)</sup>, давший наиболее полную сводку данных, делает попытку классифицировать кластические дайки и отмечает, что изучение их поможет выяснить механизм образования складок, интенсивность тектонических движений, наличие древних землетрясений и т. д.

Кластические дайки и жилы в угольных пластах и вмещающих породах нередко в процессе ведения горных работ хорошо обнажены и доступны для детальных наблюдений. Поэтому их изучению шахтные геологи должны уделять большое внимание и правильно подходить к определению их происхождения.

Ленинградский горный институт  
им. Г. В. Плеханова

Поступило  
13 III 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> П. В. Васильев, Методы геологических наблюдений и исследований в угольных шахтах. Москв — Харьков, 1951, стр. 95—103. <sup>2</sup> Р. Г. Гарецкий, Изв. АН СССР, сер. геол., № 3, 81 (1956). <sup>3</sup> Р. Шрок, Последовательность в свитах слоистых пород, ИЛ, 1950. <sup>4</sup> В. С. Яблоков, Тр. Инст. геол. наук, в. 136, угольн. серия (№ 3), 26 (1951).



Н. А. МАРИНОВ

## О ВОЗРАСТЕ ГРАУВАККОВОЙ СВИТЫ ВОСТОЧНОЙ МОНГОЛИИ

(Представлено академиком Д. И. Щербаковым 28 II 1957)

На огромной территории северной части Монгольской Народной Республики, охватывающей главным образом область Кентея и частично восточную часть Хангайского нагорья, распространены палеонтологически немые осадочно-метаморфические образования, возраст которых в настоящее время большинством исследователей датируется средним палеозоем.

На крайнем северо-востоке страны эти отложения широко развиты в бассейне р. Ульдзы; они прослежены также на юге Восточной Монголии — в Мататском районе и в местности, расположенной северо-западнее и западнее пос. Югодзырь, в хр. Гурбан-Сайхан и в некоторых других горных массивах. Эти осадочно-метаморфические образования представлены однообразной толщей пород, состоящей из переслаивания граувакковых песчаников, кремнистых, глинистых и, местами, кристаллических сланцев. Относительно редко в составе толщи встречаются конгломераты, известняки, яшмы, кварциты, филлиты, спилиты и некоторые другие метаморфические образования.

В печатной и многочисленной рукописной литературе эти отложения описаны под именем граувакковой формации, песчаниково-сланцевой свиты, филлитовой, граувакково-сланцевой, граувакково-аргиллитовой, метаморфической и др.

М. А. Усов<sup>(9)</sup> первый сделал попытку расчленения палеонтологически немых толщ Кентея, выделив в них две свиты — бархинскую и граувакковую, и считал их обе докембрийскими, относя первую к архею, а вторую — к протерозою.

Докембрийский возраст этим отложениям приписывался также Б. М. Куплетским<sup>(2)</sup> и Берки и Моррисом<sup>(12)</sup>. Последние два исследователя, несмотря на самые тщательные поиски фауны в отложениях этой свиты, названной ими хангайской, нашли лишь в одном месте неясные отпечатки, похожие на водоросли, и констатировали трубчатое строение в линзах известняков, которое весьма условно можно приписывать деятельности животных организмов. Только на северном склоне хребта Гурбан-Сайхан в конусе выноса сухого русла ими был найден кусок известняка с остатками криноидей, кораллов и обломков раковин брахиопод и гастропод, по определению Грабау<sup>(13)</sup> — верхнедевонского или нижнекарбонного возраста.

Тейльгард де Шарден<sup>(14)</sup> по наблюдениям над метаморфическими образованиями Северного Китая пришел к выводу, что хангайская свита Берки и Морриса обнимает собой разновозрастные породы от карбона до юры включительно, хотя он не исключал и одновременного присутствия в ней более древних, чем карбон, образований.

З. А. Лебедева<sup>(3)</sup> по северной окраине хребта Баин-Боро-Нуру также нашла куски известняка с обильными члениками криноидей и обломками раковин брахиопод, но в коренных выходах тех же известняков фауны не обнаружила и, ссылаясь на находку фауны Берки и Моррисом, отнесла эти известняки и вмещающие их породы к среднему палеозою.



А. А. Маккавеев <sup>(4)</sup> относил отложения хребта Гурбан-Сайхан вообще палеозою, не расчленяя их на более дробные стратиграфические подразделения. В. К. Чайковский <sup>(10)</sup>, производивший геологические исследования в Кентее — восточнее Улан-Батора, ссылаясь на находку В. А. Обручевым нижекарбоновой фауны в долине р. Шара-Гол, отнес граувакковую свиту Монголии к карбону, отметив при этом наличие в ней «постепенности изменении физиономии пород при переходе от типичных граувакк к порывающим их углистым сланцам и песчаникам с флорой тунгусской свиты». Скажем еще несколько слов о мнении Ю. М. Шейнманна <sup>(11)</sup> по поводу возраста граувакковой свиты. Этот исследователь, как известно, никогда не работал в Монголии, но ссылаясь на литологическое сходство граувакковой свиты Кентея с граувакками Восточного Забайкалья, относил первую к мезозою, что являлось, конечно, совершенно неверным. В. А. Обручев также неоднократно обращался к проблеме установления возраста и условий образования граувакковой свиты Монголии. В 1936 г., на основании имевшихся к тому времени сведений, он пришел к выводу, что граувакковая свита обнимает не только нижний карбон, но и более древние формации — именно девон, силур, кембрий и протерозой, или же некоторые из них, что в таком случае с перерывом <sup>(16)</sup>. На наличие перерывов в осадконакоплении указывают, по его мнению, грубые базальные конгломераты, наблюдавшиеся геологическими экспедициями Академии наук СССР в основании нижнего и верхнего силура в Северном Хангае и Туве.

В 1945 г. В. А. Обручев <sup>(7)</sup> отказался от предположения о протерозойском возрасте хотя бы части граувакковой свиты, так как для выделения ее не было достаточных оснований, и счел возможным протерозойский возраст сохранить только для отложений бархинской свиты, отделенной от граувакковой большим перерывом с дислокацией, интрузией и размывом, соответствующими перерыву, повсюду наблюдаемому между протерозоем и нижним палеозоем. Граувакковую свиту В. А. Обручев относил к континентальным образованиям нижнего палеозоя, одновременным с морскими отложениями кембрия и силура соседней северной части Центральной Азии. Он не исключал также возможности отнесения части ее к девону. Верхнюю часть с нижекарбоновой фауной он считал более молодой, отделенной от главной части перерывом, обусловленным горообразовательными движениями и размывом.

В 1954 г. В. А. Обручев <sup>(8)</sup> снова возвратился к вопросу о возрасте граувакковой свиты. Рассмотрев часть фондовой литературы, он отметил, что, к сделанному выводу прибавить можно немного; наличие более древней, возможно протерозойской, бархинской формации осталось еще не доказанным окончательно, более того — оно поставлено под большое сомнение.

В. А. Обручев высказал предположение о развитии этих отложений в ядрах некоторых складок нижнего палеозоя по южной окраине Кентея к югу от Улан-Батора на границе с впадиной Гоби, где кое-где выступает древний фундамент.

Новейшие исследования не подтвердили этого предположения и показали, что всюду в этом районе достаточно широко распространены разнообразные по составу немые толщи среднего палеозоя и фаунистически охарактеризованные пермские отложения. Отсутствуют эти отложения и в более южных районах. Так, С. Н. Алексейчик <sup>(1)</sup> на основании своих собственных наблюдений, а также материалов А. Я. Стефаненко, собранных главным образом в районе города Сайн-Шанды и поселков Дзамын-Удэ, Дариганга и Байшинту, в Юго-Восточной Монголии, пришел к выводу, что отложения этой формации, считавшиеся ранее докембрийскими или палеозойскими, на основании собранной в них фауны, относятся к силурийской и девонской системам и являются не континентальными образованиями, а морскими.

Сходство описанных выше палеонтологически немых толщ Кентея с фаунистически охарактеризованными отложениями силура и девона Юго-

Восточной Монголии и отложений нижнего карбона, наблюдавших В. А. Обручевым <sup>(5)</sup> по р. Шара-Гол, а другими исследователями — в некоторых других районах страны, позволяют нам полностью присоединить к выводу С. Н. Алексейчика о принадлежности большей части разреза этой толщи к среднему палеозою.

Вместе с тем, присутствие в поле развития этих отложений фаунистически охарактеризованных ниже- и верхнепермских пород, очень сходных по своему составу и степени метаморфизма с немymi толщами среднего палеозоя Кентея, из состава которых они и были выделены, позволяет нам так считать, что эти немые толщи обнимают собой не только средний, но и верхний палеозой, в частности отложения пермской системы. Последние установлены под Улан-Батором и южнее последнего, в большой излучине Керулена, в бассейне р. Ульдзы и в некоторых других районах страны, где и того они относились к нижнему или среднему палеозою.

Эти палеонтологически немые средне- и верхнепалеозойские отложения Восточной Монголии несомненно являются морскими и прибрежно-морскими образованиями. Большая их мощность, достигающая местами 16—19 км, свидетельствует о том, что они накапливались в огромном по своим размерам геосинклинальном бассейне.

Поступило  
27 II 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> С. Н. Алексейчик, ДАН, 58, № 8 (1947). <sup>2</sup> Б. М. Куплетский, Матер. Ком. по иссл. Монгол. и Танну-Тув. Нар. Респ. и Бурят-Монг. АССР, в. 1, Изд. АН СССР, 1929. <sup>3</sup> З. А. Лебедева, Тр. Монгол. ком. АН СССР, в. 16 (1933). <sup>4</sup> А. А. Маккавеев, Пробл. сов. геол., 5 (1935). <sup>5</sup> В. А. Обручев, Центральная Азия, Северный Китай и Нань-Шань, 1 и 2, СПб., 1900—1901. <sup>6</sup> В. А. Обручев, Геология Сибири, 1—3, Изд. АН СССР, 1935—1938. <sup>7</sup> В. А. Обручев, Сборн. Изв. по геологии Сибири, 1, Изд. АН СССР, 1945. <sup>8</sup> В. А. Обручев, Тр. Монгол. ком., в. 6, Изд. АН СССР (1954). <sup>9</sup> М. А. Усов, Изв. Геол. ком., 34, № 297 (1911). <sup>10</sup> В. К. Чайковский, Проб. сов. геол., 5 (1935). <sup>11</sup> Ю. М. Шейнман, Пробл. сов. геол., 5 (1935). <sup>12</sup> Ch. P. Berkeley, Fr. K. Morris, Geology of Mongolia, N. Y., 1927. <sup>13</sup> A. W. Grabau, The permian of Mongolia, 4, N. Y., 1927. <sup>14</sup> P. Teilhard de Chardin, Bull. Geol. Soc. China, 9, № 2 (1930).

Н. Н. МАРТЬЯНОВ

К ГЕОЛОГИИ ПЕГМАТИТОВ НАГОРЬЯ САНГИЛЕН  
(ЮГО-ВОСТОЧНАЯ ТУВА)

(Представлено академиком Д. И. Щербаковым 4 III 1957)

Опубликованные в литературе сведения о пегматитах юго-востока Тувы ограничиваются пока лишь упоминаниями пегматитовых жил по р. Мюрен<sup>(2)</sup>. Между тем, собранные нами в 1952 — 1954 гг. данные позволяют говорить о существовании на юго-востоке Тувы обширного пегматитового поля. Уже приводится краткая характеристика этого поля на примере его юго-западного участка\*.

Изученный район расположен на междуречьи Тесь-хем — Качик. Он сложен немой метаморфизованной, вероятно, Prz терригенной толщей, согласно покрывающей ее также, вероятно Prz, немой метаморфизованной карбонатной толщей. Согласно залегание метаморфизованных толщ, отмеченное еще А. И. Левенко<sup>(3)</sup>, но отрицаемое А. Л. Додиним и др., подтверждается наличием между ними прерывистой зоны переслаивания мощностью до 300 м.

Терригенная толща района, судя по остаткам первичных осадочных пород, сохранившихся в местах более слабого ее метаморфизма, слагалась рассланцованными аргиллитами, замешавшимися к востоку от р. Ара-булак рассланцованными алевролитами с пачками рассланцованных аргиллитов и кварцевых песчаников. В последних под воздействием гранитов образовались массивные роговики и кварциты (междуречье Ара-булак — Арат), а в алевролитах кроме того — пятнистые роговики с биотитом и мраморином и, дальше от интрузива, пятнистые сланцы (г. Хацурту-ула). Пегматиты в этих породах отсутствуют.

В аргиллитах в результате воздействия тех же гранитов образовался широкий контактный ореол инъекционных гранат-биотитовых гнейсов, переходящих при удалении от гранитов в кварц-фибrolит-слюдяные локально альбитизированные сланцы, замещающиеся далее филлитами, содержащими иногда реликты аргиллитов. В гнейсах и сланцах содержится большое количество пегматитовых жил, распространенных, однако, в этих породах не повсеместно\*\*.

Карбонатная толща района последовательно с востока на запад представлена: серыми послойно окварцованными «вонючими» мраморизованными известняками, серовато-белыми мелкозернистыми мраморами с мелкими вкраплениями графита, и, наконец, белыми средне- и крупнозернистыми мраморами с крупными листочками графита. Таким образом, увеличение ме-

\* Некоторые наши наблюдения, касающиеся геологии данного района (разделение раз-  
ных здесь отложений на нижнюю — терригенную и верхнюю — карбонатную толщ и  
связь метаморфизма этих толщ не с региональным, а с контактным метаморфизмом прорывающих их гранитов и др.) были использованы Л. Н.  
Сонтьевым в его сводной работе<sup>(4)</sup>.

\*\* Это обстоятельство, а также пневматолитический характер экзоконтактного воздей-  
ствия пегматитовых жил не позволяют согласиться с представлением<sup>(4)</sup> об участии пегма-  
титов в образовании контактных гнейсов.



таморфизма карбонатных пород сопровождается посветлением их окраски и совпадает с усилением метаморфизма терригенной толщи. В мраморах встречаются иногда отдельные жилы пегматитов.

Граниты, метаморфизующие осадочный комплекс, являются средними и крупнозернистыми розовато-серыми микроклиновыми породами с олигоклазом № 25—28 и небольшим количеством биотита. В качестве акцессорных минералов присутствуют апатит, титаномагнетит, циркон; вторичных — серицит, хлорит. В апикальных фациях появляется альмандин и мусковит. Химический состав гранитов характеризуется повышенным содержанием  $\text{SiO}_2$  (72—76%) и  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  (4—5%), пониженным —  $\text{CaO}$  (0,6—1,5%) и  $\text{MgO}$  (0,4—0,5%), а также преобладанием  $\text{K}_2\text{O}$  (5—6%) над  $\text{Na}_2\text{O}$  (3—1%). В контакте с карбонатными породами в гранитах увеличивается содержание  $\text{CaO}$  (до 3,3%),  $\text{Na}_2\text{O}$  (до 3,5%),  $\text{Ti}$ ,  $\text{P}$ ,  $\text{F}$  и уменьшается содержание  $\text{SiO}_2$  (до 67%) и  $\text{K}_2\text{O}$  (до 3,6%); при этом появляется обыкновенная роговая обманка, сфен и флюорит. Спектральными анализами в гранитах обнаруживаются  $\text{Sn}$ ,  $\text{W}$ ,  $\text{Li}$ ,  $\text{B}$ ,  $\text{F}$ ,  $\text{Ga}$ , в шлихах —  $\text{SnO}_2$ , шеелит, иногда  $\text{MoS}_2$  и фергусонит.

В гранитах намечается связь их структур в апикальной фации с составом первичных вмещающих пород: в аргиллитах граниты имеют порфиризовидную структуру, в карбонатных породах, отчасти алевролитах — гматтоидную с участками аплитовидной, графической и гнездами блоковой. При этом в аргиллитах граниты сопровождаются жилами пегматитов, составляющими иногда их жильную фацию, и в карбонатных породах и в алевролитах пегматиты обычно развиваются в форме апикальной фации гранитов, т. е. *in situ*.

Возраст гранитов точно не установлен, но на основании их петрохимического и металлогенического сходства с гранитами сютхольского комплекса (1) его можно условно считать девонским.

В структурном отношении район представляет северное крыло крупной субширотной антиклинали, в осевых частях которой размещается интрузия упомянутых гранитов, вытянутый в широтном направлении. Крыло основной структуры осложнено рядом куполовидных антиклиналей, три из которых располагаются на территории рассматриваемого района: меньшая — в ур. Хушетин-гоби к западу от г. Цоол, средняя — между меридианом г. Цоол и рч. Ара-булак, а наиболее крупная — к востоку от рч. Ара-булак. Куполовидные складки в свою очередь осложнены разнообразными в морфологическом отношении еще более мелкими складками, имеющими достаточно отчетливо выраженную ось и расположенными под разными углами к основной структуре.

На территории двух первых из указанных куполовидных складок, где первично терригенная толща была однородна, пегматиты в ней распределяются довольно равномерно, располагаясь в контактных гнейсах и сланцах по направлению сланцевости. На территории восточной куполовидной антиклинали, где разрез терригенной толщи был неоднороден, пегматиты распределяются неравномерно, приурочиваясь к пачке метаморфизованных аргиллитов (г. Оват, г. Баян-ула). В карбонатную толщу как к западе, так и на востоке района пегматитовые жилы проникают редко, причем крупные мусковитовые пегматиты, как правило, локализируются группами по 5—10 жил в мелких антиклиналях близ контакта с карбонатной толщей (например, обнаруженное нами месторождение Марат в верховьях правого притока одноименного ручья).

Пегматитовые жилы района имеют мощность от 0,06 до 60 м и прослеживаются по простиранию на расстояние от 0,2 до 400 м. Форма жил обычно плитообразная, но вдали от гранитов иногда бывает сигарообразной. Около контакта с карбонатной толщей пегматиты приобретают линзовидную сложно-изогнутую и штокообразную форму. Вокруг крупных линзобразных тел в сланцах имеется зона шириной до 25 м мелкой дополнительной складчатости, переходящей в пloyчатость и затухающей к периферии.



Экзоконтактные изменения вокруг жил выражаются в сланцах образованием зоны роговиков (до 2 м), а около мусковитовых пегматитов кроме того образуется вытянутый по простиранию ореол интенсивной мусковитизации шириной до 50 м и реже — турмалинизации сланцев, шириной до 1 м. В карбонатных породах жилы сопровождаются окварцеванием или зоной трепуховатых диопсидовых пород (до 0,6 м).

Пегматиты обладают аплитовидной, ортотектитовой, графической и пегматоидной структурами, а также вторичными структурами замещения. Текстура жил массивная, участковая или зональная. В жилах участкового сложения структурные разновидности пегматита располагаются без видимой закономерности, а в зональных телах они образуют последовательные концентрические оболочки, причем пегматоидные структуры и структуры замещения тяготеют к центру жил. Полную зональность чаще имеют линзовидные тела, где число зон максимальное. Однако горизонтальная зональность в этих телах выражена не так четко, как в зональных телах штокообразной формы, где, несмотря на минимальное количество структурных зон, последние выражены ясно. Напротив, в штокообразных телах ширины наличие вертикальной зональности горизонтальная — практически отсутствует и аплитовидные оторочки не образуются.

Минералогический состав пегматитов относительно прост. В пегматитах, залегающих в гнейсах и сланцах, он представлен микроклином (иногда ортоклазом), кварцем, олигоклазом № 20—25, альбитом, биотитом, мусковитом, шерлом, альмандином. Реже встречаются: апатит, берилл, трифелин, ванадомангнетит, пирит,  $\text{CaF}_2$ , циркон,  $\text{SnO}_2$ , колумбит. В зоне окисления встречается сиклерит, гетерозит и лимонит. Большое влияние на гипергенные процессы оказывают поверхностные воды, обогащенные  $\text{H}_2\text{S}$  <sup>(5)</sup>.

Минералогический состав пегматитов, залегающих в карбонатной толще, еще более прост: обычно это тела, на 80—95% состоящие из плагиоклаза и микроклина с чрезвычайно низким содержанием кварца. В некоторых жилах отмечается участие диопсида, флогопита, корунда, графита. За пределами рассматриваемого района в карбонатной толще образуются сподуменовые пегматиты, которых мы здесь не касаемся.

Все пегматиты, залегающие в гнейсах и сланцах, т. е. в первично терригенной толще, могут быть подразделены на три группы.

1. Биотитовые пегматиты ортотектитовой и графической структуры и простого минералогического состава (микроклин, кварц, саблевидный биотит, плагиоклаз, иногда мусковит). Процессы замещения в них практически отсутствуют. Жилы залегают в гнейсах и частично в биотитовых сланцах, имеют плиткообразную форму, массивную или участковую текстуру, но могут обладать и горизонтальной зональностью. Они составляют более 90% жил пегматитового поля.

2. Микроклиновые пегматиты пегматоидной структуры и очень простого минералогического состава (микроклин и кварц, иногда турмалин и биотит). Процессы замещения для этих пегматитов не характерны и отмечаются только в самых верхних частях жил, где появляется мусковит. Жилы залегают в биотитовых, реже фельдшпатизированных сланцах. Они имеют линзовидную или штокообразную форму, массивную или слабозональную текстуру. В последнем случае по вертикали в жилах устанавливаются переходы в пегматиты первой и третьей группы. Горизонтальная зональность, особенно в случае штокообразной формы, слабо заметна. Пегматиты составляют не более 5% жил поля.

3. Мусковитовые пегматиты пегматоидной структуры и разнообразного минералогического состава. В них находятся все минералы, свойственные пегматитам поля, в том числе и акцессорные минералы материнских гранитов. Особенно широко развиты мусковит и шерл, кристаллы которых достигают больших размеров (мусковит до  $5 \times 10 \times 20$  см, шерл до  $4 \times 6 \times 40$  см). Мусковит в жилах распределяется неравномерно: гнездами (до  $1 \times 3$  м) и пачками. Качество мусковита хорошее. Пегматиты характеризуются раз-

витием процессов замещения, выражающихся образованием кварц-мусковитового комплекса. Жилы залегают только в двуслюдяных сланцах, имеющие линзовидную форму, часто обладают зональностью. Среди пегматитов они составляют не более 3—5%.

Все вышесказанное позволяет сделать следующие выводы. Пегматитовые жилы района связаны с микроклиновыми, видимо, девонскими гранитами. Каждая из выделенных групп пегматитов располагается в соответствующих метаморфических породах, образовавшихся в результате контактного метаморфизма рассланцованных аргиллитов. В карбонатную толщу пегматитовые жилы проникают редко. Поэтому в пегматитовом поле преобладают пегматиты чистой линии, и перспективы нахождения пегматитов в карбонатных породах ограничены. Мусковитовые пегматиты обычно локализуются близ карбонатной толщи в мелких антиклиналях и сопровождаются зонами деформированных сланцев, а также мусковитизацией и реже турмалинизацией вмещающих пород. Крупных месторождений мусковита в районе обнаружить не приходится. Возможность же открытия месторождений небольшого масштаба со слюдой хорошего качества вполне вероятна.

Совет по изучению производительных сил  
Академии наук СССР

Поступило  
1 III 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Т. Н. Иванова, Н. И. Полевая, Информ. сборн. ВСЕГЕИ, № 4 (1955).  
<sup>2</sup> В. А. Кузнецов, Изв. АН СССР, сер. геол., № 5 (1946). <sup>3</sup> А. И. Левенко, ДАН, 65, № 2 (1949). <sup>4</sup> Л. Н. Леонтьев, Тр. Тувинск. компл. эксп., 4, Изв. АН СССР (1956). <sup>5</sup> Н. Н. Мартьянов, Н. Г. Пиневич, ДАН, 47, № 1 (1954).

Ц. О. ОЧИРОВ

## ФАЦИАЛЬНОЕ СТРОЕНИЕ И СХЕМА РАСЧЛЕНЕНИЯ ГУСИНООЗЕРСКОЙ УГЛЕНОСНОЙ ТОЛЩИ

(Представлено академиком Д. В. Наливкиным 1 III 1957)

Гусиноозерский угленосный район расположен в 120 км к югу от г. Улан-Удэ, в пределах Селенгинского аймака Бурят-Монголии и геоморфологически представляет собой межгорную впадину (ограниченную с северо-запада Хамбинским хребтом, с юго-востока Моностойским хребтом), являющуюся одной из тех четковидно расположенных впадин, которые входят в систему обширной Гусино-Удинской депрессии. В структурном отношении район представляет крупную синклинали северо-восточного простирания на фоне одностороннего грабена, на что указывалось ранее и другими исследователями. Угленосные отложения, на основании определения Г. Г. Мартинюком пресноводной фауны пелеципод (*Ferganoscopcha*, *Plicatounio*, *Unio*, *Ungena*), относятся к средней и верхней юре и нижнему мелу. В северо-западной части Гусиноозерской впадины они подстилаются верхнепалеозойским (или нижнемезозойским) порфиритовым комплексом и на незначительном участке в северной ее части — красными палеозойскими гранитами.

В результате многолетних работ в области развития мезозойских угленосных отложений Забайкалья, и в частности Гусиноозерской впадины, Н. А. Флоренсову<sup>(1)</sup> удалось составить схему геологического строения угленосной толщи Гусиноозерского района, которая значительно отличается от ранее предложенных схем. Он делит весь разрез на три свиты: 1) свита хамбинских конгломератов мощностью 200—250 м, 2) песчанико-алевролитовая свита мощностью 250—300 м, 3) песчанико-аргиллитово-углистая (угленосная продуктивная) свита мощностью 1150—1400 м. В угленосной свите он выделяет три подсвиты: нижнюю, среднюю и верхнюю.

Предложенная Н. А. Флоренсовым стратиграфическая схема нашла в основном подтверждение в наших литолого-фациальных исследованиях, которые позволили обосновать главные ее подразделения, детализировать строение отдельных свит и сопоставить разрезы некоторых разведочных участков. Наблюдения над характером пространственной связи генетических типов пород, слагающих угленосную толщу, позволили нам выявить некоторые закономерности фациального строения толщи, которые легли в основу ее расчленения (рис. 1).

По степени насыщенности разреза отложениями болотных фаций, т. е. по степени угленосности, вся толща может быть подразделена на три свиты: нижняя (500—540 м) — нижняя безугольная свита; средняя (900—1110 м) — угленосная свита; верхняя (360—400 м) — верхняя безугольная свита.

Кроме того, нижнюю безугольную свиту мы подразделяем по литолого-фациальным признакам на две подсвиты, а среднюю (угленосную) — на три подсвиты. Нижняя безугольная свита объединяет две нижние свиты Н. А. Флоренсова (свиту хамбинских конгломератов и песчанико-алевролитовую); угленосная свита нашей схемы в общем соответствует песчанико-аргилитоуглистой свите Н. А. Флоренсова. Верхнюю часть выделенной нами верхней безугольной свиты Н. А. Флоренсов описывает как фацию монолитных конгломератов.



Остановимся кратко на литолого-фациальной характеристике выделенных нами свит.

Нижняя безугольная свита представлена в основном грубообломочными, гравийно-галечными и крупнозернистыми песчаными отложениями, связанными своим происхождением в основном с пролювиями.

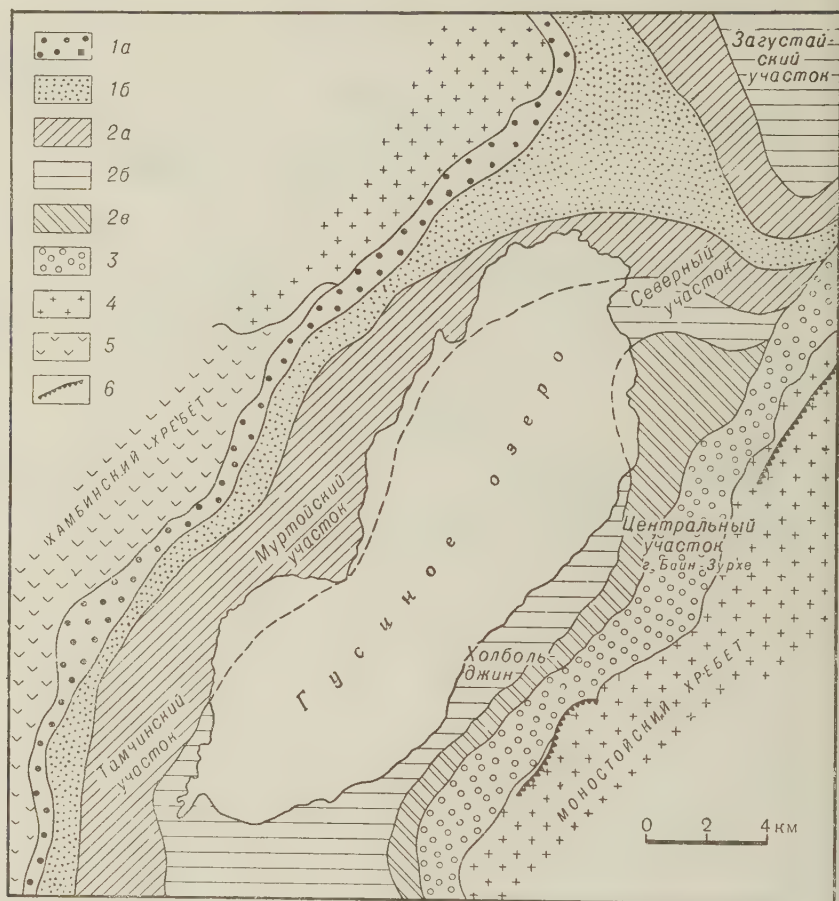


Рис. 1. Схематическая геологическая карта Гусиноозерского угленосного района. Нижняя безугольная свита: 1а — нижняя подсвита, 1б — верхняя подсвита; угленосная свита: 2а — нижняя подсвита, 2б — средняя подсвита, 2в — верхняя подсвита; 3 — верхняя безугольная свита; 4 — граниты; 5 — порфиритовый комплекс; 6 — налоги

ными фациями. Породы этой свиты обнажаются в оврагах в северо-западной части Гусиноозерской впадины.

Нижняя подсвита представлена отложениями конусов выноса временных потоков и характеризуется преобладанием плохо сортированных крупных и среднегалечных, иногда валунных конгломератов, которым подчинены песчаники. Мощность подсвиты 120—140 м.

Верхняя подсвита отличается от нижней появлением озерных фаций наряду с отложениями конусов выноса, сложена крупно- и среднезернистыми песчаниками, прослоями конгломератов; в верхних горизонтах подсвиты появляются мелкозернистые песчаники и маломощные прослои алевролитов, аргиллитов и углистых аргиллитов. Мощность подсвиты 380—400 м.

Угленосная свита сложена комплексом осадков речных, озерных и болотных фаций; ничтожное значение имеют здесь пролювиальные отложения. Главной особенностью этой свиты является присутствие уго-



ых пластов, т. е. образований болотных фаций, которые пространственно генетически связаны с фациями озер и вместе с тем завершают каждый этап развития речной деятельности. При этом отмечается прямая зависимость между мощностью речного аллювия и мощностью непосредственно ледующего за ним по разрезу пласта угля. Породы угленосной свиты скрыты бурением на Тамчинском, Северном, Загустайском, Центральном, Холбольджинском и Муртойском участках, естественные выходы пород этой свиты можно наблюдать по ряду оврагов восточного и западного берегов Гусиного озера. По сочетанию фациальных типов пород угленосная свита может быть подразделена на три подсвиты.

Нижняя подсвита характеризуется тем, что в ее составе значительную роль играют осадки озерных и болотных фаций; меньшую — грубозернистые осадки конусов выноса временных потоков и речных фаций. Болотные фации, представленные углями и углистыми породами, составляют сравнительно маломощные слои, но нередко на отдельных участках угольные пласты достигают значительной мощности (до 1,5—2 м). Отложения этой подсвиты распространены в низах разреза Тамчинского, Муртойского, Северного и Загустайского участков. Мощность подсвиты 400—450 м.

Средняя подсвита отличается от нижней значительным увеличением роли речных отложений, а также увеличением мощности болотных фаций. К этой подсвите, особенно к ее верхним горизонтам, приурочены наиболее мощные угольные пласты. Отложения подсвиты распространены в верхах разреза Тамчинского и Загустайского участков, в средней части Северного участка и в низах разреза Центрального и Холбольджинского участков. Мощность подсвиты 360—400 м.

Верхняя подсвита характеризуется уменьшением роли речных отложений и заметным преобладанием фаций проточных и застойных озер и болот. Угольные пласты в этой подсвите имеют меньшую мощность и перемежаются прослоями углистых и слабо углистых аргиллитов. Отложения верхней подсвиты развиты в пределах Северного, Центрального и Холбольджинского участков. В пределах последних двух участков угольные пласты часто выклиниваются и несут следы размыва аллювиальными потоками. Мощность подсвиты 220—260 м.

Верхняя безугольная свита характеризуется грубоблоковыми пролювиально-аллювиальными отложениями, представленными в основном конгломератами, гравелитами и разнородными песчаниками; подчиненное значение имеют мелкозернистые песчаники, алевролиты и аргиллиты.

Лишь в нижних горизонтах свиты встречаются прослои углей, углистых пород и битуминозных «бумажных» сланцев (овраг малый Каян). Отложения свиты развиты по восточной окраине Гусиноозерской впадины. Мощность свиты 360—400 м.

Накопление осадочного материала угленосной толщи связано с двумя циклами седиментации, которые несомненно обусловлены особенностями тектонических движений, происходивших как в области осадконакопления, так и в прилежащих к ней областях размыва.

К первому (юрско-меловому) циклу седиментации относится образование осадков нижней и средней (угленосной) свит. Характер чередования фациальных типов пород в разрезах этих свит рисует картину непрерывного развития области аккумуляции и отражает определенную направленность процесса этого развития.

Ко второму (меловому) циклу седиментации относятся осадки верхней безугольной свиты, которые вероятно, представляют лишь нижние горизонты второго этапа мезозойского осадконакопления на интересующей нас территории.

Вполне возможно, что второй цикл мезозойской седиментации, угленосная часть которого отсутствует в пределах Гусиноозерской впадины, имел более полное развитие в соседних впадинах Гусино-Удинской депрессии.

В Убукунской, Оронгойской, Иволгинской и других впадинах этой депрессии, где известно наличие углепроявления, могут быть полностью представлены оба цикла осадконакопления.

Интересно отметить, что Дабан-Горхонское месторождение, расположенное в северо-восточном конце Гусино-Удинской депрессии сложено угленосными отложениями мелового возраста. Возможно, что угленосная толща этого месторождения соответствует верхней части второго седиментационного цикла, выявленного в Гусиноозерском районе. В этой связи, естественно можно предположить, что в более нижних горизонтах Дабан-Горхонского месторождения присутствует угленосная часть первого цикла седиментации.

Таким образом, предложенная нами схема расчленения угленосной толщи Гусиноозерского района дает основания для выводов практического значения. В частности, в пределах Гусиноозерского района возможно наличие угольных пластов в более глубоких горизонтах между оврагом Ар-Ганга (врезается в сопку Баин-Зурхе) и разведанной частью Центрального участка (в районе оврагов Большой и Малый Ползуны). Весьма вероятно нахождение угольных пластов между Центральным и Холбольджинским участками и южнее последнего, а также на глубоких горизонтах в районе оврагов Средний, Малый Хаяны и Ташир. Перспективными являются также площади к югу и северу от Тамчинского участка к северу и северо-востоку от разведанных полей Загустайского участка.

Лаборатория геологии угля  
Академии наук СССР  
Ленинград

Поступило  
28 II 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Н. А. Флоренсов, Автореферат докторской диссертации, МГУ, 1955.  
<sup>2</sup> Г. Г. Мартинсон, ДАН, 105, № 2 (1955).

Н. В. РЕНГАРТЕН

## РОЛЬ ПИРОКЛАСТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА В КАРАГАНДИНСКОЙ СВИТЕ КАРАГАНДИНСКОГО БАССЕЙНА

(Представлено академиком Д. В. Наливкиным 15 III 1957)

Изучение вещественного состава карбоновых отложений Северного Казахстана (Карагандинский и Акмолинский бассейны, Завьяловское, Кулан-Атмекское месторождения и др.) позволило установить, что характерной чертой ряда угленосных свит является наличие в них пирокластического материала. Настоящее сообщение касается некоторых особенностей состава строения карагандинской свиты Карагандинского бассейна, вызванных присутствием вулканогенного, пеплового материала.

Карагандинская свита (мощностью 850—900 м) сложена в основном пелитовыми песчаниками (иногда с гравийно-галечным материалом), алевролитами, аргиллитами, углистыми аргиллитами и углями. Подчиненные по мощности прослои образуют мергели, сидериты и, как показали наши исследования, прослои пепловых туфов. По комплексам фациальных признаков свита подразделяется <sup>(1)</sup> на четыре части. Самая нижняя часть (~200 м), заключающая в себе угольные пласты от  $k_1$  до  $k_5^3$  представлена прибрежноморскими осадками, перемежающимися с отложениями приморских болот. Вторая часть (~450 м) охватывает интервал разреза от угольного пласта  $k_5^3$  до  $k_{16}$  и характеризуется различными осадочными образованиями дельтовой области (русловых притоков, пойменных и старичных озер, болот и т. д.). Третья часть свиты — от угольного пласта  $k_{16}$  до  $k_{18}$  (~160 м) — представлена преимущественно озерно-болотными отложениями. Самая верхняя часть свиты — от угольного пласта  $k_{18}$  до  $k_{20}$  (~120 м) — состоит из часто чередующихся осадков проточных и застойных озерных водоемов, речных и временных протоков.

Пирокластический материал входит в состав всех частей разреза свиты и присутствует в виде прослоев пепловых туфов, в виде примеси пепловых частиц в терригенных осадках, а также в виде переотложенного речными водами свежевывавшего в областях размыва туфогенного материала.

Пепловые туфы ассоциируют с алевро-пелитовыми породами и углями. Примесь пеплового материала наблюдается в алевролитах и глинистых пелитовых породах. Песчаные осадки, особенно речного происхождения, обычно не содержат непереотложенных пирокластических частиц. Очевидно, в тех случаях, когда вулканический пепел заносился в болота или в бассейны застойными водами, он быстро выпадал в осадок, образуя прослои чистых туфов. В условиях же проточных озер или прибрежных зон моря с достаточной подвижностью водных масс, пепел оседал не сразу, а подвергаясь общим условиям динамики среды, претерпевал перемещения и затем выпадал в осадок вместе с тонким, алевропелитовым терригенным материалом. Наиболее благоприятными условиями седиментации пепла являлись фации текучих вод, где пирокластические частицы могли и совсем не осесть на дно, а быть вынесенными течением за пределы интересующей нас области накопления.



Устанавливается определенная закономерность в распределении пирокластического материала по разрезу карагандинской свиты.

В нижней части свиты отчетливо выявляются четыре горизонта, обогащенных пирокластическим материалом. Эти горизонты состоят из витрокластических (с примесью осколков кристаллов) туфов, которые образуют подпочву и прослои угольных пластов  $k_1$ ,  $k_2$ — $k_3$ ,  $k_4$  и  $k_5^3$ . В алевроитовых и песчаных слоях, заполняющих собой угольные межпластья этой части разреза, иногда улавливается примесь пепловых частиц кварца, плагиоклазов, слюд.

Во второй части свиты, в интервале от угольного пласта  $k_5^3$  до  $k_{12}$ , пепловый материал как примесь входит в состав отдельных прослоев среди озерных отложений. Устойчиво выдерживается слой туфа внутри болотных осадков, генетически связанных с угольным пластом  $k_8$ .

Интервал разреза от угольного пласта  $k_{13}$  и до  $k_{15}$  отличается большим своеобразием. Здесь развиты хорошо известные карагандинским геологам зеленые песчаники, которые сопровождаются такого же цвета алевролитами и аргиллитами. Песчаники по генезису связываются с отложениями русловых протоков в дельте, а алевролиты и аргиллиты — с осадками озерных озер. Оказалось, что среди озерных отложений присутствуют и прослои витро- и кристаллокластических туфов. Примесь пеплового материала наблюдается внутри угольного пласта  $k_{13}$ . Особенно выделяется горизонт обогащенный пирокластическим материалом среди озерно-болотных отложений, включающих угольный пласт  $k_{14}$ . Зеленые алевролиты и песчаники представляют собой сцементированные хлоритом обломки гналопилитов, основной массы порфиритов и их плагиоклазовых вкрапленников. Отчетливо устанавливается, что обломки порфиритов поступали в водоем свежими, не затронутые выветриванием, и только в осадке, при диагенезе и дальнейших процессах они подвергались разложению с образованием хлорит-титановых минералов, карбонатов и др. Внезапное обогащение в этом интервале разреза терригенных осадков обломками порфиритов наряду с появлением здесь же прослоев кристаллокластических туфов мы объясняем возникновением в областях размыва нового источника сноса — свежевыпавшего пепла или эффузивного покрова, который и начал поставлять (с помощью рек) в область седиментации главную массу обломочного материала.

Третья часть свиты (интервал  $k_{16}$ — $k_{18}$ ) характеризуется отсутствием в осадках пирокластического материала.

В верхней части свиты (интервал  $k_{18}$ — $k_{20}$ ) фиксируется прослой кислого витрокластического туфа среди озерных отложений кровли угольного пласта  $k_{18}$ . Выше по разрезу наблюдается примесь пепловых частиц в глинистых и алевроитовых осадках озерных фаций. Пепел, заносившийся в бассейн в период накопления осадков карагандинской свиты представлял собой осколки вулканического стекла и обломки кристаллов ( $<0,15$  мм) плагиоклазов кварца и слюд. Пирокластический материал из нижних частей свиты (интервал  $k_1$ — $k_{12}$ ) был связан с кислыми эффузивами (гранодиоритами). Интервал свиты от  $k_{13}$  до  $k_{15}$  характеризовался преобладанием продуктов распыления лав среднего состава — типа порфиритов. В верхней же части свиты пирокластический материал отвечал составу кислых лав.

При диагенезе и других процессах минеральных преобразований осадков пепловые частицы, особенно витрокластические, претерпевали различные изменения, которые в итоге привели к полному их разложению с образованием ряда глинистых продуктов. Поэтому в разрезах свиты туфы имеют облик глинистых пород и лишь при микроскопических исследованиях удается уловить их первичную пирокластическую природу. Туфы кислого состава, которые присутствуют в нижних частях свиты (в интервале  $k_1$ — $k_{12}$ ), а также в самой ее верхней части (выше  $k_{18}$ ) при своем разложении имеют тенденцию давать глинистые продукты монтмориллонитовой группы. Туфы же эффузивов среднего состава (порфиритов), заключенные в разрезе ме-



у пластами  $k_{13}$ — $k_{15}$  преобразовывались в хлориты. Однако оказалось, что характер превращений пепловых частиц в осадке определялся не только составом исходного пирокластического материала, но в значительной мере особенностями среды седиментации, диагенеза и др.

Одним из существенных факторов, влиявших на минеральные преобразования пеплов, являлись богатые гумусовыми кислотами воды торфяных болот.

Обычно пепловые туфы, которые заключены в виде прослоев внутри угольных пластов, представляют собой белые или палевые глинистые породы, в значительной части состоящие из каслинита; как примесь в них присутствуют осколки кристаллов кварца и плагиоклазов. В каолиновой массе нередко сохраняются характерные очертания осколков вулканических стекол. Пепловые туфы, подстилающие угольные пласты, бывают различной степени каолинизованы и в общем имеют монтмориллонит-каолиновый или каолинит-монтмориллонитовый состав. По внешнему виду это серые и светло-серые, неслоистые породы с корневыми остатками, новообразованиями сидерита (иногда и анкерита). Под микроскопом отчетливо проявляется витрокластическая структура туфа, и легко можно наблюдать частичное замещение монтмориллонитизированных пепловых частиц каолинитом. Кислые пепловые туфы, находящиеся выше угольных пластов ( $k_8$  и  $k_{18}$ ), состоят в значительной мере из монтмориллонита; в виде примеси в них присутствуют сидерит и гидрослюда.

Хлоритизированные туфы среднего состава, попадая в зону действия гумусовых вод, подвергались каолинизации, по-видимому, труднее, чем монтмориллонитизированные кислые туфы. Здесь иногда удается заметить стационарное изменение хлорита сначала в гидрослюдистый (или монотермитовый) минерал, а затем в каолинит.

Нам представляется, что присутствие пирокластического материала карагандинской свиты Карагандинского бассейна и в ряде других свит угольных бассейнов паралического типа Центрального Казахстана — явление закономерное. Очевидно, определенная стадия развития тектонического режима центрально-казахстанского региона в одних участках обуславливала неоднократное проявление магматической деятельности в се диффузивной форме, а в других — создавала условия накопления мощных угленосных отложений.

Если констатируется в пределах одного тектонического региона синхронность процессов накопления угленосных толщ и вулканической деятельности, то возникает вопрос, в каких формах и степени последняя могла влиять на ход истории угленакопления. Отрицательная роль вулканизма в процессе торфонакопления в областях, близко расположенных от очагов извержения, не вызывает сомнений. Области с обильным выпадением пеплового материала также не могут рассматриваться как благоприятные для развития торфяников. В областях же, настолько удаленных от вулканических очагов, что в них заносится лишь тонкий пепловый материал, пагубное действие вулканизма прекращается. В этих случаях, как нам кажется, может проявиться и иная роль пирокластического материала в процессе формирования угленосных отложений.

Наблюдения показали, что кислые витрокластические туфы часто сопрягаются и подстилают угольные пласты нижней части разреза карагандинской свиты. Накопление пеплового материала шло здесь в условиях приморских болот и краевых зон морского побережья. Процессы первых стадий изменения туфогенного материала приводили к их монтмориллонитизации. Монтмориллонит, обладая большой емкостью поглощения, мог повышать обменную способность болотных почв, увеличивал коллоидные фракции последних и т. д. Кроме того, пирокластический материал обогащал почву фосфором, кальцием, калием и другими элементами, повышающими их плодородие. Словом, пирокластический материал в этих случаях мог послужить как бы естественным удобрением болотных почв.

Таким образом, роль пирокластического материала в карагандинской свите сводится, в общих чертах, к следующему.

1. Присутствие туфогенных прослоев среди нормальноосадочных образований обусловило ряд особенностей литологического строения разреза свиты.

2. Процессы разложения пеплового материала в период формирования свиты оказывали влияние на ход минеральных превращений осадков и обожжения пеплов. В итоге то разнообразие глинистых продуктов изменения пелитовых осадков, которое является теперь характерным для пород карагандинской свиты.

3. Витрокластический материал, заносившийся в торфяные болота, мог активизировать ряд физико-химических процессов в болотных почвах, приводивших в некоторых случаях к повышению плодородия последних.

4. Закономерное распределение в карагандинской свите туфогенных пород и определенный для каждого фациального типа отложений минералогический петрографический облик этих пород могут быть использованы как коррелятивные при сопоставлении и расчленении разрезов свиты. Так, например, выделяются своими петрографическими особенностями туфы, связанные с угольными пластами  $k_1$ — $k_5^3$ ,  $k_8$ ,  $k_{14}$ .

Лаборатория геологии угля  
Академии наук СССР  
Ленинград

Поступило  
14 III 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Т. А. Иш и н а, Тр. Лаб. геологии угля АН СССР, 2 (1954); Н. В. Ренга т е н, Тр. Лаб. геологии угля АН СССР, 2 (1954).

К. Ф. ОРФАНИДИ

## УГЛЕКИСЛОТА В ПОДЗЕМНЫХ ВОДАХ

(Представлена академиком Н. М. Страховым 11 III 1957).

В природных водах, циркулирующих по порам и пустотам горных пород, составляющих кору Земли, всегда обнаруживается присутствие различных газов, количественное содержание которых зависит от условий формирования, циркуляции и залегания подземных вод. Газовый состав этих вод во многих случаях обуславливается конкретной геохимической и биохимической обстановкой, в которой происходит их циркуляция.

В самой верхней части земной коры преобладают азот и кислород; в нижних слоях, в зоне развития преимущественно биохимических процессов, в сильно восстановительных условиях, — метан, азот и сероводород; в районах же, тяготеющих к областям недавней вулканической деятельности, — газы метаморфического и вулканического происхождения, в основном углекислота.

Среди разнообразных газов, встречающихся в подземных водах, значительный интерес представляет углекислота, так как содержание ее в повышенных количествах придает водам важные бальнеологические свойства.

Углекислые воды особенно широким распространением пользуются в областях молодой складчатости, где еще продолжают различные поствулканические процессы. Наглядным примером может служить Кавказ, располагающий большим количеством разнообразных по составу углекислых источников. Мощные ресурсы различных углекислых вод выявлены в районе Кавказских Минеральных Вод.

Подземные воды, насыщенные повышенным количеством углекислоты, представляют собой довольно сложную систему, активную в химическом отношении и переменную в условиях меняющихся температур и давлений.

Переменность физико-химических свойств углекислых вод в различных геохимических зонах обуславливает ряд трудностей при их изучении. Накопленные до сих пор фактические материалы по углекислым водам были получены для самых верхних слоев земной коры, и почти совершенно отсутствуют данные, характеризующие свойства и состав углекислых вод на более глубоких горизонтах. Этот пробел частично может быть восполнен результатами наших исследований.

В 1951 г., при изучении мощных выходов углекислых вод, вскрытых глубокими скважинами в районе станции Нагутской, автор впервые обратил внимание на то, что углекислые воды, выведенные из значительной глубины, содержат большое количество спонтанной углекислоты:

	Растворенная CO <sub>2</sub> , г/л	Спонтанная CO <sub>2</sub> , г/л	Газовый фактор
Скважина Р-1 (ст. Нагутская), с глубины 464 м	1,3	4,7	2,65

Приведенные данные показывают, что поверхностные зоны в физико-химическом отношении резко отличаются от глубинных: здесь, при резком уменьшении давления, большая часть углекислоты выделяется в спонтанное состояние.



Еще более интересные данные были получены при изучении углекислых вод, вскрытых опорной скважиной, заложенной в 5 км к северу от курорта Эссентуки, в пределах так называемого Минераловодского выступа и крупного тектонического нарушения Кисловодск — Эссентуки — Кумагорск (1). Опорная скважина прошла нижнюю часть толщи третичных пород, полностью отложения верхнего и нижнего мела и юры и вошла в изверженные породы, состоящие из палеозойский фундамент.

Углекислые воды соляно-щелочного состава были встречены в карбонатных породах верхнего мела, на глубине 777—787 м и в известняках валанжинского яруса — на глубине 1376—1426 м. При опробовании валанжинского горизонта вышележащие водоносные зоны были изолированы колонной обсадных труб, опущенной до глубины 1352 м.

Дебит углекислой воды при свободном самоизливе составляет 1300 м<sup>3</sup> в сутки, а величина напора на головке скважины равна около 16 атм. Вода по своему химическому составу является гидрокарбонатно-хлоридно-сульфатно-натриевой, с минерализацией около 8 г/л, температура воды у устья скважины, при свободном самоизливе равна 50°.

Изучение газового фактора углекислой воды проводилось путем отбора проб из глубины с помощью глубинного пробоборборника системы ПД-03, выпускаемого заводом МОСКИП. Пробоборборник указанной конструкции позволяет с заданной глубины взять пробу воды вместе с растворенными в ней газами.

Пробоборборник опускался на тросе до заданной глубины, где находился в течение 20—30 мин. (в зависимости от настройки часового механизма, помещенного в самом пробоборборнике).

Схема работы пробоборборника такова. После истечения контрольного времени часовой механизм приводит в движение клапаны, которые герметически закрывают пробоборборник. В таком состоянии последний поднимается на поверхность. Для извлечения пробы на пробоборборник навинчивается соответствующий оголовок с образцовым манометром и вентилем, к которому присоединяются шланги, наполненные водой. Шланги в свою очередь подводятся к мерному, градуированному (опрокинутому) стеклянному баллону, тоже наполненному водой. Давление газа в пробоборборнике после подсоединения оголовка в нашем случае составляло 40—47 атм.

После принятия всех мер предосторожности, заключающихся в удалении воздуха из труб, вентилях, шлангов и мерного сосуда, открывается вентиль, и газ из пробоборборника поступает в мерный сосуд. Наблюдение за понижением давления газа в пробоборборнике, в процессе выделения газа, осуществляется по образцовому манометру (укрепленному на головке пробоборборника).

Пробоборборник опускался нами на глубину 730 и 1270 м по четыре раза на каждую из указанных глубин. При объеме камеры пробоборборника, равном 0,75 л, после каждого подъема извлекалось: воды — от 0,65 до 0,70 л и газа — около 13 л с глубины 730 м и 16,5 л с глубины 1270 м. Результаты отбора проб (вода + газ) с названных глубин оказались следующими:

Глубина взятия пробы, м	Спонтанная CO <sub>2</sub> , г/л	Растворенная CO <sub>2</sub> , г/л	Газовый фактор
730	29,5	1,300	18,8
1270	36,5	1,300	23,5

Величина барометрического давления была равной 704,5 мм, а температура воздуха 28°.

Для определения веса спонтанной углекислоты объем газа в каждом отдельном случае приводился к нормальным условиям (t=0° и P=760 мм).

По данным исследований, проведенных в физико-химической лаборатории Пятигорского бальнеологического института и треста «Кавказнефтегазразведка», спонтанный газ почти целиком (99,5 — 100%) состоит из углекислоты.



Сопоставление полученных данных показывает, что с глубиной количество углекислоты увеличивается с 30,8 г/л (на глубине 730 м) до 37,8 г/л (на глубине 1270 м).

Уменьшение количества углекислоты по мере подъема в условиях обсаженной скважины обуславливается тем, что  $\text{CO}_2$  на этих глубинах существует как в растворенном, так и в спонтанном состоянии; последнее создает разницу в скорости подъема газа и воды, в связи с чем количество  $\text{CO}_2$  от забоя к устью уменьшается. Имеющиеся данные позволяют предполагать, что количество  $\text{CO}_2$  в самом валанжинском горизонте достигает еще больших размеров.

Приведенные фактические данные свидетельствуют о том, что в районе Кавказских Минеральных Вод количество углекислоты с глубиной в общем возрастает и на глубинах свыше 1000 м достигает 30—40 г/л, что меняет существующие представления об условиях формирования углекислых вод. Из литературы <sup>(2)</sup> известно, что  $\text{CO}_2$  может иметь биохимическое, атмосферное и химическое происхождение.

Углекислота биохимического происхождения образуется в процессе жизнедеятельности, связанной с окислением органического вещества. Количество углекислоты, возникающей при преобразовании органического вещества с участием микроорганизмов и неорганическим путем, нельзя считать сколько-нибудь значительным.

Углекислота атмосферного происхождения имеет своим источником атмосферу, в которой содержание  $\text{CO}_2$  составляет 0,04 вес. %. Благодаря хорошей растворимости в воде углекислота из атмосферы переходит в раствор содержится во всех морях, океанах, реках и подземных водах. Количество углекислоты, проникающей из атмосферы в гидросферу и подземные воды, обычно невысоко.

Согласно гипотезе А. А. Смирнова <sup>(3)</sup>, углекислота в углекислых водах имеет атмосферное происхождение. При этом автор считает, что предельное содержание свободной углекислоты, встречающейся в природных водах, может превышать 3—3,5 г в литре воды, что соответствует растворимости углекислоты (при 0° и давлении 760 мм), в условиях, близких к поверхностным. Однако, если принять во внимание, что с глубиной количество  $\text{CO}_2$  увеличивается и что часть ее расходуется на образование иона гидрокарбонатов, то станет очевидной невозможность объяснения гипотезой атмосферного происхождения образования вод, сильно газированных углекислотой.

Углекислота химического происхождения в значительных количествах образуется на глубинах — в условиях повышенных температур и давлений.

Проявление восходящих струй метаморфической углекислоты и обилие углекислых вод, наблюдающееся в областях проявления вулканической деятельности служит наглядным доказательством того, что основным источником накопления углекислоты в природных водах служат различные метаморфические процессы.

В связи с тем, что содержание свободной  $\text{CO}_2$  в сильной степени зависит от конкретных термодинамических условий, которые в свою очередь изменяются с глубиной, данные, полученные для поверхностных зон, отражают местные условия и не могут быть распространены на более глубокие горизонты. Вопросы происхождения углекислых вод могут быть правильно разрешены на основании данных изучения более глубоких горизонтов, в связи с чем возникает необходимость широкого применения методов глубинного изучения углекислых вод.

Северо-Кавказское геологическое управление  
Министерства геологии и охраны недр

Поступило  
1 IX 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> К. Ф. Орфанди, ДАН, 103, № 3 (1955). <sup>2</sup> А. А. Сауков, Геохимия, 0. <sup>3</sup> А. А. Смирнов, Сов. геол., № 44 (1955).

П. В. ЗАРИЦКИЙ

## О МАЛЫХ ЭЛЕМЕНТАХ В КАРБОНАТНЫХ КОНКРЕЦИЯХ УГЛЕНОСНОЙ ТОЛЩИ ДОНЕЦКОГО БАСЕЙНА

(Представлено академиком Н. М. Страховым 12 III 1957)

Сам факт наличия конкреций в осадочных породах свидетельствует о неравномерном распределении вещества в последних. Проведенное на сравнительное изучение химического состава конкреций и вмещающих их пород продуктивных отложений Донбасса показывает, что все химические элементы, входящие в состав конкрециеобразующих минералов, находят в повышенных концентрациях в конкрециях, а значит принимают участие в диагенетических миграциях вещества (<sup>7, 8, 10</sup>).

В этой связи представляется интересным выяснить степень участия малых элементов в процессах конкрециеобразования и диагенетического перераспределения вещества в осадке. Роль микроэлементов в сложении конкреций до настоящего времени остается слабо выясненной. А. Д. Ахангельским (<sup>1</sup>) были обнаружены Cu, Cr, Ni в пиритовых шариках и Д. П. Малюгой (<sup>17</sup>) Cu, Co, Ni и V — в железисто-марганцевых конкрециях современных осадков Черного моря. На основании этого Н. М. Страхов (<sup>18</sup>) заключает, что названные элементы также перераспределяются в процессе диагенеза. Присутствие ряда малых элементов в конкрециях отмечено также и других работах (<sup>13, 14</sup>).

В 1925 г. Н. К. Лященко (<sup>16</sup>) высказал предположение относительно вероятной концентрации малых элементов в центральных частях конкреций, развитых в донецких угленосных породах. Названный автор исходил из представления о дифференциации элементов по удельному весу в глобулах частей морского бассейна и о возможной склонности элементов к соединению с коллоидным соединениям. Как сообщает Н. Г. Бродская (1925) М. Н. Ратеевым производилось спектральное исследование коллоидной фракции ( $<1 \mu$ ) из современных осадков Аральского моря. В результате изучения оказалось, что коллоидная фракция не обогащена малыми элементами, а, наоборот, даже несколько обеднена ими по сравнению с материнским осадком. Вместе с тем Н. Г. Бродская подчеркивает факт тяготения таких элементов, как Be, Ge, Ni, Pb, Co, Sr, Cr к более тонким осадкам, а Ti и Ba — к более крупнозернистым.

В ряде работ (<sup>4, 6, 12, 19</sup>) также отмечается, что содержание микроэлементов увеличивается с уменьшением крупности зерна породы и уменьшается (за некоторыми исключениями) с увеличением карбонатности тонкозернистых пород. Для донецких угленосных отложений исключение представляется только Sr, содержание которого в известняках достигает максимума (<sup>1</sup>).

Качественному спектральному анализу были подвергнуты разные части конкреций (центральные и периферические) и конкреции из отложений различных фаций. Проведено также сравнительное изучение содержания малых элементов в конкрециях и вмещающих их породах. Содержание элементов оценивалось по пятибалльной шкале интенсивности линий спектров. Сравнение относительного содержания отдельных элементов основанное на визуальном определении интенсивности спектральных линий при условии идентичности обстановки проведения анализов (сила тока

количество пробы, экспозиция и т. п.) вполне допустимо, на что имеются прямые указания в литературе (6). Полное сгорание пробы обеспечивало полное отражение состава последней на спектрограмме.

Во вмещающих породах отмечены все элементы, обнаруженные в конкрециях. Больше того, ряд элементов (Zr, Hf, Y, Zn, Cr), представленных во вмещающих породах, отсутствует в конкрециях. Для глинистых пород Донецкого карбона констатируется еще присутствие Be, Ge, Pb, Ga (16, 19), которые также не обнаружены в конкрециях. Известно, что часть малых элементов попадает в осадок, входя в решетку устойчивых обломочных минералов. Эта часть микроэлементов не переходит в иловый раствор и не может перераспределяться в стадию диагенеза. Например, минерал циркон кроме циркония содержит в качестве изоморфных примесей Hf, Y и др. Поэтому-то они отмечаются во вмещающих породах, но отсутствуют в конкрециях, где обломочный материал находится в подчиненном количестве.

Химические элементы, представленные как во вмещающих породах, так

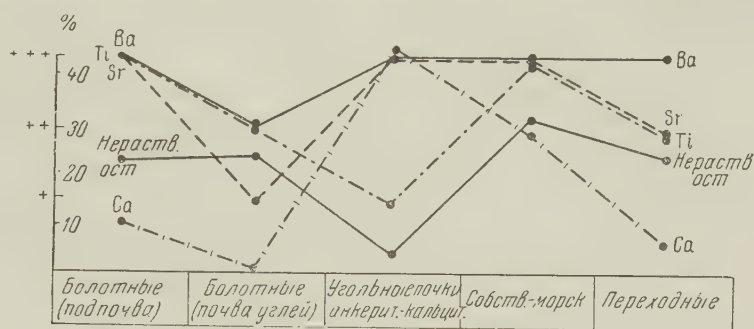


Рис. 1

и конкрециях, по относительному содержанию в тех и других подразделяются на ряд групп.

Mn и P во всех случаях совершенно определенно концентрируются в конкрециях. В зависимости от состава последних кларк относительной концентрации (по данным химических анализов) колеблется для Mn от 4,5 до 22,8 и для P от 2,0 до 11,7 (7, 8, 10). Повышенное содержание Mn в конкрециях объясняется входением его в состав конкрециеобразующих минералов в качестве изоморфной примеси к железу и кальцию. P также интенсивно мигрирует в ходе диагенеза и накапливается в конкрециях. По содержанию Mn и P карбонатные конкреции, как образования раннедиагенетические, принципиально отличаются от карбонатных пород Донбасса нормально-осадочного происхождения, которые по сравнению с аргиллитами обеднены Mn и P (19). К этой же группе может быть отнесен Sr. Причем Sr, хотя и не дает ясно выраженных концентраций в конкрециях, отмечается в количествах не меньших, чем во вмещающих породах, лишь в конкрециях кальцитового или анкеритово-кальцитового состава, тогда как в конкрециях с преобладанием  $\text{FeCO}_3$  в составе карбонатов содержание Sr явно ниже, чем во вмещающих породах.

Что касается других элементов, обнаруженных как в конкрециях, так и во вмещающих породах (V, Ni, Cu, Co, Cd, In), то они не образуют заметных концентраций в конкрециях. Больше того, V и Ni почти всегда обнаруживаются в относительно больших количествах во вмещающих породах, чем в заключенных в них конкрециях. Очевидно здесь имеет место уже отмечавшаяся в литературе пропорциональность между обогащенностью пород углеродом и содержанием V и Ni (5). В самом деле, вмещающие породы по сравнению с конкрециями обычно обогащены органическим веществом. Содержание Ti также совершенно определенно снижается при переходе от вмещающих пород к конкрециям.



Изучение показало, что нет оснований (как это предполагал Н. К. Лященко) отводить центральной части конкреций особую роль аккумуляторов малых элементов. Наоборот, такие элементы как Ba, Sr, Ti обнаружены в относительно больших количествах именно в периферических частях конкреций. Исключение представляет P, который в случае концентрически-зонального строения конкреции заметно концентрируется в ее ядре<sup>(8)</sup>.

Намечается существенное различие конкреций из отложений разных фаций по содержанию малых элементов. Лучше всего это прослеживается по элементам Mn, P, Ba, Sr, Ti, которые представлены в конкрециях в относительно больших количествах (3—4 по пятибалльной шкале).

Выше уже отмечалось, что концентрация Mn и P в конкрециях зависит от состава последних, что связано с различной миграционной способностью одних и тех же элементов в осадках различного происхождения<sup>(7, 8, 10)</sup>.

Ba и Sr констатированы во всех анализированных образцах, но содержание их в конкрециях из отложений различных фаций неодинаково (рис. 1). Ba и Sr представлены и во вмещающих породах. Причем здесь также намечается повышенное содержание их в морских породах и снижение содержания в отложениях лагунно-заливных фаций. Сказанное согласуется с данными о геохимии Sr в море<sup>(3, 18)</sup>. В осадок Sr увлекается либо в результате накопления его в карбонатных скелетах организмов, либо путем соосаждения с Ca (близость ионных радиусов). Отсюда вытекает тяготение Sr к морским отложениям, прямая связь между содержанием Sr и Ca в породах. В ходе диагенеза Sr перераспределяется в осадке вместе с Ca, благодаря чему попадает в конкреции. Однако ремиграция Sr происходит, по-видимому, менее интенсивно, чем Ca, так как даже в случае резко выраженной концентрации Ca в конкрециях (кларк относительной концентрации — 29,6) содержание Sr в последних мало превышает содержание его во вмещающих породах.

Геохимия Ba в море отличается от такой Sr<sup>(3)</sup>. Вследствие высокого содержания в морской воде сульфат-ионов Ba по мере поступления в морской бассейн будет выпадать в осадок. Этим можно объяснить приуроченность относительно повышенных содержаний Ba к морским отложениям. Известно, что содержание Ba в карбонатных породах зависит от количества терригенной примеси (пелитового материала). Нельзя отметить эту закономерность для диагенетических карбонатных образований — конкреций. Так, в случае конкреций из пород почвы угольного пласта при высоком содержании нерастворимого остатка количество Ba в них минимально, тогда как конкреции из углей с незначительной терригенной примесью отличаются относительно высоким содержанием Ba (рис. 1). Следовательно, в стадию диагенеза Ba также перераспределяется в осадке, хотя и не дает повышенных концентраций в конкрециях. В морских и лагунно-заливных водоемах Ba осаждается в виде мало подвижного сульфата. Ремиграция его в ходе диагенеза могла, согласно Ф. В. Чухрову<sup>(20)</sup>, осуществляться в биоконкретной форме с последующим выпадением снова в виде сульфата.

Присутствие Ba и Sr в угольных почках станет понятным, если учесть, что образовались они за счет иловых вод осадков кровли, проникающих в погребенный торфяник<sup>(10)</sup>. Параллелизм, который наблюдается в содержании Ba и Sr (а также Cu, V, Ni) в угольных почках и конкрециях пород кровли (рис. 1), подтверждает наличие тесной связи и зависимости состава первых от характера фаций отложений кровли, о чем нам уже приходилось писать<sup>(7, 10)</sup>.

Содержание Ti в конкрециях из отложений различных фаций также неодинаково (рис. 1). Интересно отметить, что в отличие от Ba и Sr титан слабо представлен («следы») в угольных почках как сидеритового, так и анкеритово-кальцитового состава, в которых терригенный материал составляет незначительную часть нерастворимого остатка. В конкрециях пород почвы угольных пластов, основную массу нерастворимого остатка в которых составляет аутигенный каолинит, содержание Ti также небольшое.



В конкрециях из пород кровли угольного пласта доля обломочного материала в нерастворимом остатке резко возрастает — здесь констатируется максимальное количество Ti. Все это наводит на мысль о связи содержания Ti с количеством и характером нерастворимого остатка (рис. 1). О закономерной корреляции содержания Ti и обломочного материала свидетельствует тот факт, что во вмещающих породах содержание Ti всегда выше, чем в заключенных в них конкрециях. Причину следует видеть в том, что Ti входит в состав обломочных и отчасти аутигенных минералов (рутил, ильменит, лейкоксен, анатаз, титансодержащие слюды) и что обогащение пород карбонатами в местах формирования конкреций действовало «разбавляюще» на концентрацию Ti. Следовательно, титан, заключенный в решетке обломочных минералов, не мог поступать в иловый раствор и перераспределяться в ходе диагенеза. Присутствие Ti в конкрециях объясняется пассивным вовлечением минералов титана при росте конкреций в среде осадка.

Из приведенных данных видно, что по относительным концентрациям в конкрециях по сравнению с вмещающими породами (а значит, по миграционным способностям в стадию диагенеза) малые элементы образуют ряд групп.

Полученные результаты не подтверждают ожидаемого скопления микроэлементов в центральных частях, конкреций, а также не согласуются с мнением В. В. Копериной<sup>(13)</sup> относительно однотипности карбонатных конкреций по содержанию малых элементов

Харьковский государственный университет  
им. А. М. Горького

Поступило  
11 III 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> А. Д. Архангельский, Бюлл. МОИП, отд. геол., 12, № 3 (1934).
- <sup>2</sup> Н. Г. Бродская, Сборн. Образование осадков в современных водоемах, Изд. АН СССР, 1954. <sup>3</sup> А. П. Виноградов, А. Б. Ронов, В. М. Ратынский, Изв. АН СССР, сер. геол., № 1 (1952). <sup>4</sup> Э. С. Залманзон, Сборн. пам. акад. А. Д. Архангельского, Изд. АН СССР, 1951. <sup>5</sup> Э. С. Залманзон, Е. С. Шишова, ДАН, 85, № 4 (1952). <sup>6</sup> Э. С. Залманзон, Н. В. Лизунов, ДАН, 86, № 6 (1952). <sup>7</sup> П. В. Зарицкий, Автореферат кандидатской диссертации, Харьков, 1956. <sup>8</sup> П. В. Зарицкий, ДАН, 106, № 6 (1956). <sup>9</sup> П. В. Зарицкий, ДАН, 108, № 2 (1956). <sup>10</sup> П. В. Зарицкий, ДАН, 110, № 4 (1956). <sup>11</sup> П. В. Зарицкий, Зап. геол. фак. Харьк. гос. унив., 13 (1956). <sup>12</sup> М. Л. Князева, Сборн. Образование осадков в современных водоемах, Изд. АН СССР, 1954. <sup>13</sup> В. В. Коперина, Тр. Лаб. геол. угля АН СССР, в. 4 (1956). <sup>14</sup> А. У. Литвиненко, Минерал. сборн. Львовск. геол. общ., № 7 (1953). <sup>15</sup> Н. В. Логвиненко, Литология и палеогеография прод. толщи донецкого карбона, Харьков, 1953. <sup>16</sup> Н. К. Лященко, Инж. раб., № 10 (1925). <sup>17</sup> Д. П. Малюга, ДАН, 48, № 2 (1945). <sup>18</sup> Н. М. Страхов, Сборн. Образование осадков в современных водоемах, Изд. АН СССР, 1954. <sup>19</sup> Н. М. Страхов, Э. С. Залманзон, М. А. Глаголева, Геохимия, № 6 (1956). <sup>20</sup> Ф. В. Чухров, Изв. АН СССР, сер. геол., № 3 (1937).

В. М. ФРИДЛАНД

# ОПОДЗОЛИВАНИЕ И ИЛЛИМЕРИЗАЦИЯ

(Представлено академиком И. П. Герасимовым 15 III 1957)

Сущность широко распространенного процесса оподзоливания почв по определению А. А. Роде<sup>(1)</sup>, состоит в разрушении в верхней части почвенного профиля глинных минералов, образующих илистую фракцию почв (частицы  $<0,001$  мм), и переносе продуктов этого разрушения в нижнюю часть профиля или даже за его пределы.

Продукты разрушения глинных минералов, состоящих в основном из различных соединений Si, Al, Fe, Mg и K, обладают неодинаковой подвижностью. Поэтому они фиксируются в различных горизонтах почвенного профиля, изменяя валовый состав как горизонтов в целом, так и илистой фракции, в состав которой они входят.

Примером такого профиля может служить разрез гумус-иллювиального подзола, изученный в Карпатах на высоте около 2000 м (разрез № 20, табл. 1 и 2). В этом разрезе отмечается накопление кремнезема в оподзо-

Таблица 1

Механический состав почв (содержание фракций в %)

№ разреза	Глубина, см	Потери от обработки HCl, %	1,0—0,25 мм	0,25—0,05 мм	0,05—0,01 мм	0,1—0,005 мм	0,005—0,001 мм	<0,001 мм	<0,001 мм после обработки H <sub>2</sub> O <sub>2</sub>
20	0—4	1,54	31,5	20,8	18,2	6,4	13,1	8,5	1,9
	8—13	0,23	36,3	33,5	12,6	5,5	9,3	2,6	2,4
	20—26	4,47	37,1	27,2	11,0	2,3	9,4	8,6	6,3
	38—44	6,41	33,5	28,1	12,7	2,3	9,3	7,7	7,3
	65—70	1,63	14,1	34,2	27,3	7,1	10,5	5,3	5,1
312	0—3	0,52	2,4	27,5	32,2	12,6	12,9	11,9	не определено
	20—30	0,16	0,5	11,9	43,9	14,2	14,6	14,8	
	65—75	1,25	0,4	4,6	47,0	12,2	12,9	21,7	
	95—105	0,70	0,6	4,3	42,7	13,4	16,1	22,2	
	130—140	2,57	0,5	17,1	26,9	16,1	11,3	25,6	
	200—205	1,50	0,2	4,3	36,5	15,1	13,3	29,1	

ленных горизонтах (0—4 и 8—13) в целом и в содержащейся в них илистой фракции. В то же время в последние годы на Кавказе, в районе Хабаровска, в Закарпатье и в Румынии нами изучен ряд почв, которые по морфологическому строению профиля, валовому и механическому составу и ряду химических, физических и физико-химических свойств должны относиться к подзолистым или оподзоленным почвам, но валовой состав ила во всех горизонтах этих почв остается постоянным или даже несколько изменяется обратно изменению валового состава всей почвы. Примером такой почвы является разрез № 312 (табл. 1 и 2), описанный в западных предгорьях Карпат<sup>(5)</sup>.

Валовой состав почвы и ила

№ разреза	Глубина в см	pH**		Потеря при прокалке* в % на абс. сух. вещ.	В % на прокаленное вещество											
		водн.	солсв.		SiO <sub>2</sub> *	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> *	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> *	TiO <sub>2</sub> **	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> **	CaO*	MgO*	MnO**	Na <sub>2</sub> O**	K <sub>2</sub> O**	SO <sub>3</sub> **	Σ
20	0—4	4,0	2,9	25,68 52,27	84,85 64,23	2,28 7,93	8,97 25,48	0,63	0,26	0,30 0,26	0,90 2,86	сл.	0,40	0,53	0,67	99,79 97,76
	8—13	4,2	3,1	2,05 19,76	88,33 58,50	1,30 3,93	6,97 33,08	0,47	0,19	0,07 0,09	0,66 2,16	сл.	0,53	0,81	0,44	99,77 97,76
	20—26	4,3	2,8	11,55 42,75	75,61 40,45	6,89 29,17	12,23 27,01	0,33	0,19	0,08 0,12	1,39 2,60	сл.	1,20	1,63	0,63	100,18 99,35
	38—44	5,3	4,1	7,26 34,78	74,24 46,48	4,65 24,49	15,06 23,76	0,37	0,12	0,08 0,18	1,64 4,32	0,08	1,39	1,57	0,54	99,74 99,23
312	65—70	5,7	4,4	3,21 12,46	70,53 48,83	5,98 12,94	16,18 30,55	0,72	0,11	0,52 0,08	2,41 4,40	0,03	1,39	2,39	0,23	100,49 96,80
	0—3	4,7	3,8	15,51 —	79,89 —	3,98 —	10,09 —	—	—	0,81 —	1,14 —	0,18	—	—	—	96,13 —
	20—30	5,1	4,0	3,30 11,76	81,13 54,87	4,65 15,85	9,93 26,79	—	—	0,72 0,16	0,87 0,30	0,10	—	—	—	97,40 96,97
	65—75	5,4	4,0	2,79 10,51	75,24 57,34	5,49 15,62	14,06 23,93	не определено	не определено	0,71 0,38	1,37 0,28	0,11	не определено	не определено	определено	96,98 97,95
—	95—100	6,1	4,4	2,69 —	77,36 —	4,66 —	12,79 —	—	—	0,65 —	1,10 —	0,10	—	—	—	96,66 —
	130—140	6,7	5,2	3,31 —	74,24 —	7,32 —	13,45 —	не определено	не определено	0,80 —	1,24 —	0,17	не определено	не определено	не определено	96,92 —
	200—205	6,5	5,7	3,22 8,56	72,09 57,94	9,47 15,72	12,48 25,75	—	—	1,08 0,89	1,24 0,27	0,04	—	—	—	96,40 99,91

\* Над чертой — почва, под чертой — ил.

\*\* Данные только для почвы.

Постоянство химического состава ила по профилю почвы, при наличии дифференциации профиля по механическому составу и по общему валовому составу, может быть объяснено тремя гипотезами: 1) в верхних горизонтах почвы идет разрушение ила, причем все продукты разрушения выносятся с одинаковой скоростью, и соотношение их не нарушается; 2) продукты илащего в верхних горизонтах разрушения ила полностью уходят из илистой фракции — полутонные окислы либо совершенно удаляются из почвоило либо осаждаются на более крупных частичках, а кремнезем, остающийся в верхних горизонтах после распада ила, кристаллизуясь, образует частицы >0,001 мм, как предполагал С. И. Тюремнов (4); 3) ил передвигается по профилю почвы, не разрушаясь\*.

Первая гипотеза противоречит ряду твердо установленных фактов подвижности элементов и поэтому должна быть отклонена. Для проверки второй и третьей гипотез была составлена следующая формула, основанная на предположении, что правильной является третья гипотеза, рассматривающая изменения валового состава почвы как следствие одного лишь перемещения по профилю неразрушенного (недифференцированного) ила

$$S_x = S_0 \pm S_1(b - a),^1$$

где  $S_x$  — процентное содержание рассматриваемого окисла в почвенном горизонте  $x$ ,  $S_0$  — процентное содержание рассматриваемого окисла в почвообразующей породе,  $S_1$  — процентное содержание рассматриваемого окисла в илистой фракции,  $b$  — процентное содержание ила в почвообразующей породе,  $a$  — процентное содержание ила в горизонте  $x$ .

Формула со знаком  $+$  используется при подсчетах для элементов, содержание которых в иле меньше, чем в почве, а со знаком  $-$  в обратном случае.

Формула (1) применима лишь к почвам, развитым на однородных породах и имеющим одинаковый состав ила во всех горизонтах. Если в таких почвах количество кремнезема в оподзоленном горизонте, вычисленное по формуле, окажется равным или несколько меньшим количества, определенного аналитически, то таким образом доказывается правильность положений в ее основу предположений, а значит и справедливость третьей гипотезы. Одновременно этим же доказывается неправильность второй гипотезы для рассматриваемых почв.

Подобный подсчет был проведен для четырех разрезов изученных нами «оподзоленных» почв с неизменным по профилю составом ила:

	Разр. № 312, Закарпатье	Разр. № 454, Западная Грузия	Разр. № 1, р-н Хабаровска	Разр. № 62, Румыния
Действительное содержание $\text{SiO}_2$	81,13	79,45	71,80	73,49
Вычисленное содержание $\text{SiO}_2$	80,30	78,61	73,90	72,56
Отклонение в % от действительного содержания	-1,0	-1,1	+2,9	-1,1

Близкое совпадение вычисленных и действительных величин показали правильность гипотезы о передвижении в этих почвах по профилю неизменяющегося ила.

Ряд других процессов, идущих в почвах, и в первую очередь биологическая аккумуляция и выветривание, весьма осложняют намеченную схему, однако это не влияет на основной вывод: в почвах, кроме широко распространенного процесса оподзоливания — разрушения ила в верхней части профиля, идет и другой процесс — вынос ила из верхней части профиля.

\* А. Н. Соколовский (3) и К. Д. Глинка (1) предполагали возможность такого процесса, причем последний видел в нем сущность оподзоливания.



неразрушенном состоянии. Этот процесс предлагается называть «иллиме-  
низация», от латинского слова illimare — примешивать ил.

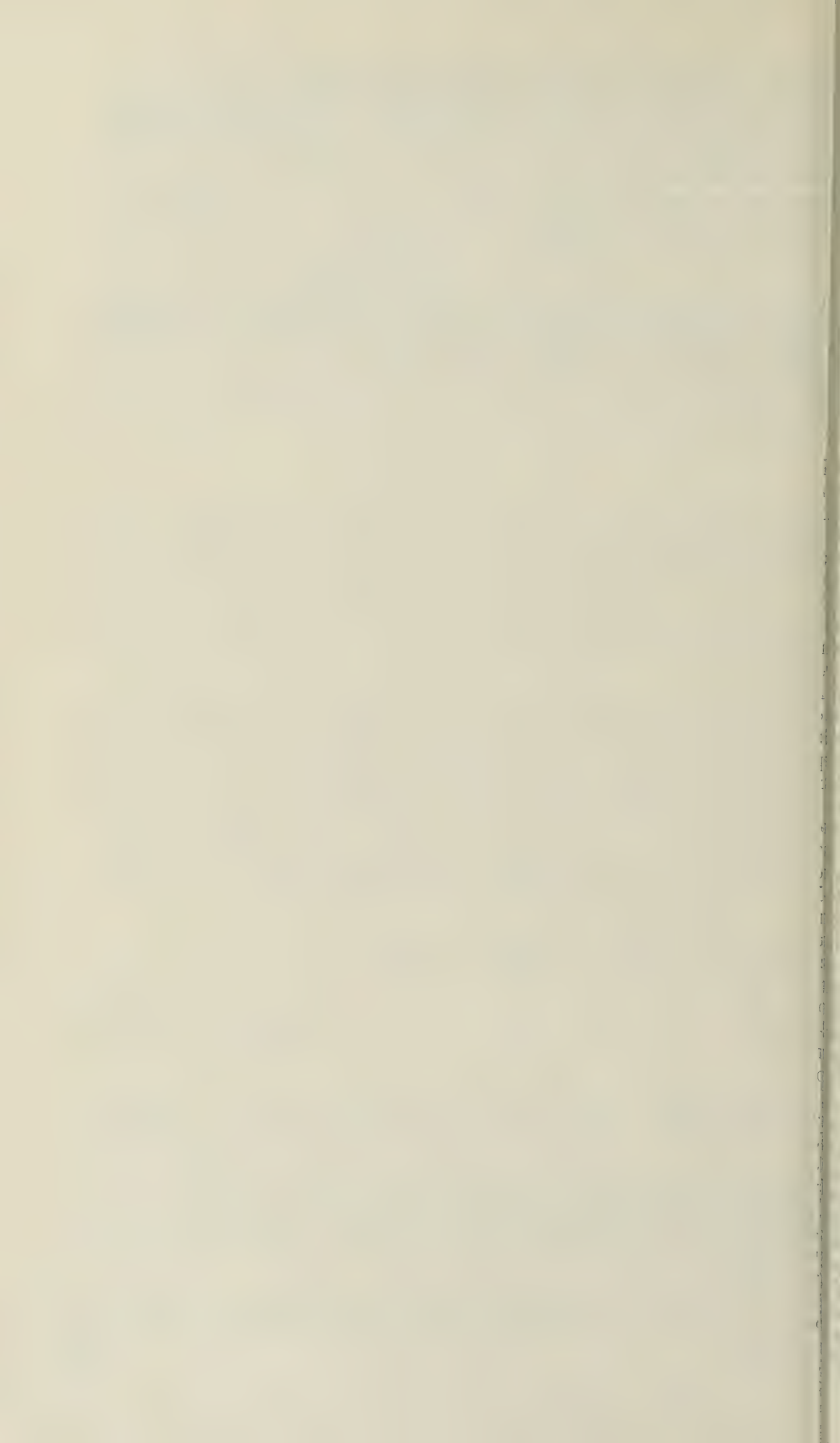
Механизм этого процесса связан, вероятно, с защитой илистых частиц  
амлоидной кремнекислотой, чем и объясняется некоторое увеличение со-  
ержания  $\text{SiO}_2$  в илистой фракции иллювиальных горизонтов по сравнению  
элювиальными.

Почвенный институт им. В. В. Докучаева  
Академии наук СССР

Поступило  
15 III 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> К. Д. Г л и н к а, Почвоведение, № 3—4 (1924). <sup>2</sup> А. А. Р о д е, Подзолообразо-  
вательный процесс, Изд. АН СССР, 1937. <sup>3</sup> А. Н. С о к о л о в с к и й, Русский поч-  
вовед., № 4—5 (1922). <sup>4</sup> С. И. Т ю р е м н о в, Русский почвовед, № 4—5 (1922).  
В. М. Ф р и д л а н д, Почвоведение, № 8 (1952).



Г. А. КОБЛОВ

## РАЗВИТИЕ МНОГОЯДЕРНЫХ СТРУКТУР В МЕЗОТЕЛИИ ПЕРИКАРДА

(Представлено академиком Н. Н. Аничковым 26 XI 1956)

Биологическое значение многоядерных структур до сих пор недостаточно выяснено. Не для всех их установлен способ образования — посредством митоза или амитоза. Между тем многоядерные структуры являются физиологической нормой в одних случаях и частым спутником злокачественных новообразований в других. Интерес к ним не ослабевает ни со стороны патологов, ни со стороны биологов.

Нами исследовано развитие многоядерных структур в мезотелии перикарда кошки и собаки, впервые описанных В. Н. Тонковым. Развитие их у кошек, а за ним А. В. Немилов, М. А. Барон, Я. Е. Хесин связывают с амиотомом. Для Н. Г. Хлопина<sup>(2)</sup> этот вопрос не совсем ясен.

Материал фиксировался жидкостью Ценкера и сулемой с уксусной кислотой, окрашивался железным гематоксилином Гейденгайна или ядерным айгерта. Пленка мезотелия снималась по способу Кочетова. Учитывался возраст, время года и часы суток. Всего исследовано 110 перикардов кошек и собак.

Клетки с гигантскими ядрами и двоядерные клетки в мезотелии перикарда встречаются уже у трехдневного котенка, но их мало. В два месяца часто встречаются двоядерные клетки и имеются трехъядерные. Для шестимесячных животных двоядерность является уже нормой, имеются 5-, 6-ядерные структуры. Ядра их часто лежат группами, имеют неравную величину; наблюдаются в различной степени перешнурованные и гантелевидные ядра, что считается признаками амитоза. У молодых животных в мезотелии перикарда митозы весьма многочисленны и располагаются по всей поверхности перикарду; у взрослых они встречаются реже и обычно сосредоточены на ограниченном участке (без определенной локализации), не превышающем 3 мм<sup>2</sup>, вследствие чего его легко проглядеть. У взрослых кошек массовые митозы (до 20 фигур в поле зрения) наблюдаются главным образом в периоде половой активности (февраль — апрель) и обнаруживаются лишь с 10 до 12—13 часов дня с некоторым снижением времени весной. В другие месяцы встречаются лишь единичные фигуры деления. Периодичность и резкую локализацию необходимо строго учитывать, чтобы не сделать вывода об отсутствии митозов<sup>(1, 5, 6)</sup> в мезотелии перикарда взрослых животных. Кариокинез протекает по обычной схеме.

Вместе с тем кариокинез часто обрывается на различных стадиях различных фаз (абортивный кариокинез или псевдоамитоз), что встречается уже у молодых (3 дней) животных; частота этих явлений нарастает с возрастом. Прерываясь на различных стадиях различных фаз, кариокинез ведет к различным результатам, в том числе и к образованию многоядерных структур, как это показано и для других объектов<sup>(2-4, 7)</sup>. Наиболее интересные из полученных результатов описаны ниже.

**Распыление и отщепление хромосом.** Одним часто встречающихся отклонений является распыление хромосом в плазме и отщепление их от формирующихся дочерних групп. У молодых и взрослых кошек кариокинез часто прерывается на стадии материнской звезды, когда уже произошло расщепление хромосом. Первоначально хромосомы и группы их еще сохраняют достаточно правильное циркулярное расположение, но сдвигаются к периферии, и расстояние между ними увеличивается (рис. 1, а, б). Затем циркулярное расположение нарушается и хромосомы, без всякой правильности и порядка, группами различной величины и формы, распределяются в плазме (рис. 1, в, г), сильно окрашивающейся основными красками. Происходит быстрое формирование ядер соответствующих из каждой группы хромосом. Образуются компактные, резко базофильные различной величины «темные» ядра, нередко вдавливающиеся в соседние рядом лежащие ядра (рис. 1, д). В дальнейшем или образуется многоядерная структура с большим количеством мелких и мельчайших ядер с обычной для интеркинеза структурой или же одновременно с преобразованием групп в маленькие ядра вокруг них обособляется плазма, и клетка распадается на большое количество различных по величине и форме участков, заключающих одну или две хромосомные группы (рис. 1, д, е). Часть мелких и мельчайших групп гибнет. Они становятся однородными, базофилия их падает, и, наконец, остаются лишь плохо различимые тени их (рис. 1, д, ж). Другая часть их сохраняется очень долго. По своей величине, форме и структуре мельчайшие группы сходны с тельцами, описанными Невядомским в раковых опухолях, где, как известно, abortивные кариокинезы встречаются постоянно.

Кроме полного распыления хромосом, встречается частичное распыление (рис. 2). В вяло протекающих митозах при формировании и последующем расхождении дочерних звезд часть хромосомных групп не входит в их состав и остается лежать свободно в плазме. Форма и величина групп различна (рис. 2, б — д). Соответственно величине каждой группы, в дальнейшем образуется ядро или ядра, при отщеплении нескольких групп, формируется структура с неравными по массе ядрами. Переход их в интеркинетическое состояние значительно запаздывает. В части случаев отщепившийся хроматин растворяется в плазме (рис. 2, а). Базофилия его резко падает, а затем сходит на нет. Образуются постепенно исчезающие «тени» этих групп.

А. Н. Студитский<sup>(9)</sup> столкнулся с таким же процессом распыления хроматина и образования хроматиновых шаров и ядер, что и мы в мезотелии, в чем легко убедиться, сравнив его описание и рисунки с нашими. Студитский рассматривает эти картины как новообразование хромосом из плазмы, однако для этого нет оснований. Имея дело со срезами, на которых трудно охватить весь процесс, и не уловив всех переходных стадий, которые легче улавливаются в мезотелиальной пленке, заключающей в себе целиком всю клетку, Студитский не смог прийти к верному выводу. То, что он рассматривает как новообразующееся ядерное вещество, является хромосомными группами, образующимися при полном или частичном распылении и отщеплении хромосом при делении.

Наибольшее количество и разнообразие форм abortивного кариокинеза ведущее к образованию двух- и многоядерных структур, падает на анафаз и меньшее — на телофазу. Все наблюдаемые в этот период отклонения можно грубо разделить на несколько групп.

В первую входят те случаи, когда образование и расхождение дочерних звезд не доходит до конца и начавшие реконструкцию ядра остаются в рас-

Рис. 1. Полное распыление при abortивном кариокинезе и образование различной величины ядер из хромосомных групп

Рис. 2. Частичное распыление хроматина при делении

Рис. 3. Объяснение в тексте

Рис. 4. а — д — образование неравных по массе дочерних звезд и ядер; е — з — abortивное течение кариокинеза многоядерных структур



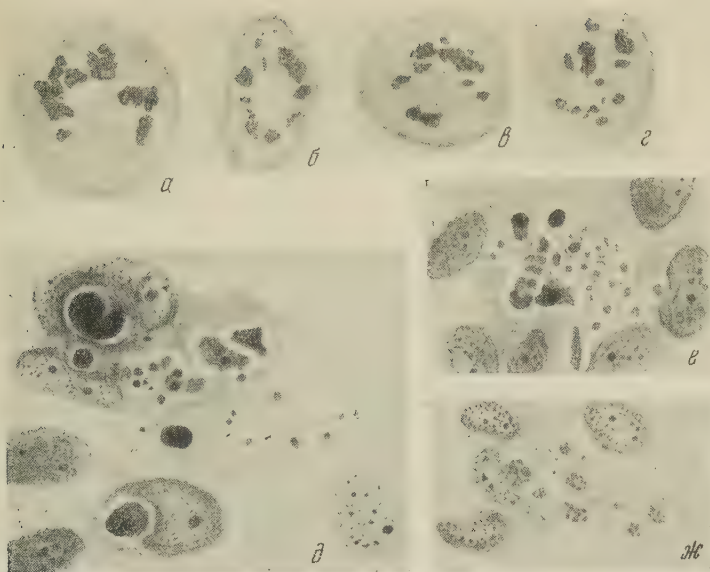


Рис. 1

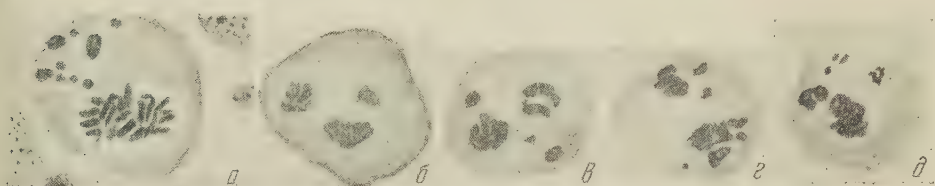


Рис. 2

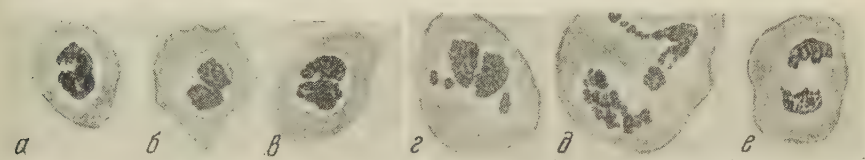


Рис. 3

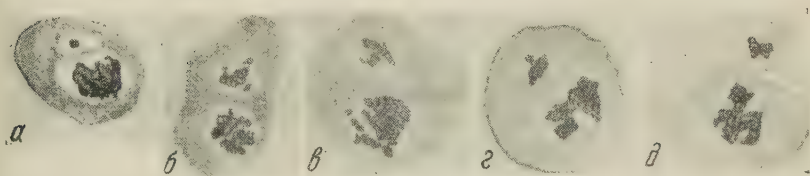
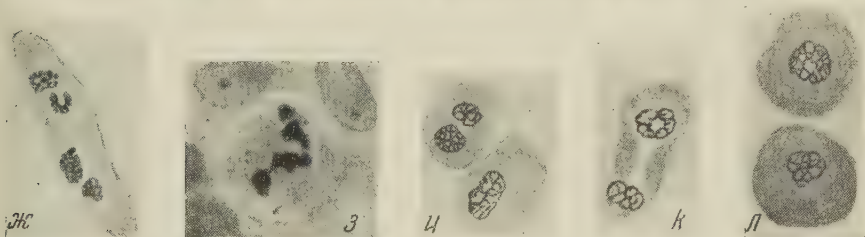
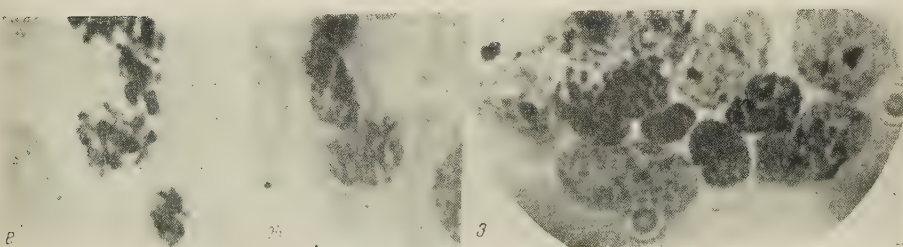


Рис. 4





ичной степени связанными (рис. 3, *а—в*). Плазматомия отсутствует и продолжающаяся реконструкция ведет к образованию: двух ядер, связанных мостиком, или ядер, в различной степени перетянутых в виде цифры 8, что считается обычно признаком амитоза.

Вторую группу составляют те случаи, когда кариокинез прервался на начальной стадии расхождения сформировавшихся дочерних звезд, реконструирующиеся дочерние ядра прилегают друг к другу. Плазматомия отсутствует, в результате чего образуются двужадерные структуры с близко прилегающими друг к другу ядрами (рис. 3, *г, д*), что считается признаком амитоза.

Третью группу составляют те случаи, когда кариокинез оборвался на стадии нормально сформированных и разошедшихся к полюсам дочерних звезд, но деления клеточного тела не последовало. Во всех случаях образуются двужадерные клетки с отодвинутыми и равными по объему ядрами (рис. 3, *е*).

Четвертую группу (рис. 3, *ж—л*) составляют случаи неправильного формирования дочерних звезд и ядер. В крайнем случае такого отклонения (рис. 3, *ж, з*) каждая из дочерних звезд делится на две группы и каждая из групп образует ядро. На одном из полюсов (*а*) реконструкция ядер идет к концу, на другом она еще в полном разгаре. Так как клеточное тело не поделилось, в результате реконструкции получится четырехъядерная структура с небольшими по объему ядрами. Такого же порядка течения процесса мы наблюдали и для одной из звезд (рис. 3, *и*). К той же группе относятся и формирование кольцевидных и кариомерных дочерних ядер (рис. 3, *к, л*).

К пятой группе относятся случаи образования резко неравных по массе дочерних групп (рис. 4, *а—д*) с формированием из них соответственно разных по объему дочерних ядер. Деление клеточного тела обычно не происходит, хотя в одном случае наблюдалось отделение малой дочерней группы, окруженной небольшим количеством плазмы (рис. 4, *д*).

Двужадерные клетки, образовавшиеся в результате abortивного кариокинеза, в дальнейшем снова делятся кариокинетически, причем этот процесс может снова протекать abortивно, ведя к увеличению числа ядер. Ядра двужадерной клетки в большей части случаев начинают делиться одновременно, хотя одно из них и может несколько запаздывать. Каждое ядро образует свою фигуру деления, однако процесс деления в большинстве своем протекает abortивно. Образующиеся фигуры нередко сталкиваются, кариокинез обрывается или формируется мультиполярная его форма. Abortивное течение кариокинеза показано на микрофото (рис. 4, *е*). В фигуре *а* уже идет реконструкция дочерних ядер, причем видно, что произошло неравное распределение хроматина в них. Одна из дочерних звезд этой фигуры столкнулась с дочерней группой другой фигуры деления, которая также выглядит ненормально: дочерние звезды, едва разойдясь, уже повернуты друг к другу. Клеточное тело не имеет никаких признаков деления; формируется одна четырехъядерная «клетка». Более поздняя стадия такого же процесса показана на микрофото (рис. 4, *ж*). Встречаются и многополюсные митозы, частью заканчивающиеся разделением клеточного тела или протекающие abortивно, с образованием многоядерных структур. Телолиза многополюсного кариокинеза, давшего 13-ядерную структуру, показана на микрофото (рис. 4, *з*). Реконструкция ядер идет не одновременно, что наблюдается почти во всех случаях полицентрического митоза в мезоэпителии и, видимо, составляет одну из особенностей его. Периферические ядра же почти полностью закончили реконструкцию, хотя ядрышки образовались еще не у всех. Формирование центрально расположенных ядер в полном разгаре, в части из них нет еще ядерной оболочки. Формирующиеся ядра не равны по массе и располагаются тесной группой, прилегая друг к другу, что обычно считается признаком амитоза.

Приведенный фактический материал показывает, что многоядерные и

полиплоидные структуры в мезотелии перикарда развиваются в результате кариокинеза, прерванного на различных стадиях различных фаз. На поздних стадиях реконструкции из части фигур abortивного кариокинеза формируются те картины и фигуры, которые описываются как картины амитоза. Если не учитывать суточной периодичности митоза, именно такие поздние стадии и будут наблюдаться при исследовании.

Многоядерные структуры не равнозначны. Часть их имеет ядра, равные по массе ядерного вещества.

Поступило  
24 X 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> М. А. Барон, Реактивные структуры внутренних оболочек, 1949. <sup>2</sup> В. П. Капов, Исследование о прямом делении клеток, Диссертация, 1904. <sup>3</sup> М. М. Марич, Екатериносл. мед. журн., № 9 (1924). <sup>4</sup> М. М. Марич, Тр. 1-й гистол. конференции, 1935. <sup>5</sup> В. Н. Тонков, Anat. Anz., 16, № 10—11 (1899). <sup>6</sup> В. Н. Тонков, Arch. f. mikr. Anat. u. Entw., 63 (1904). <sup>7</sup> Н. Х. Флеров, Днепровск. мед. журн., № 9—12 (1927). <sup>8</sup> Н. Г. Хлопин, Русск. арх. анат., гистол. и эмбриол., 16, в. 3 (1937). <sup>9</sup> А. Н. Студитский, Арх. анат., гистол. и эмбриол., 30, в. 4 (1953).



ГЕНЕТИКА

С. И. АЛИХАНЫЯН, С. Ю. ГОЛЬДАТ и А. Ф. ТЕТЕРЯТНИК  
МУТАГЕННЫЙ ЭФФЕКТ КОМБИНИРОВАННОГО ДЕЙСТВИЯ  
ЭТИЛЕНИМИНА И УЛЬТРАФИОЛЕТОВЫХ ЛУЧЕЙ  
НА АКТИНОМИЦЕТЫ

(Представлено академиком И. Л. Кнунянцем 18 III 1957)

Свэнсон (<sup>1,2</sup>) в 1948 г. показал, что после предварительной обработки спор *Aspergillus terreus* и *Neurospora crassa* слабыми дозами бис-β-хлор-тилметиламином частота мутаций при воздействии ультрафиолетовыми лучами возрастает по сравнению с частотой мутаций, возникших от действия только ультрафиолетовых лучей.

На основании этих данных было высказано предположение, что факторы окружающей среды могут влиять на степень чувствительности клетки лучистой энергии, т. е., что частота мутаций является функцией не только количества поглощенной энергии.

Используя в селекции продуцентов антибиотиков этиленимин и ультрафиолетовые лучи (<sup>3</sup>), мы решили изучить влияние комбинированного действия этих факторов на мутационный процесс у различных штаммов актиномицетов.

Работа проводилась с продуцентами ауреомицина — *Streptomyces aureofaciens* штамм № 112 и стрептомицина — *Streptomyces griseus* штамм ЛС-1 (*Actinomyces globisporus streptomycini*).

Вследствие своей реакционной способности по отношению к биологически важным соединениям (аминокислоты, сульфгидрильные соединения и др.) этиленимин и ряд его производных обладают сильным цитотоксическим действием.

Часть исходной суспензии спор *Streptomyces aureofaciens* выдерживалась сначала в растворах этиленимина различной концентрации (1 : 5000,

Таблица 1

Выживаемость спор *Streptomyces aureofaciens* штамм № 112  
в зависимости от характера их обработки

Доза у.-ф. лучей эрг/мм <sup>2</sup>	У. ф.	Э. и. 1:5000, 20 час.			Э. и. 1 : 6000, 20 час.		
		без у. ф.	у. ф. + + э. и.	э. и. + + у. ф.	без у. ф.	у. ф. + + э. и.	э. и. + + у. ф.
2000	1,9·10 <sup>-3</sup>	15·10 <sup>-3</sup>	5·10 <sup>-4</sup>	2·10 <sup>-6</sup>	8·10 <sup>-3</sup>	6,3·10 <sup>-3</sup>	5·10 <sup>-6</sup>
4000	8·10 <sup>-4</sup>	15·10 <sup>-3</sup>	4·10 <sup>-4</sup>	1·10 <sup>-6</sup>	8·10 <sup>-3</sup>	4·10 <sup>-4</sup>	2·10 <sup>-6</sup>
6000	3·10 <sup>-4</sup>	15·10 <sup>-3</sup>	6·10 <sup>-5</sup>	8·10 <sup>-7</sup>	8·10 <sup>-3</sup>	2,7·10 <sup>-4</sup>	7·10 <sup>-7</sup>
10000	4·10 <sup>-5</sup>	15·10 <sup>-3</sup>	6·10 <sup>-6</sup>	5·10 <sup>-7</sup>	8·10 <sup>-3</sup>	1,9·10 <sup>-5</sup>	13·10 <sup>-7</sup>

1 : 6000, 1 : 7000, 1 : 8000 разведения в дистиллированной воде, в течение 5 и 20 часов, а после этого подвергалась действию ультрафиолетовых лучей. Другая часть суспензии обрабатывалась вначале ультрафиолетовыми лучами, а затем погружалась в растворы этиленимина той же концентрации. Результаты опытов по изучению комбинированного действия этиленимина (э. и.) и ультрафиолетовых лучей (у. ф.) на жизнеспособность спор *Streptomyces aureofaciens* приведены в табл. 1. Из этой таблицы видно, что гибель спор *S. aureofaciens* под действием ультрафиолетовых лучей

после их предварительной обработки этиленимином резко возрастает в сравнении с гибелью спор при воздействии тех же факторов, но взятой в обратной последовательности. При повышении дозы облучения с 2000 до 10 000 эрг/мм<sup>2</sup> в результате обработки спор одними лишь у. ф.-лучами жизнеспособность спор падает в 80 раз, при обработке в последовательности у. ф. + э. и.— в 40 раз, а при обработке в последовательности э. и. + у. ф.— только в 4 раза (при концентрации э. и. 1 : 5000).

Таблица 2

Сравнительная частота мутаций под действием этиленимина, ультрафиолетовых лучей и их комбинаций в разных последовательностях у *Actinomyces globisporus streptomycini*, штамм ЛС-1 (в процентах)

	Морфологические мутации	Изменчивость по образованию антибиотиков
Контроль	1,5	1,09
Э. и.	4,0	1,2
У. ф.	4,0	3,1
Э.и. + у. ф.	13,5	8,3
У. ф. + э.и.	8,5	2,4

признаков учитывались: цвет спор, степень споруляции, характер складчатости колоний, размер колоний (карликовость).

Как видно из данных табл. 2, частота мутаций, как по морфологическим признакам, так и по признаку активности резко возрастает при последовательности обработки э. и. + у. ф.

Такое же резкое повышение частоты мутаций при обработке спор э. и. и последующем облучении у.ф. лучами было получено и у *S. aureofaciens*. Кроме того, после предвари-

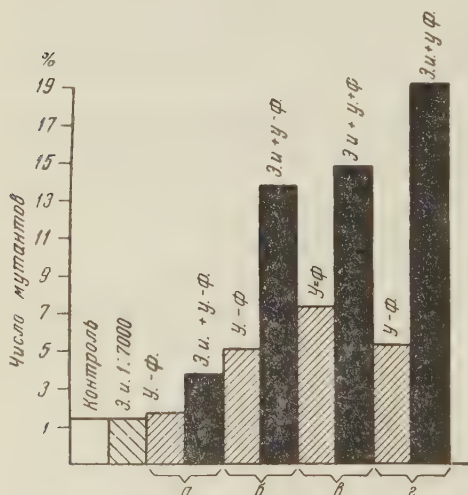


Рис. 1

Рис 1. Эффект воздействия этиленимина и ультрафиолетовых лучей на частоту морфологических мутаций у *Streptomyces aureofaciens* штамм ЛС-536. а — доза у. ф. 2000 эрг/мм<sup>2</sup>, б — 4000 эрг/мм<sup>2</sup>, в — 6000 эрг/мм<sup>2</sup>, г — 10 000 эрг/мм<sup>2</sup>

Рис. 2. Эффект воздействия этиленимина и ультрафиолетовых лучей на частоту морфологических мутаций (а) и на выживаемость (б) спор *Streptomyces aureofaciens*, штамм ЛС-536 в зависимости от дозы облучения

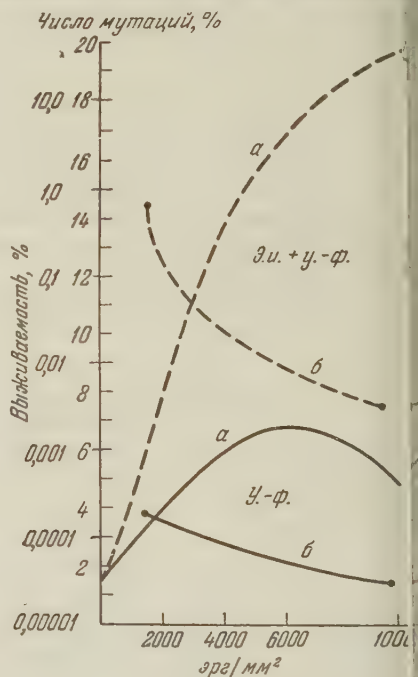


Рис. 2

тельной обработки спор *S. aureofaciens* слабой, не влияющей на жизнеспособность спор и немутагенной дозой этиленимина значительно повышает

лась эффективность у.-ф. лучей, и по мере возрастания доз последних частота мутаций непрерывно возрастала (см. рис. 1).

Из полученных данных видно, что независимо от дозы у.-ф. лучей происходит резкое повышение частоты ультрафиолетовых мутаций при предварительной обработке спор этиленимином.

На рис. 2 приведены данные о частоте мутаций и выживаемости спор, в зависимости от дозы облучения. Если кривая частоты мутаций под действием одних у.-ф. лучей поднимается, достигает пика при 6000 эрг/мм<sup>2</sup> и затем падает, доходя при дозе в 10 000 эрг/мм<sup>2</sup> до уровня, вызываемого дозой в 4000 эрг/мм<sup>2</sup>, то кривая частоты мутаций, вызванных действием у.-ф. лучей на споры, предварительно обработанные этиленимином, непрерывно возрастает и при 10 000 эрг/мм<sup>2</sup> еще не обнаруживает тенденции к снижению. Обычно частота мутаций, индуцируемая одними у.-ф. лучами, достигнув пика на определенном уровне гибели спор, начинает падать, при комбинации же э. и. + у. ф. даже при очень высокой летальности частота мутаций не только не падает, но и намного превосходит частоту мутаций, вызванную обработкой спор одними лишь у.-ф. лучами. Следовательно утверждение, что падение частоты мутаций вызвано усиленной гибелью спор, т. е. что частота мутаций находится в функциональной зависимости от процента гибели спор, вызванной радиогенетическими факторами, нашими опытами не подтверждается.

Что касается механизма резкого повышения частоты мутаций индуцируемых у.-ф. лучами при предварительной обработке спор этиленимином, можно допустить, что под действием этиленимина повышается сенсibilизация клеток к у.-ф. лучам и тем самым усиливается действие у.-ф. лучей на ядро. Можно также предположить, что у.-ф. лучи возбуждают молекулу этиленимина и тем самым резко повышают ее реактивную способность.

Всесоюзный научно-исследовательский  
институт антибиотиков

Поступило  
16 III 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> C. P. Swanson, S. U. Goodgal, Genetics, 35, № 1 (1948). <sup>2</sup> C. P. Swanson, W. D. McElroy, H. Miller, Proc. Nat. Acad. Sci. USA, 35, № 9 (1949).  
<sup>3</sup> С. И. Алиханян, С. Ю. Гольдат, Ф. С. Клепикова, С. З. Миндлин, Антибиотики, № 1 (1957).



М. В. ФЕДОРОВ и К. А. СВИТЫЧ

**ВЛИЯНИЕ ДОЗИРОВОК МИНЕРАЛЬНОГО АЗОТА  
НА АЗОТФИКСИРУЮЩУЮ АКТИВНОСТЬ РАЗЛИЧНЫХ РАС  
КЛУБЕНЬКОВЫХ БАКТЕРИЙ ЛЮПИНА**

(Представлено академиком А. Л. Курсановым 29 IV 1957)

Наличие в среде доступных растению азотистых соединений всегда приводит к значительному снижению азотфиксирующей активности клубеньковых бактерий в клубеньках бобовых растений. При полной же обеспеченности растений связанным азотом фиксация атмосферного азота вовсе прекращается. При этом клубеньковые бактерии не только не фиксируют атмосферного азота, но не могут вызвать и образования клубеньков на корнях бобового растения<sup>(1-7)</sup>. Эти положения в настоящее время не вызывают сомнений, но для отдельных форм клубеньковых бактерий требуются еще уточнения в отношении как количественных доз азота, так и значения расовых особенностей клубеньковых бактерий. Последнее обстоятельство стало существенным в силу того, что начал накапливаться фактический материал о специфической приспособленности отдельных рас клубеньковых бактерий к определенным сортам заражаемых ими бобовых растений. Так как эффективность сожительства зависит от условий азотного питания бобового растения, то естественным становится интерес и к выявлению характера влияния различных доз азота подвижного азота в среде на азотфиксирующую активность отдельных рас клубеньковых бактерий при их сожительстве с различными сортами одного и того же бобового растения. Этот вопрос до настоящего времени не получил достаточного освещения, хотя он имеет определенное научное и практическое значение. Исходя из этого, нами были осуществлены описываемые ниже опыты с несколькими расами клубеньковых бактерий люпина. Опыты ставились в вегетационных сосудах с 5 кг кварцевого песка и с питательной смесью Гельригеля, содержавшей 1 норму, 0,5 нормы и 0,1 нормы азота. В испытаниях были включены три расы клубеньковых бактерий люпина (ЛС-378, ЛС-390 и ЛЖ-25) и три сорта люпина (синий люпин — сорта № 174 и № 374 и желтый люпин — сорт № 4645).

Перед посевом семена люпина стерилизовались раствором сулемы в разбавлении 1:1000 в течение 10 мин. и в дальнейшем многократно отмывались стерильной водой. Бактериальная разводка всех рас клубеньковых бактерий имела 9 млн. клеток в 1 мл и использовалась для инокуляции в одинаковых количествах. В течение всего вегетационного периода сосуды поливались дистиллированной водой для поддержания в них влажности, отвечающей 60% от общей влагоемкости песка. В каждом сосуде было оставлено по 4 растения синего люпина сорта № 174, по 5 растений синего люпина № 374 и 7 растений желтого люпина сорта № 4645. Все растения были убраны в стадии образования бобиков. Во время уборки был учтен вес растений и клубеньков. Кроме того, в сосудах был определен остаточный минеральный азот. Анализы показали, что к моменту уборки растений связанных форм азота в сосудах не осталось. В дальнейшем были проведены определения общего азота в различных частях растения и в урожае в целом.



В начальную фазу развития наилучший внешний вид имели растения, произраставшие по фону 0,1 нормы азота и худший вид — по фону 1 нормы азота от смеси Гельригеля. К месячному возрасту лучший вид был у растений, произраставших по фону 0,5 нормы азота в среде, а к концу вегетации различия постепенно сгладились, хотя 0,1 нормы азота и оказалась самой благоприятной для симбиотического сожительства клубеньковых бактерий растениями. Так как инокулированные растения ранее контрольных вступили в фазу цветения и дали бо-  
 рыки, то данные Уайтинга и Фреда <sup>(8)</sup>, наблюдавших в условиях полевого опыта удлинение периода созревания у инокулированных растений гороха, в наших опытах с люпином не получили подтверждения.

К моменту уборки на корнях инокулированных растений были обнаружены клубеньки, сухой вес которых отвечал следующим показателям (табл. 1).

Азотный фон и раса клубеньковой бактерии, использованная для инокуляции испытывавшихся сортов люпина, оказали большое влияние на вес образовавшихся клубеньков. Наибольшая масса их по всем сортам люпина была получена при выращивании растений по фону 0,1 нормы азота от питательной смеси Гельригеля. В табл. 2 приводятся урожайные данные, пересчитанные в среднем на одно растение.

Таблица 2

Урожай разных сортов люпина в зависимости от расы клубеньковой бактерии, использованной для инокуляции, и от нормы минерального азота в среде (сухой вес в г на 1 растение)

Раса бактерий, использованная для инокуляции	1,0 н азота					0,5 н азота					0,1 н азота				
	надземн. масса	корни с клубеньками	все растение	в % от контроля		надземн. масса	корни с клубеньками	все растение	в % от контроля		надземн. масса	корни с клубеньками	все растение	в % от контроля	
Синий люпин № 174															
Контроль	3,13	0,69	3,82	100,0		3,02	1,11	4,13	100,0		1,70	1,19	2,89	100,0	
ЛС-375	3,36	0,83	4,20	109,96		3,79	0,95	4,75	115,0		3,39	0,83	4,22	146,37	
ЛС-390	3,60	0,86	4,46	115,19		3,35	0,80	4,15	100,48		2,69	0,79	3,48	120,76	
ЛЖ-25	3,74	0,90	4,64	121,47		4,12	1,01	5,13	124,20		4,25	0,88	5,13	178,80	
Синий люпин № 374															
Контроль	3,38	0,89	4,27	100,0		2,68	0,78	3,46	100,0		1,04	0,72	1,76	100,0	
ЛС-375	3,33	0,94	4,27	100,0		3,41	0,69	4,10	118,80		3,07	0,64	3,71	210,80	
ЛС-390	3,23	0,75	4,00	93,67		3,20	0,71	3,93	113,30		2,51	0,54	3,04	173,30	
ЛЖ-25	2,97	0,90	3,87	90,63		3,91	1,01	4,92	142,48		3,19	0,58	3,77	214,20	
Желтый люпин № 4645															
Контроль	1,75	0,57	2,33	100,0		2,10	0,80	2,90	100,0		0,73	0,44	1,17	100,0	
ЛС-375	1,74	0,55	2,29	100,0		1,92	0,61	2,53	87,24		2,27	0,66	2,93	251,28	
ЛС-390	2,27	0,63	2,90	124,46		2,43	0,61	3,04	104,82		2,03	0,70	2,73	234,10	
ЛЖ-25	2,33	0,60	2,94	126,18		2,75	0,62	3,37	116,55		2,67	0,74	3,41	290,50	

Из данных табл. 2 следует, что хотя инокуляция всюду сильно повышает урожай растений, однако в зависимости от сорта люпина и расы клубеньковых бактерий эффект получился различным. При наличии в питательной среде полной нормы азота влияние инокуляции оказалось очень незначительным, но различные расы дали весьма заметные различия в эффективности. Наилучший результат был получен с расой ЛЖ-25 на синем люпине № 174 и желтом люпине № 4645. У сорта же синего люпина № 374 при инокуляции данной расой клубеньковой бактерии, урожай даже снизился. Значительно лучшие результаты с этим сортом люпина были получены при культивировании инокулированных растений по азотному фону отвечающему 0,5 нормы от питательной смеси Гельригеля. В этом случае раса ЛЖ-25 дала прибавку в урожай в 42,5%, в то время как на других сортах люпина прибавка от этой расы не превосходила 16—24%.

Наилучшие же результаты были получены при выращивании растений по фону 0,1 нормы азота от смеси Гельригеля. В этом варианте опыта прибавка урожая от инокуляции расой ЛЖ-25 отвечала по желтому люпину 190%, по синему люпину № 374—114% и по синему люпину № 174—78%.

Азотфиксирующая активность разных рас клубеньковых бактерий люпина также сильно меняется в зависимости от условий азотного питания растений. Выявленная разница касается как общего накопления азота в растениях, так и процентного содержания азота в различных частях растения. Эти различия легко устанавливаются из данных табл. 3 и 4.

Таблица 3

Содержание азота (в процентах) в различных частях люпина (средние данные из 2 повторностей)

Раса бактерий, использованная для инокуляции	Доза азота в нормах от смеси Гельригеля	Синий люпин № 174			Синий люпин № 374			Желтый люпин № 4645		
		надземная масса	корни	клубеньки	надземная масса	корни	клубеньки	надземная масса	корни	клубеньки
Контроль	0,5	2,82	2,16	—	2,57	1,97	—	2,52	2,35	—
	0,1	2,74	1,90	—	2,57	1,05	—	2,51	1,88	—
	0,5	3,28	2,63	6,93	3,08	2,40	7,74	3,16	2,99	7,14
ЛС-375	0,1	4,08	2,63	6,74	3,80	2,69	6,57	3,85	2,69	7,60
	0,5	3,74	2,47	7,23	2,96	2,49	8,18	3,28	2,85	7,84
	0,1	4,08	2,70	7,51	3,85	2,69	6,94	3,57	2,61	7,24
ЛС-390	0,5	3,69	2,66	7,35	3,20	2,33	7,71	3,41	2,90	7,84
	0,1	4,10	2,84	6,69	4,00	2,75	6,66	3,72	2,90	7,14
ЛЖ-25	0,5	3,69	2,66	7,35	3,20	2,33	7,71	3,41	2,90	7,84
	0,1	4,10	2,84	6,69	4,00	2,75	6,66	3,72	2,90	7,14

Наиболее высокое содержание азота было найдено в растениях, выращенных по фону 0,1 нормы азота. По-видимому, плохое снабжение растений доступным им связанным азотом не только усилило азотфиксирующую активность клубеньковых бактерий, но и стимулировало отдачу фиксированного ими азота из клубеньков в остальные части бобового растения. Наличие же в среде более высоких доз минерального азота (0,5 нормы от смеси Гельригеля) видимо сократило и тот и другой процессы. Здесь вероятно проявилась конкуренция между азотом минеральным и фиксированным бактериями из атмосферы. Общая азотфиксирующая активность различных рас клубеньковых бактерий оказалась также различной, зависящей как от сорта растения, так и условий его азотного питания.

Первое место по азотфиксирующей активности заняла раса ЛЖ-25, второе — раса ЛС-375 и третье — раса ЛС-390. Эта закономерность выявляется по всем сортам испытывавшихся растений, хотя между отдельными сортами и остались известные различия.

Наибольшее повышение урожая от инокуляции клубеньковыми бактериями было получено по желтому люпину сорта № 4645, хотя эффективность

различных рас бактерий оказалась различной. Лучшее проявила себя раса ЛЖ-25: она на всех сортах люпина дала наибольший урожай и наиболее высокое накопление общего азота в растении. Особенно большой эффект от инокуляции получился при выращивании растений в среде, бедной доступными формами азота (0,1 нормы от смеси Гельригеля). Повышение дозы азотсодержащего азота в среде снизило эффект от инокуляции по всем сортам люпина, а введение в среду 1,0 нормы азота от питательной смеси Гельригеля свело эффект от инокуляции практически к нулю, что следует учитывать и в производственных условиях культуры люпина на зеленое удобрение. Вопреки литературным данным, инокулированные растения люпина развивались в наших опытах более энергично и проходили соответствующие фазы быстрее, чем неинокулированные растения.

Таблица 4

Азотфиксирующая активность различных рас клубеньковых бактерий люпина в зависимости от сорта растения и условий его азотного питания (средние данные из 3 повторностей)

Раса бактерий, использованная для инокуляции	Доза азота в нормах Гельригеля	Азот в урожае (мг на 1 растение)					фиксировано азота из атмосферы
		в надземной части	в корнях	в клубеньках	во всем растении		
Синий люпин № 174							
Контроль	0,5	85,16	23,90	—	109,06	0,00	
	0,1	46,49	22,67	—	69,16	0,00	
ЛС-375	0,5	124,53	22,79	6,24	153,56	44,50	
	0,1	138,45	19,02	7,86	165,33	96,17	
ЛС-390	0,5	124,73	18,15	5,64	148,52	39,46	
	0,1	109,75	18,99	7,13	135,89	66,73	
ЛЖ-25	0,5	151,78	24,29	7,47	183,54	74,48	
	0,1	174,11	21,49	10,75	206,35	137,19	
Желтый люпин № 4645							
Контроль	0,5	53,00	18,72	—	71,72	0,00	
	0,1	14,90	8,51	—	23,41	0,00	
ЛС-375	0,5	60,37	17,24	2,23	79,84	8,12	
	0,1	87,52	16,14	5,01	108,67	85,26	
ЛС-390	0,5	79,70	16,24	3,36	96,30	24,58	
	0,1	72,59	16,79	4,61	93,99	70,58	
ЛЖ-25	0,5	93,89	17,11	2,98	113,90	42,18	
	0,1	99,20	19,33	5,10	123,63	100,22	

Приведенные данные показывают, что между различными расами клубеньковых бактерий люпина действительно наблюдается известная специфичность в отношении к различным сортам данного бобового растения. Разная обеспеченность среды доступным для растений азотом значительно меняет указанную специфичность, но более активные расы во всех случаях дают лучшие результаты, чем расы менее активные.

Московская сельскохозяйственная академия  
им. К. А. Тимирязева

Поступило  
25 III 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Н. А. Гусев, Химиз. соц. землед., № 3, 78 (1939); № 7, 40 (1939).  
<sup>2</sup> М. П. Корсакова, А. Г. Конокотина, Тр. Всесоюз. инст. с.-х. микробиологии, 8, в. 2, 5 (1936).  
<sup>3</sup> М. В. Федоров, Биологическая фиксация азота атмосферы. Монография, М., 1952.  
<sup>4</sup> М. Х. Чайлахян, А. А. Меграбян, ДАН, 48, № 2, 145 (1945).  
<sup>5</sup> М. В. Федоров, И. В. Козлов, ДАН, 96, № 3, 641 (1954).  
<sup>6</sup> М. В. Федоров, И. В. Козлов, Микробиология, 23, в. 5, 534 (1954).  
<sup>7</sup> E. Fred, J. Baldwin, E. McCoy, Root Nodule Bacteria and Leguminous Plants, U. S. A., 1939.  
<sup>8</sup> A. Whiting, E. Fred, Wiscon. Agric. Exp. Stat., 194, 7(1946).



Е. А. СЕЛИВАНОВА-ГОРОДКОВА

ОБ ОПОРНЫХ ВЕТВЯХ ЧЕРЕМУХИ ОБЫКНОВЕННОЙ

(Представлено академиком В. Н. Сидячевым 9 II 1957)

У черемухи обыкновенной — *Padus racemosa* (Lam.) Gilib., кроме обычных ветвей, растущих вверх под острым углом к стволу, с листьями и генеративными побегами, нередко встречаются ветви, которые растут книзу и укореняются, позднее лишаются ассимилирующих и репродуктивных органов.



Рис. 1. Общий вид опорных ветвей черемухи

нов, с возрастом утолщаются и получают новую функцию — сопротивление наклону ствола (рис. 1 и 2). Насколько нам известно, описания подобных опорных ветвей в литературе не встречалось.

Наиболее характерное местообитание черемухи — периодически подмываемые почвы речных долин; ствол ее нередко сильно наклонен в сторону максимального развития кроны и нуждается в опоре. Роль опорных ветвей можно сравнить с ходульными корнями древесных представителей побережьев и влажных лесов тропиков. В образовании опорных ветвей черемухи можно выделить четыре элементарные фазы.

1. Фаза пригибания книзу тонких, обычно затененных ветвей и контакта их с почвой. Гибкие ветви летом наклоняются под собственной тяжестью, зимою, кроме того, возможно, под тяжестью снега (рис. 3, 1). Так пригибаются не только ветви у основания ствола, но даже прикрепленные на высоте до 4 м, и в конечном счете их тонкие разветвления касаются земли.



II. Фаза укоренения ветвей и образования вертикальных побегов. Почва под густой кроной черемухи обычно влажная и не вполне задернованная. Это способствует быстрому укоренению распростертых по земле ветвей. Особенно благоприятно для укоренения наблюдающееся иногда засыпание ветвей молодым аллювием и делювием, на которых часто растет черемуха. В местах укоренения ветвей обычно возникают вертикальные побеги, образующие густую поросль (рис. 3, II).

III. Фаза отмирания затененных побегов и образования опорных ветвей. Отмиранию и выпадению пригнувшихся к земле, но не укоренившихся ветвей и части особенно затененных вертикальных побегов способствуют вредители. На черемухе селятся паразитные и сапрофитные грибы, а также многочисленные насекомые, в результате их деятельности древесина становится хрупкой и ломается при небольшом механическом воздействии. Выжившие вертикальные побеги развивают достаточно мощную корневую систему и могут существовать на своих корнях. Укоренившиеся ветви с возрастом утолщаются, становятся более устойчивыми, очищаются от тонких

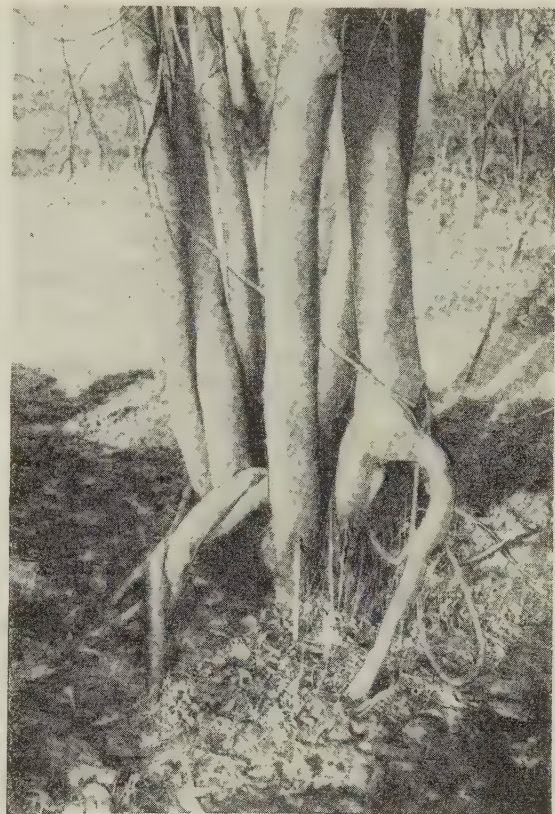


Рис. 2. Тип простых, реже маловетвящихся, коротких опорных корней («подпорок»), развивающихся в самой нижней части ствола черемухи.

веточек, вегетативных и репродуктивных органов — формируются опорные ветви (рис. 3, III). Позднее, если опорная ветвь попадает в условия хорошего освещения, на ней могут вновь образоваться маложизненные вертикальные побеги. Поперечное сечение горизонтально распростертых ветвей приближается к овалу, так как камбий в вертикальном направлении, особенно сверху, образует более толстые слои, чем с боков. Это способствует их большей упругой устойчивости при данной массе древесины.

IV. Фаза зрелости опорных ветвей и смена функции. Функция ветвей, лишенных ассимиляционных и генеративных органов, только опорная — сопротивление наклону ствола (рис. 3, IV).

В зоологии принцип смены функции был впервые сформулирован А. Дорном. Над этой проблемой работали также многие другие зоологи <sup>(6, 4, 9)</sup>. Среди ботаников в последние годы этим вопросом занимаются К. К. Зажурило <sup>(2)</sup>, Б. М. Козо-Полянский <sup>(3)</sup>, С. Г. Тамашян <sup>(8)</sup>; прекрасные примеры смены функций можно найти в некоторых морфологических работах Н. В. Первухиной <sup>(5)</sup> и др. Примеров смены функций много: надземный побег и корневище; надземный побег и клубень, и т. п. Более оригинальный пример смены функций дают листья и их части <sup>(11)</sup> и др.). Последние хорошо описаны для *Cardamine tenuifolia* (Ldb.) Turczk <sup>(10)</sup>.

Факультативная смена функций ветвей вряд ли свойственна одной лишь черемухе. Опорные ветви вполне возможны как для родственных черемух обыкновенной видов и родов в условиях более влажного и теплого климата

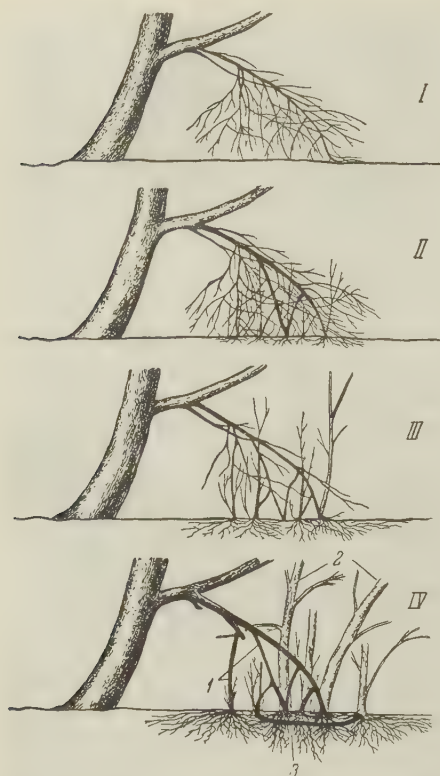


Рис. 3. Схема четырех элементарных фаз развития опорных ветвей: I — фаза пригибания и контакта тонких разветвлений с почвой, II — фаза укоренения ветвей и развития вертикальных побегов, III — фаза отмирания затененных побегов и созревания опорных ветвей; IV — фаза зрелости ветвей и смена функций. 1 — опорные ветви, 2 — выжившие и развившиеся побеги, 3 — засыпанная почвой распростертая, укоренившаяся ветвь, оканчивающаяся вертикальным побегом

ских побережий, ризоморфе, растущей в полосе отлива в мангровых зарослях, или разнообразным древесным породам гилей, например *Uapaca guineensis* Muele., где главный ствол нуждается в дополнительной опоре

Ботанический сад Ботанического института им. В. Л. Комарова Академии наук СССР Поступило 8 II 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> И. В. Грушвицкий, Сообщ. Дальневосточн. фил. АН СССР, 7 (1955).
- <sup>2</sup> К. К. Зажурило, Тр. Воронежск. гос. ун-в., 11, в. 2 (1939).
- <sup>3</sup> Б. М. Козлов, Полянский, ДАН, 52, № 2 (1946).
- <sup>4</sup> Б. С. Матвеев, Журн. общ. биол., 1, (1940).
- <sup>5</sup> Н. В. Первухина, Бот. журн., 38, 2 (1953).
- <sup>6</sup> А. Н. Северцов, Собр. соч., 5, М.—Л., 1949.
- <sup>7</sup> Е. А. Селиванова-Городкова, Бот. журн., 42 (1957).
- <sup>8</sup> С. Г. Тамамшян, ДАН, 61, № 3 (1948).
- <sup>9</sup> Д. М. Федотов, Тр. 2 съезда зоологов, анатомов и гистологов СССР, М., 1927.
- <sup>10</sup> Д. Е. Янишевский, Б. А. Тихомиров, Сов. бот., 4 (1939).
- <sup>11</sup> J. Velenovsky, Vergleichende Morphologie der Pflanzen, 2, Prag, 1907.

\* Стационар Ботанического института им. В. Л. Комарова Академии наук СССР



АНАТОМИЯ РАСТЕНИЙ

И. Д. РОМАНОВ

**ЗАРОДЫШЕВЫЙ МЕШОК В РОДЕ *TULIPA***

(Представлено академиком Н. В. Цициным 20 III 1957)

Эмбриологические исследования 28 среднеазиатских видов *Tulipa* обнаружили у них пять разных типов развития зародышевого мешка. Такое исключительное разнообразие заставляет обратить особое внимание на эмбриологию рода *Tulipa*. Очевидно, он стоит на первом месте среди тех немногочисленных групп покрытосеменных, в которых обычный нормальный тип зародышевого мешка замещен другими, эволюционно новыми типами.

Зародышевые мешки всех типов развития, обнаруженных у *Tulipa*, четырехспоровые: при обоих мейотических делениях образования перегородок не происходит, в результате чего возникает четырехспоровый ценоцит (плазмодий), содержащий четыре макроспориальных ядра. Различаются эти типы числом фаз развития, которое определяется числом митозов, протекающих после мейоза, и способом возникновения определенной организации готового зародышевого мешка. Эта последняя определяется прежде всего распределением макроспориальных ядер в зародышевом мешке, в некоторых случаях также особенностями их поведения в дальнейшем\*. Каждый тип развития свойствен определенным видам, или группам видов, т. е. он является более или менее стабилизированным ходом онтогенеза зародышевого мешка. Индивидуальные онтогенетические отклонения, однако, не редки у многих видов. Они весьма важны для суждения о взаимоотношениях и способах возникновения разных типов развития, но в данном сообщении мы не можем их касаться.

В нижеследующих характеристиках типов развития зародышевого мешка отмечены не только их общие, типовые особенности, но и черты, характерные для видов *Tulipa*.

1. Тип *Fritillaria*. Распределение макроспориальных ядер  $1 + 1 + 3$ , два митоза. При первом митозе происходит соединение фигур деления трех халазальных ядер, вследствие чего образуется вторичный четырехъядерный зародышевый мешок: два микропиларных гаплоидных ядра и два халазальных триплоидных. Халазальная часть зародышевого мешка обнаруживает признаки более или менее сильной депрессии: при втором митозе здесь деления ядер обычно аномальны. В большинстве случаев образуется четверка мелких, сильно нуклеальных ядер, а после клеткообразования — три антиподы. Нижнее полярное ядро часто не участвует в двойном оплодотворении. Яйцевой аппарат из трех синергидоподобных клеток. В такой форме этот тип обнаружен у следующих видов: *T. Greigii* Rgl., *T. Alberti* Rgl., *T. Borszczowii* Rgl., *T. Kaufmanniana* Rgl., *T. Lehmanniana* Merck., *T. Fosteriana* Irv., *T. ingens* Hoog., *T. Hoogiana* B. Fedtsch., *T. Tubergeniana* Hoog., *T. Michaliana* Hoog., *T. hissarica* M. Pop. et Vved., *T. praestans* Hoog.,

\* Таким образом, тип развития понимается здесь в современном, узком смысле. Поэтому некоторые зародышевые мешки, описанные ранее как формы прежних крупных типов Пальмы (3, 4), здесь трактуются как самостоятельные типы.

*T. heterophylla* (Rgl.) Bak., *T. Cesnerina* L. <sup>(1)</sup> и *T. praesox* Ten. <sup>(2)</sup> У *T. ferganica* Vved., *T. Zenaidae* Vved., *T. Maximoviczii* Rgl. халазальная часть депрессирована гораздо сильнее, и аномальные деления наблюдаются уже при первом митозе. У первых двух видов вместо нижней четверки ядер обычно образуется два гомогенных каплевидных ядра, у последнего — одно такое ядро <sup>(3)</sup>.

2. Тип *Drusa*. Распределение макроспориальных ядер 1+3, два митоза. Халазальные ядра делятся самостоятельно, в зрелом зародышевом мешке может иметься до одиннадцати антипод. Обычно, однако, антиподы меньше, так как вследствие депрессии халазальной части при втором митозе деление одного или нескольких халазальных ядер часто не осуществляется. Этот тип обнаружен у *T. rosea* Vved, *T. Korolkovii* Rgl. <sup>(3)</sup>, *T. Wilsoniana* Hoog. и *T. chrysantha* Boiss.

3. Тип *Adoxa*. Распределение макроспориальных ядер 2+2, один митоз. Зрелый зародышевый мешок имеет трехклеточный яйцевой аппарат с дифференцированной яйцеклеткой, центральную клетку с двумя одинаковыми полярными ядрами и три, обычно депрессированные, антиподы. Обнаружен у *T. Ostrovskiana* Rgl. <sup>(4)</sup> и *T. Kolpakovskiana* Rgl.

4. Тип *Tulipa tetraphylla*. Распределение макроспориальных ядер 3+1, один митоз. В зрелом зародышевом мешке яйцевой аппарат состоит из пяти клеток, среди которых яйцеклетка не дифференцирована, центральная клетка с двумя полярными ядрами, одна антипода. Обнаружен только у *T. tetraphylla* Rgl. <sup>(4)</sup>.

5. Тип *Eriostemon*. Распределение макроспориальных ядер 4+0, один митоз. В зрелом зародышевом мешке яйцевой аппарат состоит из семи клеток, яйцеклетка не дифференцирована, центральная клетка является нижней клеткой зародышевого мешка и содержит единственное верхнее полярное ядро, антипод нет. Обнаружен у *T. bifloriformis* Vved. и *T. tarda* Stapf., *T. patens* Aghard, *T. dasystemon* Rgl., *T. sogdiana* Bge. и *T. Regelii* Krasn. По литературным данным, этот тип имеется у *T. silvestris* L., *T. Celsiana* DC <sup>(2, 5)</sup>, *T. australis* Link., *T. turkestanica* Rgl., *T. dasystemon* Rgl., *T. Hageri* Heldr., *T. pulchella* Fenzl. и *T. humilis* Herb. <sup>(6, 7)</sup>.

Среди всего этого многообразия типов развития исходный, т. е. исторически первичный, тип можно установить на основании следующих соображений. Род *Tulipa* принадлежит к группе *Tulipeae* <sup>(8)</sup> или, правильнее, к *Lilioideae* <sup>(9, 10)</sup>, семейства *Liliaceae*. В этой безусловно филогенетически единой группе род *Tulipa* не может считаться наиболее примитивным как по морфологическим <sup>(9)</sup>, так и флорогенетическим <sup>(11, 12)</sup> соображениям. По всей вероятности первичное филогенетическое ядро *Lilioideae* возникло и развивалось в качестве компонента третичной мезофильной лесной флоры северного полушария. Род же *Tulipa* является более поздним образованием, эволюционировавшим в связи с развитием ксерофильной флоры древнего средиземноморья <sup>(11)</sup>. Что касается эмбриологических особенностей, то в противоположность *Tulipa* все остальные роды *Lilioideae* отличаются единообразием развития зародышевого мешка. У всех исследованных в этом отношении видов *Lilium* s. l. <sup>(2, 13, 15)</sup>, *Fritillaria* <sup>(16)</sup> \*, *Gagea* <sup>(17-19)</sup> и *Lloydia* <sup>(19)</sup> обнаружен только тип *Fritillaria*. Он же свойствен и большинству видов *Erythronium* <sup>(20-22)</sup>, лишь два вида — *E. albidum* <sup>(23)</sup> и *E. americanum* <sup>(24)</sup> имеют зародышевый мешок *Adoxa*-типа \*\*. Таким образом, здесь имеется известный параллелизм роду *Tulipa*. Между основными секциями *Tulipa* — *Leiostemon*, *Eriostemon* и *Orythia* <sup>(9)</sup> — разные типы развития распределяются следующим образом. *Fritillaria*-тип оказывается господствующим: он характерен, по-видимому, для *Orythia* (исследован пока только

\* Мною исследованы *F. Eduardi* Rgl., *F. Raddeana* Rgl. и виды, выделенные в отдельные роды, — *Rhinopetalum bucharicum* A. Los., *R. arianum* A. Los. et Vved. и *Korolkovia Sevezlovii* Rgl. У всех оказался *Fritillaria*-тип.

\*\* Данные Хруби <sup>(25)</sup> о наличии *Drusa*-типа у *E. dens canis* требуют проверки.



heterophylla) и для основной массы видов наиболее обширной секции Eriostemones. Типы Adoxa и T. tetraphylla, с одной стороны, и тип Drusa — другой, свойственны небольшим группам близко родственных видов Leio-  
stemones. Наконец, тип Eriostemones свойствен исключительно видам сек-  
ции того же названия и является ее диагностическим признаком. Для суж-  
дения о филогенетических отношениях разных типов зародышевого мешка

Tulipa весьма важно принять также во внимание то общее положение, что типы с одним митозом всегда являются вторичными, так как сокращение числа фаз является главным направлением эволюции зародышевого мешка покрытосеменных. Что касается типа Drusa, то в данном случае его происхождение от Fritillaria-типа несомненно.

Из всех приведенных фактов следует вывод, что Fritillaria-тип является исторически первичным типом развития зародышевого мешка как во всей группе Lilioideae, так и в роде Tulipa. Все остальные типы развития являются новообразованиями, которые возникли при дальнейшей эволюции рода Tulipa, а также (параллельно, но не в такой разнообразии) и в роде Erythronium. Эти новые типы развития возникали в результате различных преобразований анцестрального онтогенеза Fritillaria-типа.

Среднеазиатский государственный университет  
им. В. И. Ленина

Поступило  
12 X 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> V. Bambacioni, A. Giombini, Ann. di bot., 18, 378 (1930). <sup>2</sup> V. Bambacioni-Mezzeti, Ann. di bot., 19, 365 (1931). <sup>3</sup> И. Д. Романов, ДАН, 22, 140 (1939). <sup>4</sup> И. Д. Романов, ДАН, 19, 113 (1938). <sup>5</sup> L. Guignard, Ann. sci. nat. Bot., 8 ser., 11, 365 (1900). <sup>6</sup> W. Newton, J. Linn. Soc., 47 (1926). <sup>7</sup> A. D. Hall, The Book of the Tulip, 1929. <sup>8</sup> J. Hutchinson, The Families of Flowering Plants, 2, 1934. <sup>9</sup> F. Buxbaum, Bot. Arch., 38, 1937. <sup>10</sup> K. Schnarf, Österr. bot. Zs., 95, 257 (1948). <sup>11</sup> М. Г. Попов, Очерк растительности и флоры Каппар, 1949. <sup>12</sup> В. И. Талиев, Тр. прикл. бот., генет и селекц., 24, в. 2 (1931). <sup>13</sup> D. C. Cooper, Bot. Gaz., 97, 364 (1935). <sup>14</sup> K. Oikawa, Sci. Rep. Tohoku Univ., 4 ser., 11 (1937). <sup>15</sup> J. K. Santos, Cytologia, Fujii Jub. Vol., 822 (1937). <sup>16</sup> V. Bambacioni, Ann. di bot., 18, 17 (1928). <sup>17</sup> I. D. Romanov, Planta, 25, 438 (1936). <sup>18</sup> M. Westergaard, C. R. Labor. Carlsberg, 21, № 18 (1936). <sup>19</sup> R. Bianchi, Ber. Schweiz. Bot. Ges., 56, 523 (1946). <sup>20</sup> K. Oikawa, Bot. Mag. Tokyo, 54, 366 (1940). <sup>21</sup> M. S. Cave, Madrono, 6, 177 (1942). <sup>22</sup> F. H. Smith, Am. J. Bot., 42, 213 (1955). <sup>23</sup> D. C. Cooper, Bot. Gaz., 100, 862 (1949). <sup>24</sup> A. Haque, Bot. Gaz., 112, 495 (1951). <sup>25</sup> K. Gruby, Chron. Bot., 4, 20 (1938).

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

П. С. ЕРЫГИН и О. Н. РЯБЧУН

**ЗАВИСИМОСТЬ СТРОЕНИЯ КОРНЕЙ РИСА ОТ ВОДНОГО  
РЕЖИМА ПОЧВЫ**

(Представлено академиком А. Л. Курсановым 6 IV 1957)

Рис, как известно, возделывается в разных экологических условиях. На полях, залитых водой слоем 2—15 см, выращивается почти 80% культурного риса. Остальная часть его занимает поля, либо затопленные слоем в 20 см и более, либо выращивается на почвах, на протяжении почти всей вегетации не залитых водой. При таком избыточном и недостаточном количестве воды получают урожаи вдвое меньше, чем при затоплении малыми слоями (<sup>8,10</sup>).

Широкий диапазон условий роста корневой системы риса давно привлекал исследователей, поэтому анатомическое строение его корней неоднократно изучалось (<sup>11—13</sup>). Изучение 28 сортов, возделываемых при затоплении, и 16 сортов — при увлажнении, показало, что первые менее склонны давать боковые корешки на незатопленной почве (<sup>10</sup>). При удалении воды с поверхности почвы и ее подсыхании склеренхиматический цилиндр корней риса быстро одревесневает, а поглощающая поверхность корневой системы увеличивается за счет образования боковых корешков и корневых волосков (<sup>16</sup>). Произрастание же на незатопленной почве в течение всей вегетации приводит к образованию наибольшего числа корневых волосков с начала вегетации (<sup>3</sup>).

Это вовсе не значит, что они возникают только в незатопленной почве. Корневые волоски образуются и в почве, залитой водой (<sup>4,9</sup>). Наблюдения за ростом корней в почвах разных по структуре и физическому строению (<sup>18</sup>) не выяснили причин разрастания корней вследствие того, что при такой постановке опыта действует одновременно два фактора: плодородие и строение почвы. Зато в почве, залитой водою, это легко осуществить; здесь корни интенсивно разрастаются под действием кислорода в двух случаях: при поверхностном размещении их в почве (<sup>9,18,19</sup>) и при проникновении в подпахотные горизонты воды благодаря сильной фильтрации (<sup>19</sup>). Другим источником кислорода являются воздушные полости корня (<sup>17</sup>). Иногда они накапливаются здесь в избытке и выделяются наружу (<sup>2,6,15</sup>). Таким способом корни риса окисляют в почве восстановительные соединения железа, фосфора, серы и азота (<sup>7</sup>). Это одна из физиологических особенностей риса, которая заставляет относить его к группе гигрофитов (<sup>2</sup>). Веское обоснование необходимости включения риса в группу гигрофитов дает экологическая классификация сорной растительности рисовых полей (<sup>5</sup>).

Наряду с этим имеются утверждения, что рис по своей природе относится к мезофитам. Основанием для такого мнения послужили «микроснимки» поперечных срезов корней риса (<sup>1</sup>). Ниже мы приводим часть своих анатомических исследований, посвященных отношению риса к незатопленной почве.

Наши наблюдения за анатомией корня проводились с сортом ВРОС 213, который занимает почти половину площади кубанского рисосеяния. В опыте он выращивался в сосудах на фоне двух водных режимов почвы: затопление слоем 20 см и увлажнение с поддержанием влажности около 90% от капиллярной влагоемкости.

На рис. 1 представлены два поперечных среза корня, выросшего при затоплении.

В зоне всасывания покровные ткани достаточно хорошо обособлены, хотя склеренхиматическое влагалище еще не одревеснело; в центральном

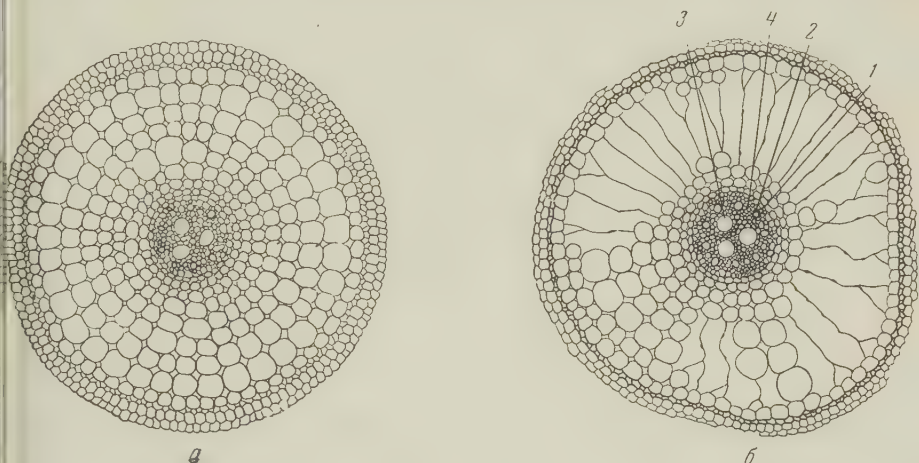


рис. 1. а — зона всасывания корня, возникшего в пазухе 4-го листа. Считая от периферии к центру: первый цикл клеток — эпидермис, второй — невыраженная экзодерма, третий — склеренхиматическое влагалище, дальше восемь циклов неспециализированных клеток коры, а девятый — эндодерма; б — зона возникновения аэренхимы. Центральный цилиндр корня имеет ясно выраженную ксилему: 1 — с кольчатыми и спиральными сосудами, упирающимися в перицикл, 2 — с мелкими и 3 — с крупными точечными сосудами метаксилемы; между лучами ксилемы расположена флоэма (4)

в цилиндре корня различаются перицикл и древеснеющие клетки древесинной паренхимы, окружающие мелкие сосуды прото- и метаксилемы.

В зоне возникновения аэренхимы, которая образуется за счет разрушения неспециализированных клеток коры, склеренхиматическое влагалище,

Таблица 1  
Зависимость анатомического строения корней риса от водного режима почвы

Анатомические элементы	Водный режим почвы *	Узел прикрепления пазушного яруса корней снизу					
		3-й	5-й	7-й	9-й	11-й	Среднее
Толщина корня в м	З	493	618	749	800	950	722
	У	430	563	630	765	780	633
Диаметр центр. цилиндра в м	З	100	112	125	128	152	123
	У	91	135	144	137	150	129
Крупные сосуды: диаметр в м	З	30,2	31,5	33,8	34,9	35,3	33,1
	У	31,5	37,1	31,0	38,8	34,7	34,6
число их	З	2,3	3,5	3,7	3,5	4,0	3,4
	У	2,0	3,0	3,5	3,0	3,8	3,0
Мелкие сосуды: диаметр в м	З	2,0	9,0	9,0	9,0	12,0	8,2
	У	9,0	13,5	10,2	11,8	12,0	11,3
число их	З	8,5	10,0	10,2	10,3	10,7	9,9
	У	7,0	9,0	10,0	9,8	10,8	9,3
Внутренняя кора: число радиальных рядов клеток	З	26,0	32,5	37,0	32,4	35,0	32,6
	У	24,4	30,5	31,5	32,0	36,0	30,9
число циклов клеток	З	8,5	9,5	11,5	11,5	12,2	10,6
	У	7,6	9,0	9,0	9,5	11,2	9,2

\* З — затопление, У — увлажнение.



состоящее из прозенхимных клеток, уже одревеснело и изолировало кору от окружающей среды. Оно приняло на себя функции внешней коры. В центральном цилиндре клетки древесинной паренхимы, окружающие сосуды ксилемы, полностью одревеснели и тем самым обособили флоэму.

При длине корня около 30 см, аэренхима возникает в отдельных местах внутренней коры на расстоянии 1—5 см от эмбриональной зоны корня. Выше, по мере удаления от кончика корня, уцелевших клеток внутренней коры становится меньше и центральный цилиндр может сообщаться с почвой только через боковые корешки.

Водный режим почвы оказывает заметное влияние на анатомическое строение корня (см. табл. 1).

Главной причиной, вызывающей различие в строении корней при затоплении, по сравнению с увлажнением, были ростовые процессы. Они проходили интенсивно в корнях, залитых водой; в результате этого во внутренней коре число радиальных рядов клеток и их циклов увеличилось, а в центральном цилиндре стало больше сосудов метаксилемы. Увеличение диаметра центрального цилиндра обязано также и утолщению клеточных оболочек; при увлажнении они толще в полтора-два раза, чем при затоплении.

Все это говорит о том, что увлажнение не изменяет анатомическое строение корней риса в такой мере, чтобы говорить об изменении его гидрофильной природы.

Кубанская рисовая  
опытная станция

Поступило  
5 IV 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Е. Б. Величко, ДАН, 110, № 6, 1117 (1956). <sup>2</sup> П. С. Ерыгин, Физические и биологические основы орошения риса, М., 1950. <sup>3</sup> П. С. Ерыгин, Тр. Краснодарск. инст. пищ. промышл., в. 7, 3 (1949). <sup>4</sup> К. Есиока, Е. Такаси, Биология риса, Токио, 1954 (японск.). <sup>5</sup> И. С. Косенко, Тр. Краснодарск. инст. пищ. промышл., в. 101 (1949). <sup>6</sup> Б. А. Неунылов, Сборн. научн. работ, с.-х. опытно-исслед. учреждений Приморского края, в. 1, 65 (1948). <sup>7</sup> Б. А. Неунылов, Теория и практика повышения плодородия почв рисовых полей Приморского края, автореферат докторской диссертации, М., 1956. <sup>8</sup> Станция по внедрению агротехники. Сельскохозяйственная наука, Центр. Китая, № 1, 12—13 (1956) (китайск.). <sup>9</sup> T. Alberda, Plant and Soil, 5, № 1 (1953). <sup>10</sup> F. D. Emilio, Philipp. Agriculturist, 16, № 1 (1927). <sup>11</sup> J. B. Juliano, M. J. Aldama, Philipp. Agriculturist, 26, № 1 (1937). <sup>12</sup> J. van Breda, H. A. A. N., Med. Dept. Landbouw. Batavia, № 15, 1 (1911). <sup>13</sup> L. W. Kuilman, Landbouw Ind. Archipels, Gravenhage, 1948, p. 14—17. <sup>14</sup> W. Leonardo, J. Agr. Soc. Agr., 4, № 7, 579 (1948). <sup>15</sup> Mitsui Shingo, Inorganic Nutrition Fertilization and Soil Amelioration for Lowland Rice, Tokyo, 1955. <sup>16</sup> Novello Novelli, Cattedra Amb. Agricoltura Lomelina Mortara, 1—7 (1914). <sup>17</sup> M. H. van Raalt, Ann. Jard. Bot. Buitenzorg, № 50, 99 (1950). <sup>18</sup> R. L. Sethi, Mem. Dept. Agr. India, 18, № 2, 57 (1930). <sup>19</sup> M. B. Smith, Intern. Rev. Agr., 22, № 5, 179 (1931).



ФИТОПАТОЛОГИЯ

Е. И. АНДРЕЕВА, М. Е. КУПЕРМАН и З. В. КРАСИЛЬНИКОВА

**ЭЛЕКТРОННО-МИКРОСКОПИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕЙСТВИЯ  
НАТИВНОГО ВЕЩЕСТВА ACTINOMYCES И ХИМИЧЕСКИХ  
СОЕДИНЕНИЙ НА ВОЗБУДИТЕЛЯ ГОММОЗА ХЛОПЧАТНИКА—  
PSEUDOMONAS MALVACEARUM E. SMITH**

(Представлено академиком С. И. Вольфовичем 15 III 1957)

Гоммоз является одним из наиболее распространенных и опасных заболеваний хлопчатника. В борьбе с гоммозом хлопчатника (возбудитель заболевания бактерия *Pseudomonas malvacearum* E. Smith) испытано большое количество химических препаратов, а также нативных веществ, выделяемых естественными антагонистами.

Среди естественных антагонистов возбудителя гоммоза хлопчатника наиболее распространенным является *Actinomyces* (<sup>1-3</sup>).

Из ряда штаммов *Actinomyces*, полученных из Лаборатории антибиотиков АН СССР, наиболее активным, при проверке их действия на бактерию гоммоза хлопчатника, оказался штамм № 2812. Активность нативного вещества, выделяемого этим штаммом при выращивании культур по методу глубинного роста в картофельно-декстрозном агаре с добавкой 7—10% пептона, по данным титрования, выражалась в 1000 а. е.

Антагонистическое действие *Actinomyces* на бактерию гоммоза хлопчатника проверялось также по методу поверхностного выращивания культур в чашках Петри на картофельно-декстрозном агаре, зараженном гоммозом. Для этой цели на агаровую поверхность, предварительно засеянную бактерией — возбудителем гоммоза, раскладывались кусочки агара с выращенным на них антагонистом.

Спустя 3—4 дня вокруг *Actinomyces* наблюдалось образование стерильной зоны диаметром ~27 мм. Приготовленные таким образом культуры были исследованы при помощи электронного микроскопа для выяснения картины процесса лизиса бактерии гоммоза нативным веществом, выделяемым *Actinomyces*.

Препараты готовились нанесением капли суспензии культуры в гидистиллате на коллодиевую подложку. Исследование проводилось с электронным микроскопом ЭМ-3 (10 000 и 12 500 ×). Исследование показало, что в зоне гоммоза имеются единичные здоровые бактериальные клетки. При пересеве эти клетки дали рост и обладали вирулентностью.

Было установлено также, что для однодневной культуры бактерий — возбудителей гоммоза хлопчатника характерно наличие жгутиков, в то время, как у бактерий трехдневной культуры жгутики отсутствовали (рис. 1а).

В зоне гоммоза основная масса бактерий разрушена. В стерильной зоне наблюдалось полное разрушение бактерий гоммоза. На снимке (рис. 1б) ясно видно разрушенное содержимое бактериальных клеток.

В зоне *Actinomyces* наблюдалось присутствие спор и мицелий *Actinomyces* штамма № 2812 (рис. 1в).

На 10 сутки вся бактериальная масса в чашках Петри представляла собой разрушенные части бактериальных клеток *P. malvacearum*, которые при пересевах не дали роста на питательной среде.

В результате проведенного электронно-микроскопического исследования оказалось возможным проследить действие нативного вещества, выделяемого *Actinomyces* штамма № 2812, на бактерию — возбудителя гоммоза. Нативное вещество способно лизировать бактерию, причем оболочки и содержимое бактериальных клеток разрушаются.

Для сравнения процессов, протекающих при действии на бактерию — возбудителя гоммоза хлопчатника естественных антагонистов и химических средств, было проведено электронно-микроскопическое исследование каротины, возникшей под влиянием этилмеркурхлорида и трихлорфенолята меди на бактерию *P. malvacearum*.

Культура бактерии выращивалась по методу поверхностного роста на картофельно-декстрозном агаре в чашках Петри. На засеянную поверхность раскладывались семена хлопчатника, обработанные одним из вышеуказанных препаратов. Норма расхода препарата на 1 т семян хлопчатника составляла для этилмеркурхлорида 6 кг, а для трихлорфенолята меди 8 кг.

На 2 день вокруг семян наблюдались зоны отсутствия роста бактерий, в то время как на всей остальной поверхности чашек Петри наблюдался обильный рост бактерий.

Метод приготовления препаратов был таким же, как и при исследовании действия *Actinomyces* на бактерию — возбудителя гоммоза.

Электронно-микроскопическое исследование показало, что при действии этилмеркурхлорида наблюдалось набухание бактериальных клеток гоммоза. В зоне бактерий обнаружены неразрушенные бактерии (рис. 2а). В стерильной зоне наблюдалось наличие двух стадий разрушения бактерий: 1) бактерии с разрыхленной оболочкой (рис. 2б); 2) бактерии с полностью разрушенной оболочкой и частично разрушенным содержимым бактериальных клеток (рис. 2в).

При действии трихлорфенолята меди в зоне гоммоза наблюдались здоровые бактерии — возбудители гоммоза (рис. 3а), которые при пересеве давали обильный рост культуры. В стерильной зоне наблюдались не измененные по внешнему виду бактерии (рис. 3б), однако при пересеве этих бактерий на питательную среду они не дали роста культуры.

Проведенные исследования позволили сделать вывод о том, что действие на бактерию *P. malvacearum* трихлорфенолята меди и этилмеркурхлорида различно. В случае действия трихлорфенолята меди не происходило разрушения оболочки и клеток бактерий, в то время как при действии этилмеркурхлорида бактериальные клетки увеличивались в размере, и разрушение их начиналось с оболочки бактерии, а затем уже разрушалось содержимое бактериальных клеток.

При действии на бактерию — возбудителя гоммоза нативного вещества выделяемого *Actinomyces*, происходил лизис как клеточных оболочек, так и содержимого бактериальных клеток.

Поступило  
7 III 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Н. А. Красильников, Р. О. Мирзабекян, С. А. Аскар ова, ДАН, 79, № 6, 1025 (1951). <sup>2</sup> Р. О. Мирзабекян, Докл. ВАСХНИЛ, в. 5, 3 (1952). <sup>4</sup> Н. А. Красильников, А. Н. Белозерский и др., ДАН, 111, № 5, 1117 (1956).

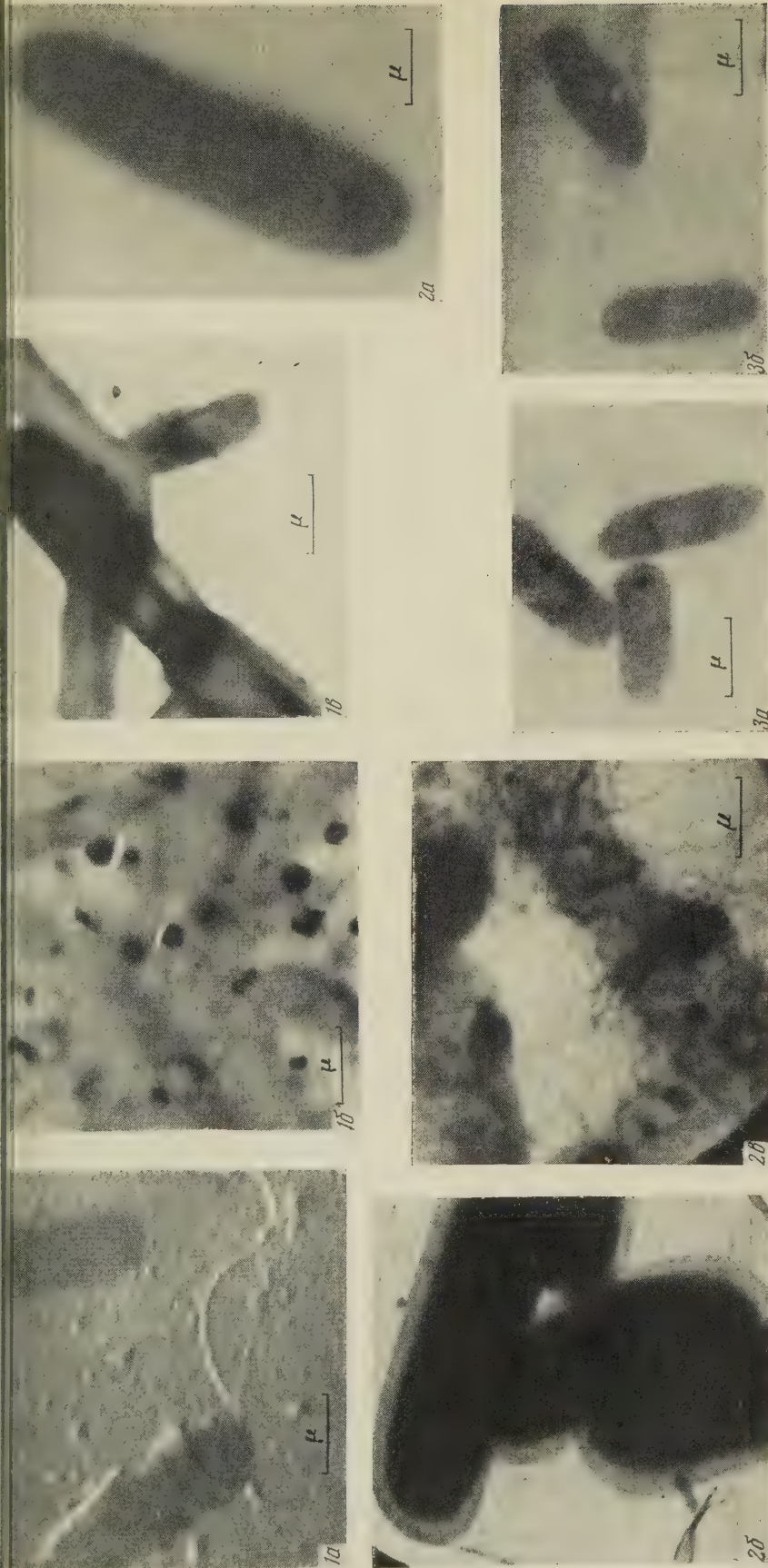
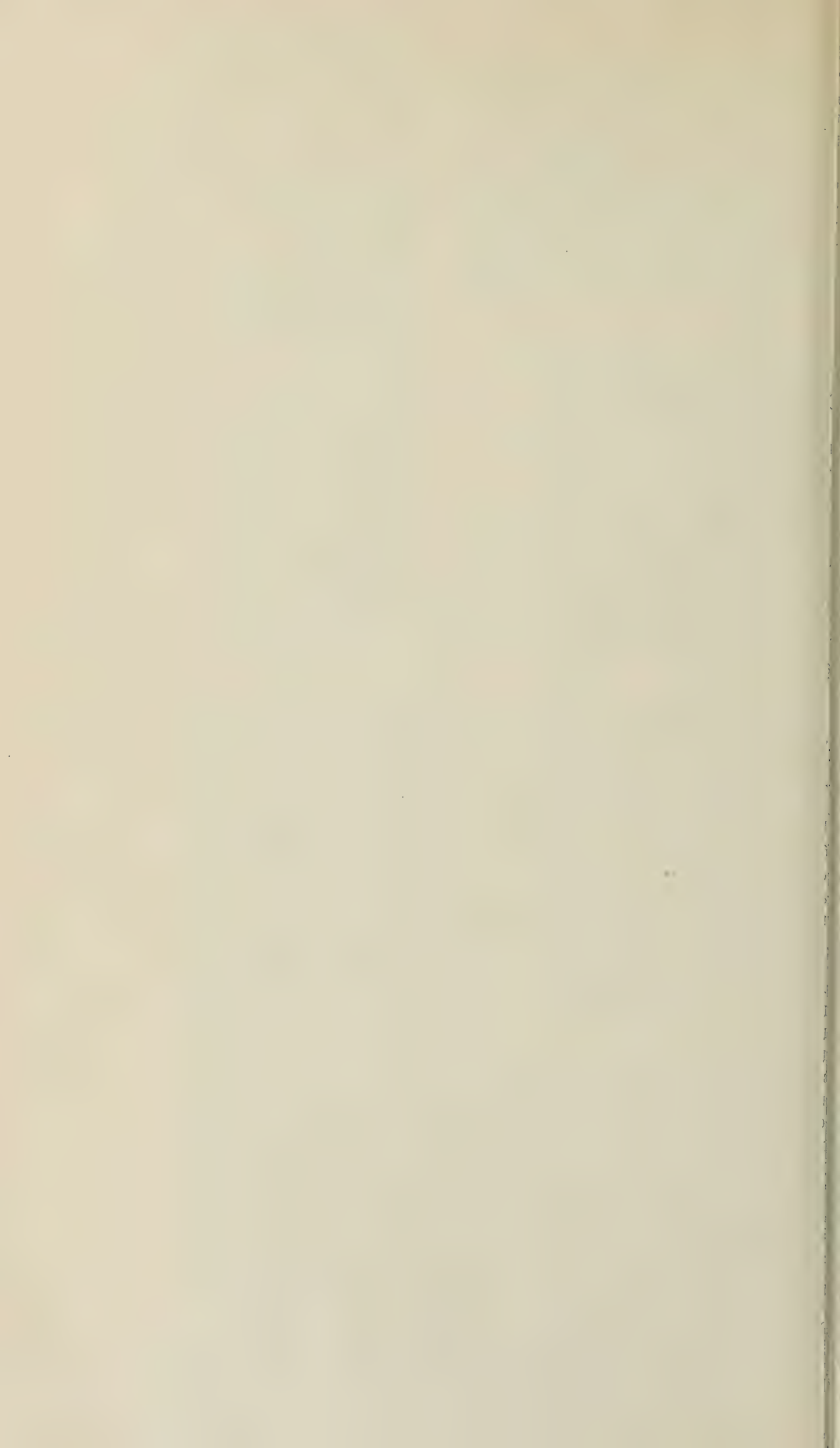


Рис. 1. *а* — Однодневная культура бактерий — возбудителя гоммоза хлопчатника, *б* — лизированные бактерии — возбудители гоммоза в стерильной зоне; *в* — мицелий *Actinomyces*

Рис. 2. Бактерии — возбудители гоммоза. *с* — Набухшие от действия этилмеркурида, *б* — с разрывленной оболочкой (в стерильной зоне), *в* — с разрывленной оболочкой и частично разрушенным содержимым бактериальных клеток (в стерильной зоне)

Рис. 3. Бактерии — возбудители гоммоза. *а* — В зоне гоммоза, *б* — в стерильной зоне (от действия трихлорфенолята меди)







ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МОРФОЛОГИЯ

А. К. ДОНДУА и А. А. ЗАВАРЗИН

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-МОРФОЛОГИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ  
ЗАРОДЫШЕВЫХ ОБОЛОЧЕК КРЫС**

(Представлено академиком Н. Н. Аничковым 18 III 1957)

Объектом исследования служили амниотическая оболочка и желточный мешок 10—13-дневных эмбрионов крыс. Реактивные изменения в этих оболочках вызывались введением инородных тел (целлоидиновые иголки, вельгур, тушь, каменноугольная смола и кусочки живых тканей надпочечника и хряща, смешанные с кусочками целлоидина). «Раздражитель» помещался в углу для инъекций с ее острого конца, и после прокола стенки оболочки нажатием на мандрен инородное тело вводилось в оболочки зародыша. Зародыш было прооперировано около 700 зародышей. Из них только 70 зародышей оказались пригодными для целей настоящего исследования. Материал фиксировался на стадиях от 24 час. до 9 суток после операции.

Инородные тела обычно оказывались в контакте с травмированными оболочками и участками желточного мешка и амниотической оболочки.

В амниотической оболочке вскоре после операции начинается обрастание свободных поверхностей введенного инородного тела активизированной мезенхимой (рис. 1). В основе процесса обрастания лежит усиление амниотической активности и активизация мезенхимных клеток в области инородного тела. Механизм обрастания определяется степенью активизации мезенхимных клеток, которая, в свою очередь, зависит от характера раздражителя и конкретных местных условий.

В тех случаях, когда активизация мезенхимы приводит к образованию свободных элементов (*лмф*), преобладающее развитие получает активное перемещение клеток по поверхности инородного тела с последующим обрастанием синцития. В других случаях преобладает травмовидный рост мезенхимы (*мзх*). Генетические взаимоотношения между клетками в такой активизированной мезенхиме амниотической оболочки можно иллюстрировать схемой (рис. 2), из которой следует, что исходная веретеновидная клетка (*мзх*) наружного листка оболочки в возбужденном состоянии приобретает вид одной из трех своих функциональных модификаций (оседлая — *мзх*, полдвижная — *лмф*, полуподвижная — *мл*), способных к взаимным переходам как в том, так и в другом направлении. Часть мезенхимных элементов длительно сохраняется в свободном состоянии, превращаясь в лимфоцитные элементы, способные к активному фагоцитозу. Эту лимфоидную реакцию в известном смысле можно выделить из общего реактивного процесса, рассматривая лимфоциты как активные фагоциты, осуществляющие защитную функцию. Однако если учесть, что и мезенхимные клетки способны к фагоцитозу, а часть лимфоцитов, превращаясь позднее в оседлые элементы, участвует в регенераторном процессе, то искусственность такого выделения становится очевидной. По-видимому, в реактивных изменениях амниотической оболочки проявляется отмеченная при исследовании воспаления у куриного зародыша закономерность, заключающаяся в нерасчлененности регенераторной и защитной фаз воспалительного процесса (<sup>1</sup>).

Завершением первого этапа реактивных процессов в амниотической

оболочке следует считать момент полного обрастания инородного тела мезенхимой

В желточном мешке на ранних стадиях реактивных изменений наблюдаются процессы несколько иного характера (рис. 3). В области капель каменноугольной смолы (А) здесь имеют место отечные явления и дегенеративные изменения оседлых элементов. На фоне погибающих бледноокрашенных фибробластов (дфбл) резко выделяются единичные свободные



Рис. 1

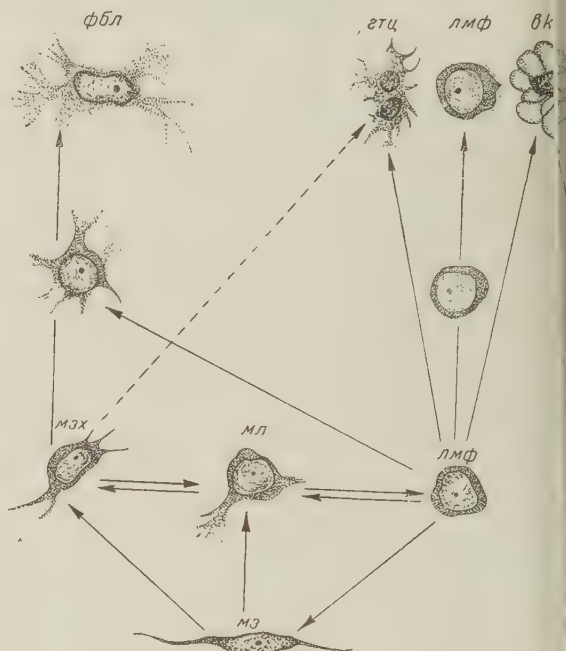


Рис. 2

Рис. 1. Край обрастания мезенхимой амниотической оболочки капли введенной каменноугольной смолы (на стадии 3 дней). А — место растворенной при обработке каменноугольной смолы; Б — полость внезародышевого целома: лмф — лимфоидная клетка, мл — полуподвижная клетка активизированной мезенхимы, мзх — мезенхимная клетка.

Рис. 2. Схема генетических отношений клеточных элементов в реактивно-измененном участке амниотической оболочки: мз — клетка наружного листка амниотической оболочки, фбл — фибробласт, гтц — гистиоцит, вк — вакуолированная клетка; остальные обозначения, как на рис. 1

лимфоидные элементы (лмф), большая часть которых имеет гематогенное происхождение. Активные пролиферативные процессы имеют место лишь в области контакта с активизированной амниотической мезенхимой. Клетки эндотелия и мезенхимные элементы желточного мешка приходят здесь в возбужденное состояние и образуют синцитий, врастающий в мезенхиму амниотической оболочки. Особенностью этого синцития является большая степень дифференциации образующих его элементов и меньшее число свободных лимфоидных элементов.

После обрастания инородного тела и включения его в толщу амниотической оболочки продолжается дальнейшее развитие реактивных процессов в ее тканях.

Возбуждение мезенхимы распространяется на соседние участки и постепенно захватывает обширную область вокруг инородного тела. Поскольку

же такое возбуждение связано с интенсивными процессами роста, то через некоторое время, обычно к стадии 3—5 дней, в области инородного тела формируется массивное, заметное уже невооруженным глазом разрастание амниотической мезенхимы. Гистологическое строение такого разрастания неоднородно (рис. 4). В области, наиболее удаленной от инородного тела, мезенхима находится в описанном уже выше лабильном состоянии, характеризующемся малой степенью дифференциации ее элементов. По мере



Рис. 3

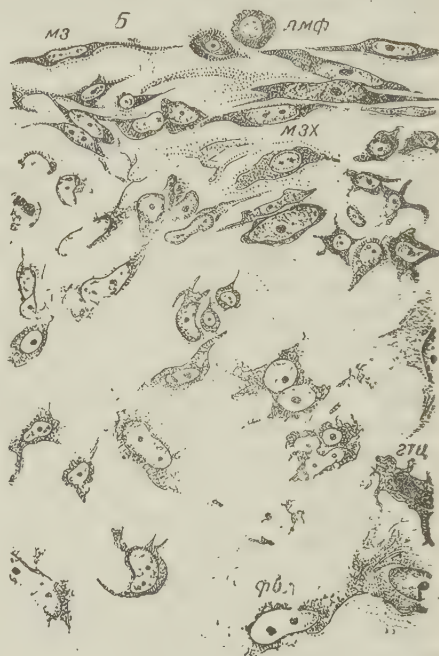


Рис. 4

Рис. 3. Воспалительные явления в тканях желчного мешка после введения каменноугольной смолы (на стадии 3 дней): эп — эпителий желчного мешка, с — сосуд, дфбл — дегенерирующий фибробласт; остальные обозначения, как на рис. 1 и 2

Рис. 4. Участок разрастания амниотической мезенхимы (на стадии 5 дней). Обозначения, как на рис. 1 и 2

приближения к инородному телу характер ткани меняется. Оседлые элементы мезенхимы превращаются в типичные фибробласты, количество лимфоцитов уменьшается, появляются гистиоидные элементы и своеобразные вакуолизированные клетки. Генетические взаимоотношения между клетками в этой области амниотического разрастания иллюстрируются верхней частью схемы на рис. 2. Таким образом, наряду с процессами роста в реактивно измененном участке амниотической оболочки, получают развитие процессы дифференцировки. Они обуславливают переход мезенхимы в более стабильное состояние, характеризующееся большим разнообразием клеточных форм и ограниченными возможностями их взаимных превращений.

Особенностью реактивных процессов в амниотической оболочке на этой стадии их развития является возможность выделить здесь защитные воспалительные явления, которые получают свое морфологическое выражение в формировании воспалительной капсулы, состоящей из незначительной некротической зоны, зоны свободных элементов и небольшого слоя ориентированных параллельно поверхности инородного тела фибробластов.

В травмированных при операции участках желчного мешка к стадии 4—5 дней начинаются регенерационные процессы органотипического характера. Они выражаются в усиленной пролиферации мезенхимных и эпителиальных клеток и направленном системном замещении дефекта эпи-



телием и подстилающей его мезенхимой желточного мешка. Эти регенерационные процессы наслаиваются на описанные выше чисто воспалительные явления. Отмеченное при описании ранних стадий реактивное врастание мезенхимы желточного мешка в случае ее контакта с центральным участком разрастания амниотической мезенхимы получает дальнейшее развитие. Помимо врастания мезенхимных элементов, идет развитие кровеносных сосудов, которые распространяются преимущественно по наиболее дифференцированным участкам амниотической мезенхимы в области, прилежащей к воспалительной капсуле. Появление здесь кровеносных сосудов приводит к усложнению строения этой капсулы, поскольку в защитной реакции принимают участие гематогенные лимфоциты и нейтрофилы.

Реактивные изменения в тканях амниотической оболочки и желточного мешка при различных раздражителях отличаются рядом особенностей. Эти особенности касаются в основном интенсивности процессов, соотношения между процессами дифференциации и роста и деталей в строении воспалительной капсулы. Специально следует остановиться на изменениях мезенхимы оболочек в области биотических раздражителей. При быстром и полном отмирании трансплантированных кусочков тканей наблюдаются типичные воспалительные явления, особенность которых состоит в усиленном разрастании кровеносных сосудов и более интенсивной, чем при механических раздражителях нейтрофильной реакции. При частичной дегенерации кусочков наблюдаются лимфоидная инфильтрация переживающих кусочков и усиленное размножение клеток в прилегающих к ним тканях желточного мешка. Наконец, в случаях приживания крупных кусочков хрящевой ткани мезенхима оболочек вступает в тесный контакт с надхрящницей трансплантированного хряща. Воспалительные явления почти полностью отсутствуют.

Завершение реактивных изменений в тканях амниотической оболочки и желточного мешка заключается в прекращении пролиферативных процессов и дальнейшем развитии процессов дифференцировки. Это проявляется, в частности, в усиленном образовании межклеточных структур. Морфологические картины на поздних стадиях развития процесса в желточном мешке более многообразны, чем в амниотической оболочке. Нам удалось наблюдать и систему правильно ориентированных межклеточных голокнистых структур в процессе ее образования, и плотные скопления мезенхимных клеток, и, наконец, описанные уже выше разрастания кровеносных сосудов.

Полученные в работе данные позволили выявить реактивные потенциалы мезенхимы желточного мешка и амниотической оболочки, которые не удавалось обнаружить при ее изучении в нормальных условиях (<sup>2,1</sup>). Вместе с тем выяснены некоторые особенности в реактивных изменениях мезенхимы каждой из рассматриваемых оболочек. Эти особенности частично объясняются большей (желточный мешок) или меньшей (амниотическая оболочка) степенью дифференцировки их мезенхимы. Такие же специфические процессы, как реактивное врастание сосудов и мезенхимы желточного мешка и разрастание мезенхимы амниотической оболочки, обуславливаются функциональными и биологическими особенностями этих оболочек.

Институт экспериментальной медицины  
Академии медицинских наук СССР,  
Ленинградский государственный университет  
им. А. А. Жданова

Поступило  
4 III 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> А. К. Дондуа. Собрн. Пробл. современ. эмбриологии, Л., 1956. <sup>2</sup> G. Petry, K. Damminger, Zs. Zellforsch., 44, 3 (1956).



З. И. СОБИЕВА и О. Я. ОСТРЫЙ

**ФИЗИОЛОГИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ ИЗМЕНЕНИЯ  
ФУНКЦИОНАЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ НЕРВНОЙ СИСТЕМЫ  
НА РАЗЛИЧНЫХ ЭТАПАХ РАЗВИТИЯ ГАЗОВОЙ ИНФЕКЦИИ**

(Представлено академиком А. Д. Сперанским 19 III 1957)

Отечественная физиология и патология вскрыли важное значение исходной и меняющейся реактивности нервной системы в ходе развития физиологических и патологических процессов.

Среди показателей меняющейся реактивности нервной системы особое место занимает параметр лабильности Н. Е. Введенского<sup>(3)</sup>, который очень тонко отражает изменения, возникающие в организме в связи с действием на него различных раздражителей внешней и внутренней среды.

Как известно, при действии на организм альтертирующих раздражителей, лабильность соответствующих нервных приборов претерпевает фазовые изменения — повышение функциональной подвижности нервного прибора и снижение функциональной подвижности с выявлением характерных стадий парабиоза.

В системе исследований А. Д. Сперанского<sup>(7, 8)</sup> уже давно было установлено, что токсико-инфекционные раздражители оказывают свое патогенное действие на организм, нарушая, в той или иной степени, функциональное состояние нервной системы и ее морфо-функциональные структуры.

Изучая патогенетические особенности токсико-инфекционного процесса при газовой гангрене, мы также столкнулись с подобного рода фактами<sup>(1, 2, 4, 5)</sup>.

Для анализа механизмов, лежащих в их основе, мы провели исследование влияния инфекционного процесса на некоторые показатели функционального состояния нервной системы. С этой целью нами были исследованы показатели реобазы, хронаксии и критической частоты суммации. Изучение этих показателей давало нам основание косвенно судить об изменениях лабильности нервной системы по ходу развития газовой гангрены.

Одновременно мы изучали изменения функционального состояния сосудодвигательного и дыхательного центров путем регистрации частоты сердечных сокращений и дыхания в единицу времени.

**Методика.** Работа проводилась на белых крысах. Заражение производилось в левую икроножную мышцу введением 0,1 мл смеси микробной культуры септического вибриона, содержащей 30 0000 микробных тел и 2,5% раствора хлористого кальция. Изучение реобазы, хронаксии и критической частоты суммации проводилось на малоберцовом нерве конечности, противоположной месту введения инфекта. Регистрация показателей производилась с помощью аппарата стимулятор-Грах-1 (опытного завода Академии медицинских наук СССР).

Частота сердечных сокращений определялась по электрокардиограмме. Запись дыхания производилась с помощью пьезодатчика на чернильном осциллографе.

Для изучения процесса в динамике регистрация всех указанных показателей производилась на протяжении всего заболевания через 1, 3, 5, 8

и 14 час. после заражения. Одновременно исследовались интактные животные (контроль).

Исследование было проведено на 35 белых крысах. Из них 27 было опытных и 8 контрольных. Подопытные животные после заражения были разделены на 5 групп. Через 1 и 3 часа после заражения было обследовано по 6 крыс. Через 5, 8 и 14 час. обследовались остальные группы по 5 животных в каждой. Одновременно изучались показатели реобазы, хронаксии

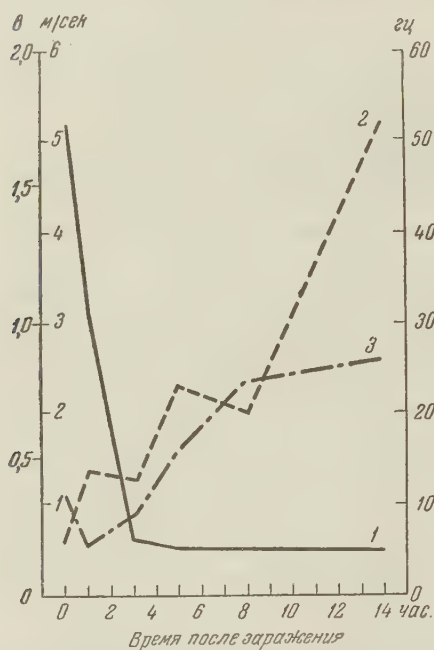


Рис. 1. Динамика изменений реактивности нервной системы в условиях заражения животных микробной культурой *V. septicum*. 1 — критическая частота суммации, 2 — хронаксия, 3 — реобазы

и критической частоты суммации у нормальных животных для выяснения степени индивидуальных колебаний этих показателей. Характеристика указанных показателей у интактных животных была однотипной, что позволило вывести их средние величины, с которыми мы сравнивали динамику изменения соответствующих показателей у зараженных животных.

Сводные данные этого опыта представлены на рис. 1, из которого видно, что по ходу развития инфекционного процесса имеет место закономерное повышение показателей реобазы, удлинение хронаксии и падение критической частоты суммации.

Эти данные говорят о том, что нервная система в процессе заболевания животного претерпевает существенные функциональные изменения.

Как показывает анализ кривых, эти изменения отражают процесс прогрессивного падения лабильности нервной системы, что находит свое выражение в резком повыше-

нии процессов суммации. Характер изменений указанных показателей является типичным выражением сдвигов функциональной подвижности нервной системы, свойственных развитию второй фазы парабриоза.

Предстояло выяснить, нельзя ли выявить типичную двухфазность этого процесса на других показателях функционального состояния нервной системы.

Для выяснения этого вопроса мы провели регистрацию состояния дыхательного и сосудодвигательного центра у зараженных животных на различных стадиях заболевания. Оказалось, что состояние возбудимости этих центров действительно претерпевает двухфазные изменения. В первой фазе, которая длится с момента заражения до 12—18 час., имеет место повышение возбудимости. В дальнейшем, начиная с указанного времени, возбудимость дыхательного и сосудодвигательного центров резко падает.

Данные этих опытов представлены на рис. 2.

Таким образом, развитие газовой инфекции сопровождается существенными сдвигами в реактивности нервной системы, носящими фазовый характер.

Подобного рода изменения были отмечены у животных при отравлении их различными фармакологическими ядами. Эти явления были подробно изучены В. Д. Розановой<sup>(6)</sup>.

Есть основание полагать, что выявленные факты характеризуют собой важную сторону патогенеза токсико-инфекционного процесса при газовой

ингрене, однако они отражают только более общую закономерность реак-  
ций нервной системы на патогенное раздражение.

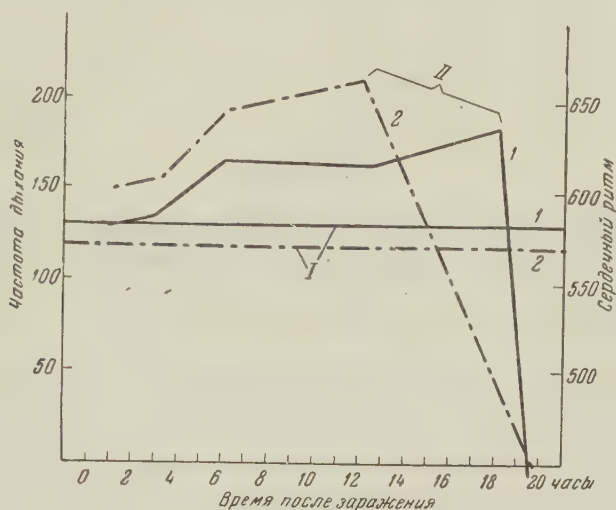


Рис. 2. Динамика изменений частоты дыхания и сердечной деятельности в условиях заражения животных микробной культурой *V. septicum*. I — норма, II — при заражении.  
1 — частота дыхания, 2 — сердечный ритм.

Возникает задача изыскания подходов для выявления специфических особенностей изменения реактивности нервной системы в зависимости от качественных особенностей и в зависимости от форм развития патологического процесса.

Институт нормальной и патологической физиологии  
Академии медицинских наук СССР

Поступило  
19 III 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> А. Н. Алиев, ДАН, 111, № 5 (1956). <sup>2</sup> А. Н. Алиев, ДАН, 111, № 4 (1956). <sup>3</sup> Н. Е. Введенский, Избранные произведения, М., 1952. <sup>4</sup> О. Я. Острый, А. Н. Алиев, ДАН, 105, № 6 (1955). <sup>5</sup> О. Я. Острый, А. Н. Алиев, ДАН, 106, № 1 (1956). <sup>6</sup> В. Д. Розанова, Докторская диссертация, М., 1948. <sup>7</sup> А. Д. Сперанский, Избранные труды, М., 1955. <sup>8</sup> А. Д. Сперанский, Элементы построения теории медицины, М., 1935. <sup>9</sup> З. И. Собиева, Кандидатская диссертация, М., 1953.

А. И. ЗОТИН

## ПОТРЕБЛЕНИЕ ВОДЫ ИЗ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ И ОБРАЗОВАНИЕ ПОЛОСТЕЙ У ЗАРОДЫШЕЙ СЕВРЮГИ

(Представлено академиком И. И. Шмальгаузенем 20 II 1957)

В зародышевом развитии осетровых рыб было установлено (<sup>1,2</sup>) пять периодов в водном обмене яиц, характеризующихся сходной скоростью потребления воды из окружающей среды на протяжении всего периода и быстрым изменением скорости поступления воды в яйцо при переходе от одного периода к другому. Известно также (<sup>3,4</sup>), что во время развития осетровых рыб у зародышей образуется ряд полостей: бластоцель, гастроподобная, полость кишки, целомическая полость и др. Естественно было, поэтому, предположить, что вода, поступающая в яйцо из окружающей среды во время развития, используется для образования жидкости этих полостей и что периодизация в скорости поступления воды в яйцо связана с динамикой образования и исчезновения полостей у зародышей. В настоящей работе приводятся материалы, позволяющие сопоставить объемы полостей зародышей севрюги на разных стадиях развития с объемом воды, поступившей к этому времени в зародыш.

С помощью аппарата Эдингера производили зарисовку контуров зародыша и его полостей по полной серии срезов зародыша. Рисунки вырезали и взвешивали на аптекарских весах (сначала все рисунки зародыша, включая полости, затем отдельно все рисунки полостей). Так как количество срезов с зародыша и, соответственно, количество рисунков достигало 200—220 штук, то не имели особенного значения выравнивание по толщине и качество бумаги, употребляемой для работы, что, как известно, имеет большое значение при проведении сходной работы с небольшим числом срезов. Вес рисунков зародыша и его полостей пропорционален объему зародыша и его полостей, поэтому, выражая вес рисунков полостей в процентах от веса рисунков всего зародыша, можно получить объем полостей зародыша в процентах. Для измерения были использованы серии срезов зародышей севрюги из коллекции Т. А. Детлаф и А. С. Гинзбург \*. Зародыши севрюги № 59 были фиксированы жидкостью Санфеличе в мае 1951 г. Инкубацию икры проводили в аппаратах Сес-Грина на рыбноводном пункте (Дон, хутор Рогожкино). Зародыши были залиты в парафин, и из них приготовлены полные серии срезов толщиной 10 м. Срезы были окрашены железным гематоксилином.

Дополнительные данные были получены по срезам (приготовленным таким же способом) зародышей от севрюги №№ 20 и 103. Данные по потреблению воды зародышами от севрюги № 59 были мною получены в 1951 г. с помощью метода, описанного раньше (<sup>1,2</sup>).

На рис. 1 показано изменение общего объема всех полостей зародышей севрюги на разных стадиях развития от оплодотворения до вылупления из яичевых оболочек. Для сопоставления приведены кривые поступления воды в зародыши севрюги на этих же стадиях развития, а также данные

\* Пользуюсь случаем выразить Т. А. Детлаф и А. С. Гинзбург искреннюю благодарность за разрешение использовать препараты по развитию зародышей севрюги.



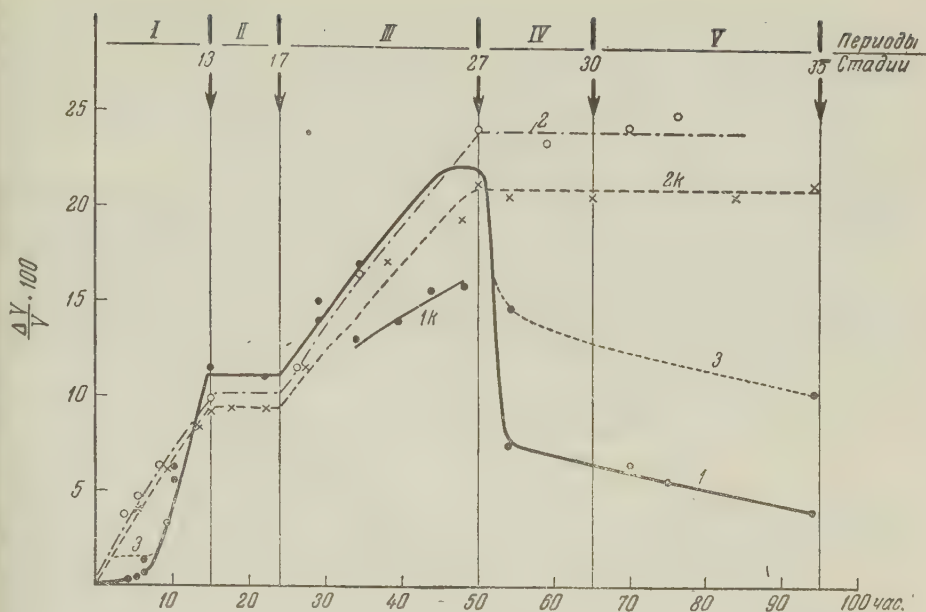


Рис. 1. Изменение общего объема полостей зародышей и потребление ими воды из окружающей среды во время развития. Севрюга № 59: 1 — изменение объема полостей, 2 — потребление воды, 3 — изменение объема перивителлинового пространства. Контроли: 1к — изменение объема полостей у зародышей от севрюги № 103 на стадии 23—26, 2к — потребление воды зародышами от 5 самок севрюги (средние данные)\*

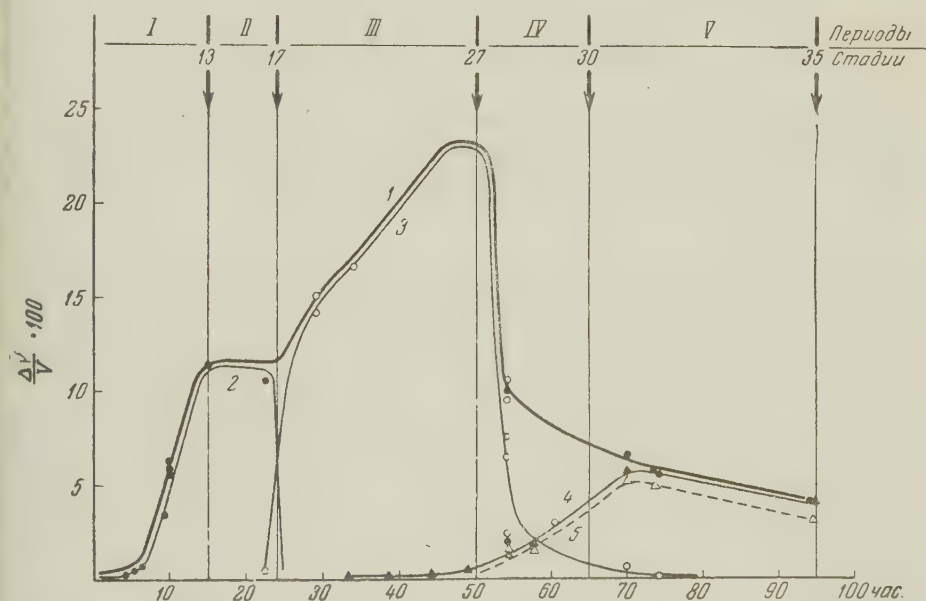


Рис. 2. Изменение объема полостей зародышей во время развития. 1 — все полости суммарно, 2 — бластоцель, 3 — гастроцель (позднее полость кишки), 4 — все остальные внутренние полости (включая перикард — 5), 1—3 — зародыши от севрюги № 59, 4 и 5 — зародыши от зародышей севрюги № 20

\* В рис. 1—3 время развития указано по данным для 18°. Стадии — по таблицам Т. А. Детлаф и А. С. Гинзбург (4) (с соответствующим пересчетом на 18°). Каждая точка — один зародыш.

об изменении объема перивителлинового пространства. Следует, однако, иметь в виду, что данные по изменению объема перивителлинового пространства (кривая 3) ориентировочные, так как метод, описанный выше, применим для определения объема перивителлинового пространства лишь с большими оговорками из-за трудности восстановления объема перивителлинового пространства по рисунку зародыша, лишенного оболочек (все оболочки были сняты с зародышей перед фиксацией).

Из рис. 1 мы видим, что потребление воды зародышами севрюги из окружающей среды тесно связано с изменением объема полостей не только с количественной стороны, но и с качественной: периодизация, установленная для скорости потребления воды зародышами осетровых рыб из окружающей среды (<sup>1,2</sup>) совпадает с периодизацией в изменении объема полостей зародышей. В I период (стадия 2—13 по Т. А. Детлаф и А. С. Гинзбург)

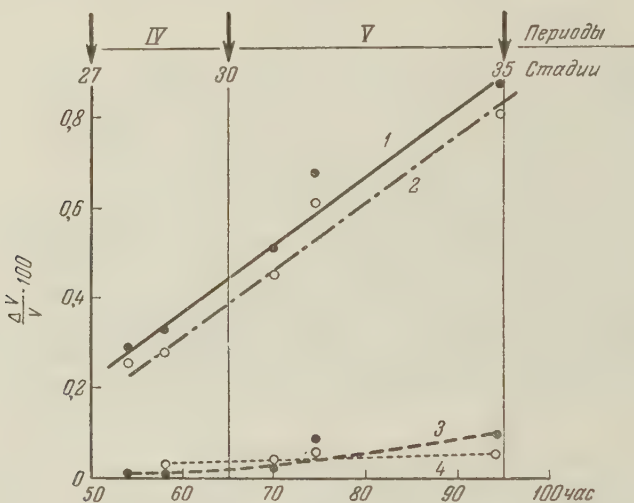


Рис. 3. Изменение объема полостей в IV и V периодах развития зародышей севрюги № 20: 1 — нервная трубка в целом, 2 — полости головного мозга, 3 — полости слуховых пузырьков, 4 — головные полости

идет быстрое поступление воды в зародыши, в это же время происходит быстрое увеличение объема blastoцеля (рис. 2). Во II период (стадия 13—17), потребление воды зародышами прекращается, прекращается и увеличение объема полости blastoцеля. В конце II периода полость blastoцеля резко уменьшается и начинает быстро увеличиваться новая полость — полость гастроцеля (рис. 2). С этого момента начинается III период, в течение которого объем полости гастроцеля, а позднее (приблизительно с 23-й стадии) полость кишки значительно увеличивается и достигает максимального значения к концу периода. Параллельно изменению объема полостей резко возрастает и скорость поступления воды в зародыш на этих стадиях (рис. 1). IV и V периоды — наиболее трудные для толкования, в связи с трудностями точного определения объема перивителлинового пространства. В IV период происходит резкое уменьшение объема внутренних полостей зародыша, в основном благодаря уменьшению объема полости кишки (рис. 2). Так как в это время общий объем яйца во внутренней желточной оболочке не меняется (в яйцо не поступает воды (рис. 1)), то уменьшение объема полости кишки сопровождается быстрым увеличением в этот период объема перивителлинового пространства, появлением новых внутренних полостей и оводнения некоторых тканей. В течение V периода объем перивителлинового пространства постепенно увеличивается, а общий объем

внутренних полостей зародыша несколько уменьшается, потребления воды продуктами в этот период не происходит.

В течение III и IV периода возникает ряд новых полостей, которые начинают играть заметную роль в определении общего объема полостей зародыша. С стадий 23, одновременно с образованием нервной трубки, появляется и заметно увеличивается полость нервной трубки. Из рис. 3 видно, что увеличение объема полости нервной трубки идет в основном за счет увеличения объема полостей головного мозга. В начале IV периода появляется и быстро увеличивается полость перикарда (рис. 2). В это же время появляются так называемые головные полости<sup>(3, 4)</sup>. Несколько позднее возникает слуховой пузырек с довольно значительной полостью.

На поздних стадиях развития в зародыше имеются сильно оводненные ткани и кровеносные сосуды. Учесть воду, которая в них содержится, методами, примененными в данной работе, трудно. Поэтому делать выводы о том, какое количество воды, освобождаемой при уменьшении объема полости кишки, идет в перивителлиновое пространство, а какое — на оводнение тканей зародыша, преждевременно.

Остановимся кратко на некоторых вопросах, связанных с механизмом образования и исчезновения полостей. Из рис. 1 и 2 видно, что значительное увеличение полости blastocoela начинается не сразу, а лишь через несколько часов после оплодотворения (на стадиях 9—10). Между тем поступление воды в зародыш идет непрерывно на всех стадиях I периода (рис. 1). Таким образом, вода из окружающей среды сначала накапливается в blastomeres, а затем быстро переходит в полость blastocoela. Из литературы известно<sup>(5, 6)</sup>, что у яиц морского ежа перед образованием blastocoela из blastomeres секретируются мукополисахариды, образующие кислый мукоидный гель, набухание которого приводит к образованию полости blastocoela. Возможно, что и у зародышей осетровых рыб имеется сходный механизм образования полости blastocoela: вода из окружающей среды поступает в blastomeres, накапливается там, а затем, после секреции мукоидного геля, переходит в полость дробления, образуя blastocoelous жидкость.

Gastrocoela возникает в виде узкой щелевидной полости, а затем так же быстро, как и blastocoela, увеличивается в объеме (рис. 2), причем образование полости gastrocoela сопровождается исчезновением полости blastocoela. Возможно, хотя это требует дальнейших подтверждений, что образование полости gastrocoela происходит путем быстрого перехода жидкости blastocoela в полость gastrocoela через стенку, разделяющую эти две полости.

Наконец, стоит остановиться на вопросе о механизме резкого уменьшения полости кишки в IV периоде. Уменьшение полости кишки начинается примерно на 27-й стадии. По данным Т. А. Детлаф и А. С. Гинзбург<sup>(2)</sup>, на этой стадии предпочечные протоки достигают клоакального впаивания и открываются в него. Таким образом, на этой стадии предпочечные протоки получают сообщение с наружной средой. Можно предполагать, что в это время начинают функционировать предпочки, и резкое уменьшение объема полости кишки связано с началом функционирования предпочек зародыша, которые перекачивают воду из полости кишки, по-видимому, главным образом, в перивителлиновое пространство.

Институт морфологии животных им. А. Н. Северцова  
Академии наук СССР

Поступило  
12 II 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> А. И. Зотин, ДАН, 89, № 2 (1953). <sup>2</sup> А. И. Зотин, Вopr. ихтиол., 4 (1955). <sup>3</sup> В. В. Заленский, Тр. Общ. естествоиспыт. Казанск. ун-в., 7, № 3 (1878). <sup>4</sup> Т. А. Детлаф, А. С. Гинзбург, Зародышевое развитие осетровых рыб, Изд. АН СССР, 1954. <sup>5</sup> L. Monné, S. Hårdé, Ark. Zool., Stockholm, 1, 4—5 (1951). <sup>6</sup> J. Immers, Ark. Zool., Stockholm, 9, № 4 (1956).

Г. Р. МЮЛЛЕР и М. Н. РАГОЗИНА

РАННИЕ СТАДИИ РАЗВИТИЯ ЯИЧНИКОВ У КУР ДВУХ ПОРОД  
РАЗЛИЧНОЙ СКОРОСПЕЛОСТИ (РУССКАЯ БЕЛАЯ И АВСТРАЛОРП)

(Представлено академиком И. И. Шмальгаузенем 17 V 1957)

Появление породных различий у сельскохозяйственных животных в раннем онтогенезе представляет собою очень мало разработанную главу сравнительной эмбриологии. Работы, в которых рассматривается появление и формирование породных особенностей у кур в основном относятся к первой половине текущего столетия (<sup>1-9</sup>).

Материалом для нашего исследования послужили две породы кур, отличающиеся по своей скороспелости: русская белая и австралорп (<sup>10</sup>), полученные из Племенного кучинского птицерассадника Министерства сельского хозяйства.

Изучению подверглись ранние стадии формирования яичников у зародышей в возрасте 8 и 10 суток от начала инкубации, так как примерно в это время происходит замедление роста закладки правой гонады и наступает прогрессивный рост закладки левой. Кроме того, именно в этом период развития сельскохозяйственных животных, по данным Г. А. Шмидта (<sup>11</sup>), можно было ожидать появления у них породных особенностей.

Для получения уверенности в том, что различия в строении яичников обусловлены именно породными особенностями, а не величиной яиц или степенью морфологической дифференцировки зародыша, было проведено сравнение веса яиц обеих пород кур и определены стадии развития зародышей на 3, 8 и 10 сутки инкубации.

Определение морфологической зрелости зародышей (и соответственно — номера стадии) производилось по таблицам, предложенным для этой цели Гамбургером и Гамильтоном (<sup>12</sup>).

Средний вес одного яйца (из 100) по каждой из пород кур оказался равным 60 г. При изучении морфологической дифференцировки зародышей на третьи сутки инкубации (русские белые  $n=44$ , австралорпы  $n=33$ ) было обнаружено, что несмотря на значительную вариабельность в стадиях развития внутри каждой породы (стадии от 17 до 20), межпородных различий установить не удалось: средними стадиями развития для зародышей 3 дня инкубации по обеим породам кур оказались стадии 18—19.

Исследование зародышей обеих пород на 8-е сутки инкубации дало сходный результат, как по степени их морфологической дифференцировки зародышей (средняя стадия 33), так и по их весу. Средний вес зародышей для породы русская белая был  $1,3 \pm 0,10$  г ( $n=39$ ), а для породы австралорп  $1,3 \pm 0,20$  г ( $n=31$ ).

Таким образом, по всем проверенным нами показателям, могущим характеризовать как степень морфологической дифференцировки, так и размеры зародышей, существенных различий между зародышами обеих пород — до 8-го дня развития включительно — найдено не было.

Приняв, что исходный материал достаточно однотипен, мы приступили к рассмотрению морфологической дифференцировки половой железы.



На 8-й день развития у многих зародышей уже по внешнему виду половой железы возможно определить направление ее развития или в сторону яичника, или в сторону семенника. Однако еще для достаточно большого числа зародышей решить этот вопрос визуально очень трудно или просто невозможно. Затруднение в определении пола не могло быть нами разрешено и сравнением веса правой и левой гонад от одного зародыша, вследствие их крайне незначительной величины.

Поэтому для определения пола у зародышей нам пришлось вначале прибегнуть к менее точному методу исследования, заключающемуся в следующем. При помощи окулярмикрометра под бинокулярным увеличением измерялась наибольшая длина и наибольшая ширина правой и левой гонады у каждого зародыша. На основании этих измерений определялись площади поверхности гонад, после чего были вычислены индексы ( $i$ ), выражающие отношения площади правой гонады к площади левой. Величина  $i$  указывала на степень дифференцировки гонад у каждого зародыша. Меньшая величина  $i$  означала, что развитие половой железы зашло

более далеко в сторону образования женского пола. Наоборот, большая величина  $i$  указывала на то, что развитие желез идет в сторону образования мужского пола. Полученные данные приведены на рис. 1.

На кривой, показывающей развитие половых желез у зародышей кур породы русская белая (рис. 1А) наряду с отчетливо выраженной вершиной в области индексов, равных 0,5 и 0,6, намечается вторая вершина в области индекса, равного 0,8. Это означает, что у некоторого числа зародышей на этой стадии развития уже появляется половая дифференцировка гонад.

У зародышей породы австралорп (рис. 1Б) кривая, выражающая развитие половых желез, имеет только одну вершину, расположенную в области индекса 0,7. Это указывает на то, что половая дифференцировка гонад на этой стадии у них еще недостаточно выявилась. Таким образом, возникло затруднение для определения пола у зародышей этой породы.

Для преодоления этой трудности нам пришлось прибегнуть при обработке материала к чисто условному приему, именно разделить все имевшееся у нас количество особей по каждой породе (русская белая  $n=69$  и австралорп  $n=49$ ) на две равные части. В одной из этих частей, имевшей большую величину  $i$ , по нашему предположению, должны были оказаться самцы, а в другой, имевшей меньшую величину  $i$  — самки. Такое разделение было оправдано данными П. Гертвига<sup>(6)</sup>, показавшей, что при исследовании любой достаточно многочисленной группы особей наиболее вероятно наличие среди них одинакового числа самцов и самок.

С этой целью нам пришлось 15 зародышей породы русская белая, у которых  $i$  занимало среднее по величине положение и равнялось 0,6, раз-

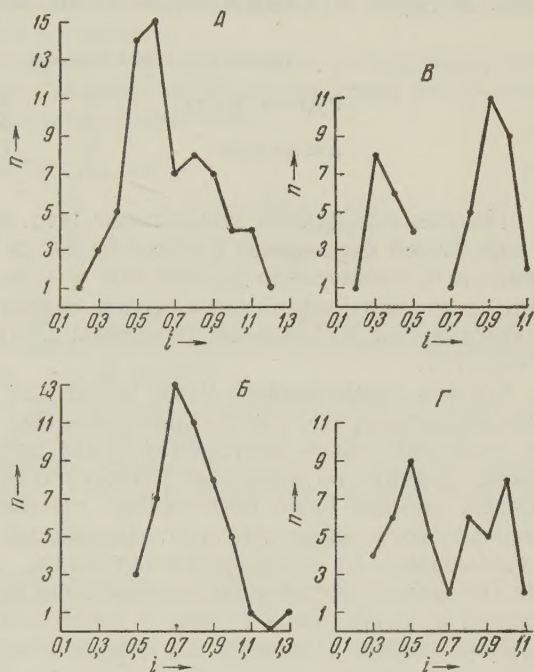


Рис. 1. Степень развития половых желез зародышей кур пород русская белая (А и В) и австралорп (Б и Г) в возрасте 8 (А и Б) и 10 (В и Г) суток от начала инкубации



делить на следующие две части: 12 особей отнести к самкам и 3 — к самцам. Для зародышей породы австралорп такое же разделение было проделано с 11 особями, у которых величина  $i$  была равна 0,8. Из их числа 2 зародыша были отнесены к самкам и 9 — к самцам. В каждой из полученных таким образом групп по каждой породе были найдены такие средние показатели

Порода	Пол (условно)	$i$
Русская белая	♀	$0,49 \pm 0,11$ ( $n = 35$ )
	♂	$0,85 \pm 0,17$ ( $n = 34$ )
Австралорп	♀	$0,66 \pm 0,05$ ( $n = 25$ )
	♂	$0,91 \pm 0,12$ ( $n = 24$ )

Полученные данные показывают, что дифференцировка половых желез у зародышей кур породы русская белая на восьмые сутки инкубации продвинулась значительно дальше, чем у зародышей кур породы австралорп. При сравнении средних показателей (индексов) у этих пород были найдены статистически достоверные различия:  $D = M_1 - M_2 = 0,17 > 3 \sigma_D = 0,06$ , при  $P = 0,27\%$ .

Однако примененный нами метод для определения дифференцировки половых желез, как уже указывалось, был недостаточно точен, так как он не позволял учесть имеющихся почти всегда на левой гонаде изгибов. Поэтому также принять во внимание толщину обеих гонад. Для получения более точных данных было произведено взвешивание отдельно всех правых и отдельно всех левых гонад от зародышей каждой породы. Гонады отпрепаровывались от мезонефроса зародыша, зафиксированного формалином. На основании полученных взвешиваний был определен средний вес одной правой и одной левой гонады и вычислены индексы ( $i$ ), характеризующие дифференцировку железы. Получены следующие данные:

Порода	Вес правой гонады, г	Вес левой гонады, г	$i$
Русская белая	$0,000205$ ( $n = 38$ )	$0,000484$ ( $n = 37$ )	0,42
Австралорп	$0,000200$ ( $n = 23$ )	$0,000364$ ( $n = 26$ )	0,58

Вес одной левой гонады, определенной таким методом, можно считать достаточно точным, поскольку он оказался близким к тем данным, которые приведены Шмальгаузенем (<sup>13</sup>), изучавшим вес яичников кур в этом возрасте.

Этими данными были подтверждены наши вычисления индексов у отдельных зародышей на основании измерения площади поверхности правых и левых гонад.

Обращает на себя внимание тот факт, что абсолютный вес правых гонад зародышей у обеих пород практически один и тот же. Следовательно, на этой стадии развития различия в дифференцировке гонад следует относить не к различной степени редукции правых, а к более прогрессивному росту левых гонад у зародышей кур породы русская белая, по сравнению с зародышами кур породы австралорп.

Исследование зародышей на 10 сутки инкубации показало, что по степени морфологической дифференцировки и по весу зародыша существенных отличий между обеими исследуемыми породами нет. Средний вес зародышей кур породы русская белая  $2,3 \pm 0,28$  г ( $n = 20$ ), а средний вес зародышей кур породы австралорп  $2,4 \pm 0,13$  г ( $n = 22$ ).

Кривая, показывающая развитие половых желез у зародышей кур породы русская белая на 10 день инкубации (рис. 1 В), имеет две резко выраженные вершины (для ♀  $i = 0,3$  и для ♂  $i = 0,9$ ), что означает, что дифференцировка половых желез уже столь значительна, что все имеющиеся особи четко распределены по полу. Зародышей с еще не определившейся половой дифференцировкой в этом возрасте уже нет.

У зародышей породы австралорп (рис. 1 Г), несмотря на появление второй вершины кривой, лежащей в области индексов от 0,8 до 1,0, имеется небольшая группа особей, у которых половая дифференцировка не выра-

жена достаточно четко. Эта группа особей имеет  $i=0,7$ . Поэтому с этой группой зародышей пришлось поступить так же, как это было сделано с той группой зародышей, половая дифференцировка которых на 8-е сутки развития была выражена недостаточно четко. Все зародыши породы австралорп были разделены на две равные части, что привело к тому, что особи, имеющие  $i=0,7$ , были отнесены к самцам.

Изучение степени дифференцировки половых желез у зародышей обеих пород на основании измерения площади поверхности гонад на 10-е сутки инкубации дало следующие средние показатели:

Порода	Пол (условно)	$i$
Русская белая	♀	$0,37 \pm 0,03 (n = 19)$
	♂	$0,91 \pm 0,10 (n = 29)$
Австралорп	♀	$0,46 \pm 0,10 (n = 24)$
	♂	$0,92 \pm 0,12 (n = 24)$

При сравнении средних показателей (индексов) у зародышей на 10-е сутки инкубации также были найдены статистически достоверные различия:  $D=M_1-M_2=0,09 > 3 \sigma_D=0,06$ , при  $P=0,27\%$ .

Для проверки полученных данных мы произвели взвешивание всех правых и всех левых гонад и определили средний вес одной правой и одной левой гонады для зародышей каждой породы, а также вычислили индексы, характеризующие дифференцировку желез. Получены следующие данные:

Порода	Вес правой гонады, г	Вес левой гонады, г	$i$
Русская белая	$0,00008 (n = 20)$	$0,00116 (n = 20)$	$0,07$
Австралорп	$0,00031 (n = 25)$	$0,00121 (n = 25)$	$0,26$

Интересно, что на 10-й день инкубации у зародышей самок обеих пород равны уже не правые, как это было на 8-е сутки, а левые гонады. Таким образом, различие в степени дифференцировки гонад происходит за это время не за счет более интенсивного роста левых гонад, а за счет прогрессивной редукции правых, что особенно отчетливо выражено у зародышей кур породы русская белая.

Для того, чтобы полученные нами данные можно было рассматривать как общую закономерность, а не как частный случай, их необходимо подтвердить изучением дифференцировки яичников ряда других пород кур различной зрелости.

Институт морфологии животных им. А. Н. Северцова  
Академии наук СССР  
Зоологический институт при университете в Галле  
Германская Демократическая Республика

Поступило  
14 V 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> И. И. Шмальгаузен, Тр. Инст. Зоол. та Биол. АН УРСР, 8 (1952).
- <sup>2</sup> И. И. Шмальгаузен, Тр. Инст. Зоол. Биол. АН УРСР, 1 (1934).
- <sup>3</sup> И. И. Шмальгаузен, ДАН, 2, № 5 (1934). <sup>4</sup> И. И. Шмальгаузен, Тр. Инст. Зоол. та Биол. АН УРСР, 7 (1937). <sup>5</sup> И. И. Шмальгаузен, Факторы эволюции, 1946. <sup>6</sup> P. Hertwig, Zs. f. Züchtungskunde, 12, 269 (1937). <sup>7</sup> P. Hertwig, Handbuch der Ernährung und des Stoffwechsels der landwirtschaftlichen Nutztiere, 10, 1, 1932, S. 209—264. <sup>8</sup> G. Keller, Zs. Zellforsch. u. mikr. Anat. (Abt. B der Zs. f. Wiss. Biol.), 19, 510 (1933). <sup>9</sup> М. Н. Рагозина, ДАН, 80, № 3 (1951).
- <sup>10</sup> Птицеводство, под ред. С. Т. Сметнева, М., 1955. <sup>11</sup> Г. А. Шмидт, Тр. Инст. морфол. животн. АН СССР, в. 14 (1955). <sup>12</sup> V. Hamburger, H. L. Hamilton, J. Morphol., 88 (1), 49 (1951). <sup>13</sup> I. I. Schmalhausen, Roux'Arch., 109, 55 (1927).



